

## **Analiza stanów granicznych tarcz żelbetowych z otworami z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien**

**Piotr Smarzewski, Renata Spaczyńska**

*Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Architektury,  
Politechnika Lubelska, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono analizy wytrzymałościowe tarcz z otworami wykonanych z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien hybrydowych - stalowych i polipropylenowych. Porównano wyniki badań nośności na ścinanie z wartościami obliczonymi analitycznie na podstawie własnej propozycji oceny teoretycznej nośności elementów tarczowych powstałej przez modyfikacje wzorów empirycznych.

**Słowa kluczowe:** elementy żelbetowe, fibrobeton wysokowartościowy, tarcze z otworami.

### **1. Wprowadzenie**

Tarcze są elementami konstrukcyjnymi wykorzystywanymi w inżynierii lądowej przeważnie w wysokich budynkach i budowlach morskich. W wielu przypadkach konieczne jest wykonywanie w nich otworów na okna, drzwi, kanały wentylacyjne i klimatyzacyjne. Od 1972 roku przeprowadzono liczne prace eksperymentalne i analityczne w celu zbadania zachowania tarcz z i bez otworów. Badania dotyczyły analizy nośności tych elementów w zależności od ich wymiarów, schematu obciążenia, sposobu podparcia, rozmieszczenia i kształtu otworów oraz sposobu betonowania [1-8].

Jednorodne rozproszenie włókien stalowych w betonie skutkuje poprawą wytrzymałości statycznej i dynamicznej, ciągliwości, charakterystyki pochłaniania energii, odporności na ścieranie i wytrzymałości zmęczeniowej. Cechy te są pożądane w betonach zbrojonych tradycyjnie. Takie wzmocnienie żelbetu może być bardzo korzystne również w elementach tarczowych z otworami, w których o zniszczeniu decyduje ich nośność na ścinanie. W literaturze napotkano na nieliczne wyniki badania elementów tarczowych wzmacnianych włóknami stalowymi lub polipropylenowymi [7-8]. Badania doświadczalne tarcz żelbetowych z otworami wykonanych z betonów wysokowartościowych z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych nie były przedmiotem żadnych publikacji.

Przedmiotem pracy są trzy elementy tarczowe z betonu wysokowartościowego z dwoma symetrycznie zlokalizowanymi otworami kwadratowymi. Badania przeprowadzono w celu określenia wpływu dodatku włókien stalowych i polipropylenowych do betonu wysokowartościowego na pękanie i nośność na ścinanie tarcz żelbetowych poddanych działaniu siły skupionej przyłożonej w środku rozpiętości.

Interpretacja wyników badań pozwoliła oszacować zmienność wytrzymałości tarcz w zależności od procentowej ilości włókien stalowych. Wpływ zawartości włókien w tarczach badano przez pomiary ugięcia i obserwacje rozkładów rys. Na podstawie ich obrazów zauważono, że w każdym z elementów zniszczenie nastąpiło na skutek ścinania. Maksymalne naprężenia ścinające otrzymane na drodze doświadczalnej porównano z wartościami obliczonymi na podstawie własnej zależności zaproponowanej w oparciu zmodyfikowane wzory Konga i Sharpa [4] oraz Vengatachala-*pathy* i Ilangoan [8]. Graniczną nośność tarcz uzyskaną teoretycznie porównano z wartościami eksperymentalnymi.

## 2. Badania doświadczalne

### 2.1. Przygotowanie elementów tarczowych

Przedmiotem badań są trzy tarcze o wymiarach 1000 x 500 x 100 mm z dwoma otworami 150 x 150 mm. Tarcze wykonano z betonu wysokowartościowego bez lub z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych. Elementy charakteryzuje zmienna ilość dodanego zbrojenia strukturalnego i odmienny układ zbrojenia prętami stalowymi. Wskaźnik woda/składniki wiążące wynosi 0,27. Składy ilościowe mieszanek betonowych podano w Tabeli 1.

Tabela 1. Składy ilościowe mieszanek betonowych.  
Table 1. Quantitative composition of concrete mixes.

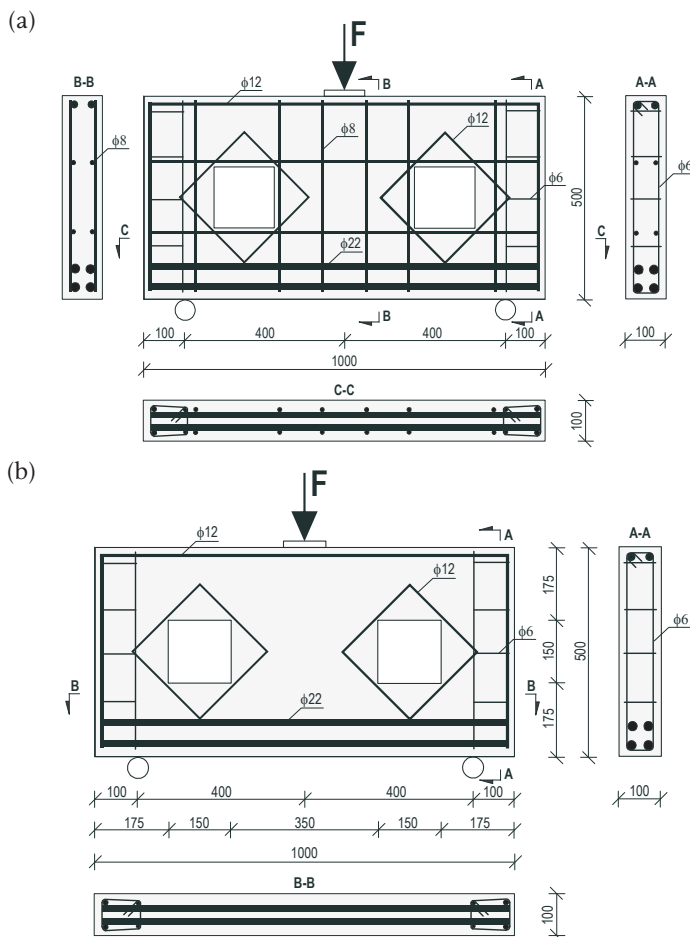
		Tarcza R1	Tarcza R2	Tarcza R3
		1000 x 500 x 100 mm		
Skład mieszanki		ilość [kg/m <sup>3</sup> ]		
Beton wysokowartościowy	cement CEM I 52,5R		596	
	mikrokrzemionka		59,6	
	granodioryt 2-8 mm		990	
	piasek		500	
	superplastyfikator		20	
	woda		177	
Włókna	stalowe	–	78	117
	polipropylenowe	–	0,5	1

Do wykonania betonu zastosowano cement portlandzki CEM I 52,5R, kruszywo do betonu złożone z mieszanki piasku zwykłego i łamanej skały granodiorytowej o maksymalnym wymiarze ziaren 8 mm wysuszone do stałej masy w temperaturze 105°C oraz wodę wodociągową. Jako dodatki wykorzystano: dla tarczy R1 – superplastyfikator i mikrokrzemionkę, a dla tarcz R2 i R3 – superplastyfikator, mikrokrzemionkę i włókna polipropylenowe oraz stalowe.

Tarczę R1 wykonano bez zbrojenia rozproszonego. W tarczy żelbetowej zbrojenie główne stanowią cztery pręty dolne o średnicy  $\phi 22$  mm i dwa górne  $\phi 12$  mm scalone strzemiionami pionowymi i poziomymi z prętów gładkich  $\phi 6$  mm w strefach przypodporowych, wzmocnione dodatkowo dwustronnie mocowanymi siatkami z prętów  $\phi 8$  mm o wymiarach oczek około 200 mm oraz po jednym pręcie  $\phi 12$  mm wzmacniającym oba otwory, Rys. 1a. Tarcze R2 i R3 wykonano z betonu z włóknami. Układ zbrojenia jest zbliżony do tarczy R1. W obu elementach pominięto zbrojenie dwiema siatkami z prętów żebrowanych  $\phi 8$  mm na rzecz rozproszonego

zbrojenia w postaci włókien stalowych i polipropylenowych, Rys. 1b. Dodatkowo przeprowadzono badania wytrzymałości betonu i fibrobetonu na ściskanie, na rozciąganie przez rozłupywanie, na rozciąganie przy zginaniu i moduły sprężystości. Badania wytrzymałości na ściskanie wykonano na odwiertach walcowych wykonanych w elementach belkowych. Walce o średnicy 100 mm i wysokości 100 mm ściskano w prasie Walter-Bai AG o maksymalnym obciążeniu 3000 kN. Wytrzymałości betonu i fibrobetonów na ściskanie według receptur R1, R2 i R3 wyniosły odpowiednio  $f_{c1} = 117$  MPa,  $f_{c2} = 109$  MPa i  $f_{c3} = 114$  MPa.

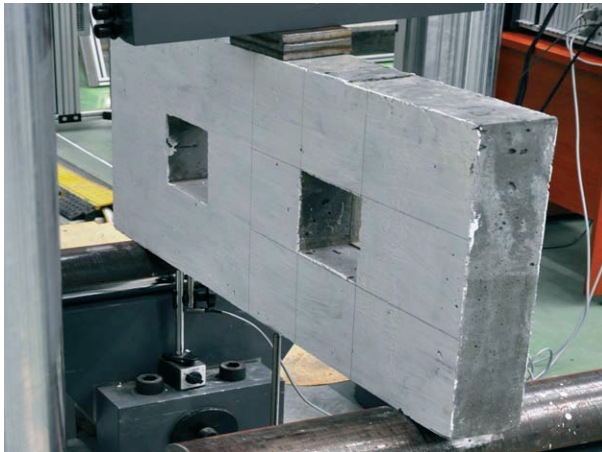
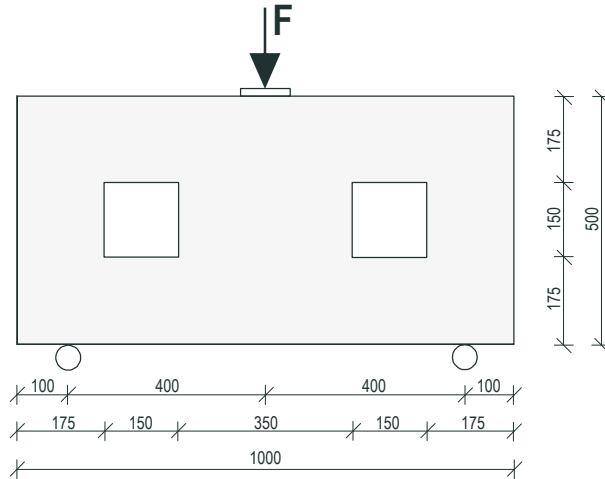
Badania stalowych prętów o średnicach  $\phi 6$ ,  $\phi 8$ ,  $\phi 12$  i  $\phi 22$  mm i długości 300 mm przeprowadzono w hydraulicznej prasie MTS 810 o zakresie obciążenia 0-100 kN. Pręty mocowano przy pomocy szczęk uniemożliwiających ich ewentualny poślizg i błędy pomiarowe. Podczas badania mierzono aktualną siłę, wydłużenie pręta i przemieszczenie poprzeczne aż do zerwania próbki. Na podstawie otrzymanych wyników obliczono charakterystyczne granice plastyczności, charakterystyczne wytrzymałości na rozciąganie, moduły sprężystości i współczynniki Poissona prętów stalowych.



Rys. 1. Wymiary i układ zbrojenia tarcz: a) R1, b) R2 i R3.  
 Fig. 1. Dimensions and reinforcement arrangement in deep beams: a) R1, b) R2 and R3.

## 2.2. Badania tarcz żelbetowych z otworami

Badania tarcz przeprowadzono w prasie hydraulicznej. Schemat obciążenia i sposób ustawienia elementów przedstawiono na Rys. 2.



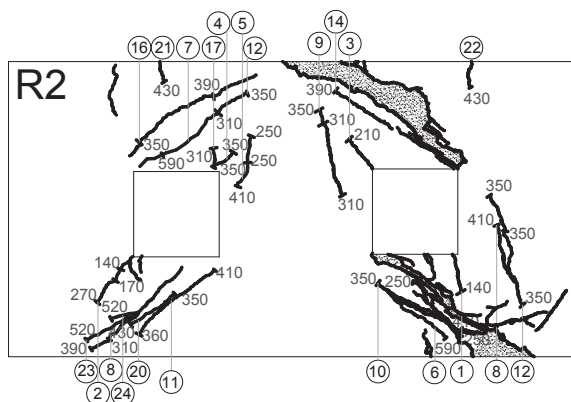
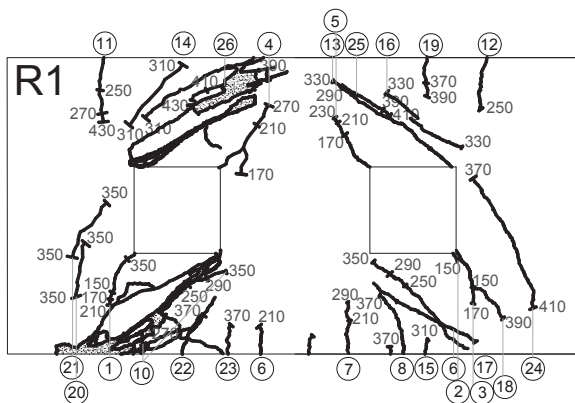
Rys. 2. Schemat obciążenia tarcz i ustawienie elementu R1 w prasie hydraulicznej.  
Fig. 2. The scheme of loading and location R1 member in hydraulic press.

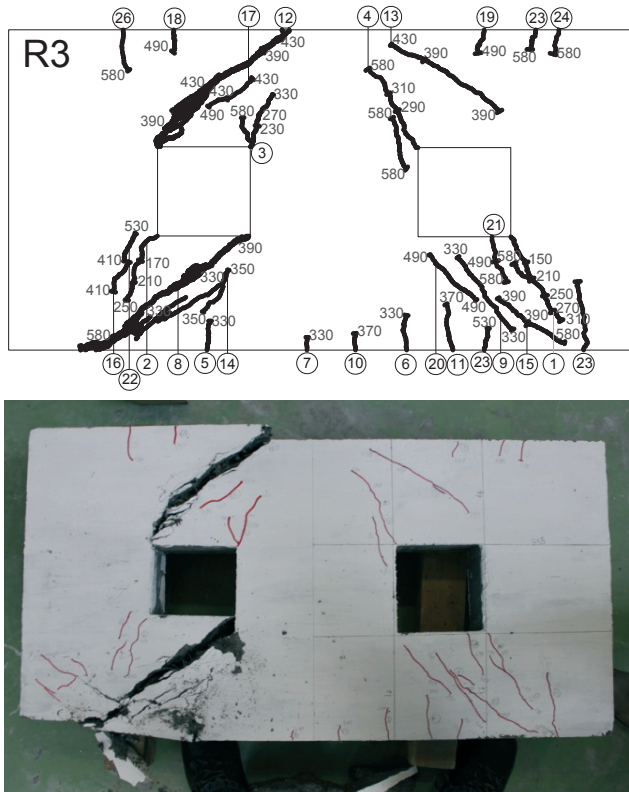
Podpory stanowiły dwa wałki stalowe o rozstawie 80 cm. Obciążenie przekazano etapami co 20 kN za pośrednictwem płytek stalowych do utraty nośności. W każdym etapie rejestrowano szerokości rozwarcia rys, nanoszono ścieżki ich postępu i zaznaczano wartości sił. W środku przęseł i przy podporach wykonano pomiary ugięć. Wszystkie elementy tarczowe uległy zniszczeniu wskutek przekroczenia nośności na ścinanie.

## 3. Analiza wyników

### 3.1. Stany zarysowania

Na Rys. 3 zilustrowano rozwój zarysowania w elementach tarczowych.





Rys. 3. Rozmieszczenie rys w tarczach.  
Fig. 3. Development of cracks in deep beams.

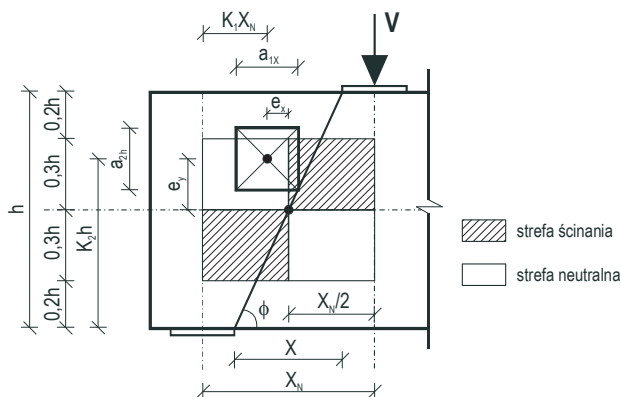
Pierwsza rysa w tarczy R1 powstała przy sile 130 kN. Z naroży obu otworów prawego i lewego w kierunku strefy przyłożenia siły, bieżyły odpowiednio rysy nr 25 oraz 26 powstałe przy siłach 260 i 390 kN. Największy przyrost szerokości rys nastąpił dla obciążenia 400 kN. Zaobserwowano również obszary miażdżenia betonu w miejscach podparcia tarczy. Rysy ukośne nr 4, 10 i 26 wywołane ścinaniem są odpowiedzialne za zniszczenie elementu. Przy dolnej podstawie zaobserwowano powstawanie małych prostopadłych rys drugorzędnych zapoczątkowane przez lokalne maksimum naprężeń powstałe przy powierzchni zbrojenia pomiędzy rysami pierwotnymi.

W tarczy R2 pierwsza rysa powstała później niż w tarczy żelbetowej R1 przy obciążeniu równym 140 kN. Niszcząca rysa ukośna nr 14 pojawiła się dla wartości siły 390 kN w górnym rogu prawego otworu i propagowała się w kierunku jej miejsca przyłożenia. Znaczny przyrost szerokości rys przypadła dla siły 500 kN, a przy obciążeniu skupionym 600,6 kN nastąpiło zniszczenie elementu tarczowego, które ze względu na zawartość zbrojenia rozproszonego nie miało gwałtownego charakteru. W miejscach podparcia i strefie obciążenia beton uległ zmięczeniu. W odróżnieniu od tarczy R1 przy dolnej krawędzi nie zaobserwowano powstawania rys prostopadłych od rozciągania przy zginaniu. Jedynie przy górnej krawędzi tarczy pojawiły się nieliczne rysy prostopadłe. Zarówno ilości rys jak i ich szerokości są znacznie mniejsze niż w przypadku tarczy R1.

Tarcza R3 uległa zarysowaniu przy obciążeniu 150 kN. Rysa nr 8 powstała przy przyłożonej sile 330 kN i przebiegała od miejsca podparcia elementu do dolnego naroża otworu. Natomiast rysa nr 12 pojawiła się przy sile o wartości 390 kN i przebiegała równoległe do rysy nr 8 ponad prawym otworem tarczy rozwijając się od jego naroża do punktu obciążenia. Bardzo znaczące przyrosty rys zauważono przy 530 kN. Zniszczenie tarczy nastąpiło przy sile 596,3 kN i miało zbliżony charakter do elementu R2. Dalsze obciążenia nie wywołały już powstania kolejnych rys i nie doprowadziły do całkowitego zniszczenia elementu tarczowego R3. W przeciwieństwie do poprzednich elementów, w znacznym stopniu ograniczone zostało rozwarcie rys. Za zniszczenie elementu odpowiadały rysy ukośne nr 8 i 12 wywołane ścinaniem. Przy dolnej krawędzi odnotowano ponadto powstanie rys od zginania, prostopadłych do zbrojenia głównego.

### 3.2. Wyznaczanie obciążenia granicznego dla tarcz z otworami

W obliczeniach nośności na ścinanie elementów tarczowych zaproponowano własną zależność stanowiącą modyfikację empirycznych wzorów Konga i Sharpa dla tarcz żelbetowych z otworami [4] oraz Vengatachalapathy i Ilangoan dla tarcz żelbetowych z dodatkiem włókien stalowych [8]. Eksperymenty przeprowadzone na tarczach z otworami [4] dowiodły, że na ich powierzchniach istnieją pola podatne na ścinanie, które może wystąpić w ukośnym przekroju między punktami przyłożenia siły i podparcia. Na Rys. 4 przedstawiono rozkład naprężeń w tarczy z otworem. Wielkości  $e_y$ ,  $e_x$  są współrzędnymi środka ciężkości otworu względem punktu równowagi naprężeń.



Rys. 4. Rozkład naprężeń ścinających w tarczy z otworem w strefie podporowej.

Fig. 4. Distribution of the shear stress in the deep beam with opening in the support zone.

Nośność na ścinanie żelbetowych tarcz z otworami bez dodatku oraz z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych obliczono na podstawie następującego wzoru:

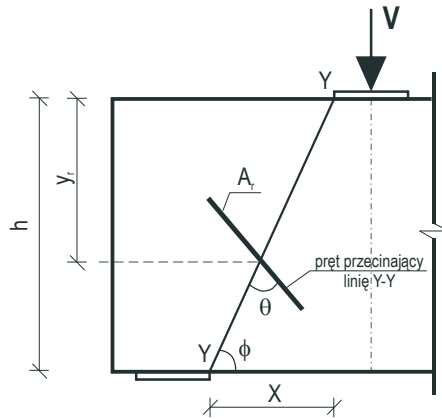
$$V = f_1 f_2 f_{ctk,fl}^n \left[ 1 - \frac{0,35X}{h} \right] bh + \frac{\sum f_{yk} A_r y_r \sin^2 \theta}{h} \quad (1)$$

w którym:  $V$  – maksymalna siła poprzeczna,  $f_1$  – współczynnik redukcji zależny od wielkości otworu,  $f_2$  – współczynnik redukcji ze względu na położenie otworu



w strefie ścinania,  $X$  – efektywna rozpiętość strefy ścinania,  $h$ ,  $b$  – wysokość i szerokość elementu,  $f_{ctk,fl}$  – charakterystyczna wytrzymałość betonu na rozciąganie przy zginaniu,  $n$  – współczynnik uwzględniający wzrost w fibrobetonach nośności na ścinanie, wytrzymałości na pęknięcie i zjawisko mostkowania rys, dla włókien stalowych równy  $n = 1,4$ ; dla betonu bez włókien  $n = 1$ ,  $f_{yk}$  – charakterystyczna granica plastyczności prętów zbrojenia głównego lub usztywniającego,  $A_r$  – pole przekroju zastosowanego zbrojenia przecinającego linię Y-Y na rys. 5,  $y_r$  – odległość od punktu przecięcia linii Y-Y przez dany pręt zbrojeniowy do wierzchu elementu,  $\theta$  – miara kąta nachylenia osi pręta do przekroju pomiędzy punktami przyłożenia siły i podparcia.

Na Rys. 5 zilustrowano schemat opisujący wielkości  $V$ ,  $X$ ,  $h$ ,  $y_r$ ,  $A_r$ ,  $\theta$  ze wzoru (1).



Rys. 5. Schemat obliczeniowy do wzoru (1) [4].

Fig. 5. Diagram calculation in equation (1) [4].

Wzór (1) jest złożony z dwóch składników. Pierwszy z nich:

$$f_1 f_2 f_{ctk,fl}^n [1 - 0,35X/h] bh \quad (1a)$$

uwzględnia wpływ betonu i geometrii otworów na nośność elementów tarczowych. Natomiast drugi:

$$\left( \sum f_{yk} A_r y_r \sin^2 \theta \right) / h \quad (1b)$$

odnosi się do wpływu zbrojenia przecinającego przekrój ścinany (Rys. 5). Wartości współczynników redukcji obliczane są według poniższych zależności:

$$f_1 = (1 - a_{1X})(1 - 1,667a_{2h}) \quad (2)$$

$$f_2 = h + 2(K_2 h)^r X \sqrt{\frac{(K_1 X_N - K_2 h)^2}{a_{1X}^2 - a_{2h}^2}} \quad (3)$$

$a_{1X}$ ,  $a_{2h}$  – wymiary otworu,  $K_2 h$ ,  $K_1 X_N$  – współrzędne środka ciężkości otworu względem punktu podparcia tarczy,  $X_N$  – rozpiętość strefy ścinania w osiach,  $r$  – współczynnik uwzględniający położenie otworu;  $r = 2$ , gdy środek otworu leży w strefie ścinania;  $r = 1$ , gdy środek leży w strefie neutralnej (Rys. 4).



W Tabeli 2 przedstawiono zestawienie wyników granicznych sił ścinających tarcz obliczonych analitycznie według wzoru (1) zaproponowanego w oparciu o zmodyfikowane wzory empiryczne [4,8] i uzyskanych doświadczalnie.

Tabela 2. Porównanie wyników teoretycznej i doświadczalnej maksymalnej siły ścinającej.  
Table 2. Comparison of the results of theoretical and experimental maximum shear force.

Nr tarczy	Wartość siły obliczonej	Wartość siły przeniesionej	Stosunek nośności teoretycznej do eksperymentalnej
	[kN]	[kN]	[%]
Tarcza R1	446,9	464,6	96,2
Tarcza R2	572,3	600,6	95,3
Tarcza R3	572,3	596,3	95,3

#### 4. Podsumowanie

Na podstawie analizy wyników stwierdzono, że:

- w badanych elementach tarczowych z otworami dominującym naprężeniem było ścinanie, o czym świadczą rozkłady rys ukośnych,
- w końcowych etapach obciążenia powstały niewielkie rysy od rozciągania wzdłuż dolnych krawędzi tarcz,
- rysy w tarczach z włóknami powstają później, są mniejszej szerokości i propagują się wolniej niż w tarczy bez dodatku włókien,
- znacznie zwiększa się nośność na ścinanie tarcz z otworami wzmocnianych włóknami od tarczy z otworami zbrojonej tradycyjnie,
- dodanie włókien do betonu powoduje zwiększenie wytrzymałości, odporności na pierwsze zarysowanie i kruche pęknięcie oraz plastyczności w fazach niesprężystego zachowania materiału,
- wyniki granicznych sił ścinających tarcz obliczone analitycznie według zaproponowanego wzoru dobrze odzwierciedlają wyniki doświadczalne, jednakże zależność powinna być jeszcze zweryfikowana na większej ilości reprezentatywnych elementów tarczowych,
- elementy R2 i R3 miały bardzo zbliżoną wartość granicznej siły ścinającej, lecz tarcza R3 z większą zawartością włókien stalowych na poziomie 1,5% charakteryzowała się znacznie lepszymi parametrami ciągliwości materiału,
- zbrojenie rozproszone bardzo dobrze przejmuje rolę siatki ortogonalnej, powiększając jednocześnie nośność całego elementu o około 20%.

W najbliższej przyszłości planowane są badania eksperymentalne oraz analizy numeryczne zachowania się tarcz żelbetowych z otworami wykonanych z betonów wysokowartościowych i dodatkowo wzmocnionych włóknem stalowym i polipropylenowym poddanych obciążeniom statycznym i dynamicznym.

#### Literatura

- [1] Leonhardt F., Mönning E., *Vorlesungen über Massivbau, teil.2, Sonderfalle der Bemessung im Stahlbetonbau*, Springer Verlag, Berlin 1975.
- [2] Singh R., Ray S.P., Reddy C.S., *Some tests on reinforced concrete deep beams with and without opening in the web*, The Indian Concrete Journal 54(7) (1980) 189.

- [3] Foster S.J., Gilbert R.I., *Tests on high strength concrete deep beams*, The University of New South Wales, Sydney, Australia, June 1996, str. 57.
- [4] Kong F.K., *Reinforced concrete deep beams*, Taylor & Francis Books, 2002, str. 299.
- [5] El Maaddawy T., Sherif S., *FRP composites for shear strengthening of reinforced concrete deep beams with openings*, *Composite Structures* 89 (2009) 60-69.
- [6] Arabzadeh A., Aghayari R., Rahai A.R., *Investigation of experimental and analytical shear strength of reinforced concrete deep beams*, *International Journal of Civil and Structural Engineering* 9(3) (2011) 207-214.
- [7] Shanmugam. N.E., Swaddiwudhipong S., *The ultimate load behavior of fiber reinforced concrete deep beams*, *The Indian Concrete Journal* 58(8) 12-14.
- [8] Vengatachalapathy V., Ilangovan R., *A Study on steel fibre reinforced concrete deep beams with and without openings*, *International Journal of Civil and Structural Engineering* 1(3) (2010) 509-517.

## **Analysis of limit state of reinforced high performance hybrid fiber concrete deep beams with openings**

**Piotr Smarzewski, Renata Spaczyńska**

*Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture,  
Lublin University of Technology, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

**Abstract:** The article presents the analysis of the strength of reinforced deep beams with openings made of high performance hybrid fibre concrete – steel and polypropylene. We compared the results of the shear capacity of the analytically calculated values based on its own assessment of the theoretical capacity of the proposals deep beams members created by modifications of empirical formulas.

**Keywords:** reinforced concrete members, high performance fibre concrete, deep beams with openings.