

Przemysław Golewski<sup>1)</sup>, Grzegorz L. Golewski<sup>2)</sup>

## WYKORZYSTANIE PROGRAMU T-FLEX W ROZWIĄZYWANIU ZAGADNIENI WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW NA PRZYKŁADZIE BELKI ZGINANEJ

**Streszczenie.** Program T-FLEX służy zarówno do modelowania elementów jak i konstrukcji, a dzięki funkcjonalnym właściwościom wykorzystywany jest w projektowaniu produktów w wielu branżach przemysłu, np.: samochodowej, elektrycznej, mechanicznej, meblowej, budowlanej. Celem pracy było zaprezentowanie możliwości wykorzystania programu T-FLEX w celach dydaktycznych podczas prowadzenia ćwiczeń z przedmiotu Wytrzymałość Materiałów rozwiązując klasyczny przykład belki zginanej metodą analityczną i przy użyciu symulacji komputerowych. Porównanie wartości naprężeń z obu obliczeń, które były prawie w 100% zbieżne ze sobą wykazało, że T-FLEX jest użytecznym narzędziem przy wizualizacji pracy elementów konstrukcyjnych.

**Słowa kluczowe:** program T-FLEX, metoda elementów skończonych, belka zginana, analiza naprężeń.

### WSTĘP

Rozwój i rozpowszechnienie elektronicznych technik obliczeniowych umożliwia szerokie zastosowanie metod numerycznych w wielu pracach badawczych, inżynierskich i dydaktycznych. Dysponując specjalistycznymi narzędziami obliczeniowymi i umiejętnością ich zastosowania można na komputerze obliczyć rozkłady wielkości fizycznych w projektowanym (badanym) obiekcie. Wyznaczenie np. trajektorii naprężeń w przekroju elementu konstrukcyjnego, czy rozkładu temperatur w przegrodzie budowlanej, uzyskuje się poprzez kształtowanie geometrii elementów dyskretnych dostosowanych do kształtu modelowanego obiektu, a następnie serię obliczeń symulacyjnych. Do głównych metod zajmujących się rozwiązywaniem zagadnień brzegowo początkowych zalicza się: metodę elementów skończonych (*MES*), np. [9]. Dzięki zastosowaniu nowoczesnych programów komputerowych wykorzystujących w swoich modułach powyższą metodę możliwe jest modelowanie złożonych przedmiotów i całych konstrukcji w wielu obszarach przemysłu, np. maszynowego [7] bądź budowlanego [2, 4], a także w medycynie i stomatologii [10]. Programy oparte o *MES* mogą być z powodzeniem wykorzystywane w analizie i projektowaniu zarówno skomplikowanych złożonych konstrukcji budowlanych, np.

---

<sup>1)</sup> Katedra Mechaniki Ciała Stałego, Politechnika Lubelska, e-mail: p.golewski@gmail.com

<sup>2)</sup> Katedra Konstrukcji Budowlanych, Politechnika Lubelska, e-mail: glgol@wp.pl

garaży [1] jak również prostych przedmiotów powszechnego i codziennego użytku, np. wieszaka na ubrania [5]. Istotna jest również możliwość zastosowania niektórych programów opartych na *MES* jako narzędzi umożliwiających usprawnienie procesu dydaktycznego, w przedmiotach gdzie korzystanie z tego typu pomocy dydaktycznych jest w tej chwili coraz bardziej powszechne. Obecnie nawet tak skomplikowane programy do analizy konstrukcji jak Abaqus, np. [3, 8] zawierają wersje studenckie, dzięki czemu możliwe jest prowadzenie przez wykładowców autorskich zajęć nie z wykorzystaniem tablicy i kredy, ale możliwością kształcenia studentów poprzez aktywne stosowanie takich narzędzi dydaktycznych.

## CHARAKTERYSTYKA PROGRAMU T-FLEX ANALYSIS

T-FLEX (*T-F*) jest nowoczesnym i funkcjonalnym programem służącym zarówno do modelowania elementów i konstrukcji w układzie dwuosiowym – 2D jak i 3D. Dzięki funkcjonalnym właściwościom programu jest on jednym z najczęściej wykorzystywanych systemów do modelowania przestrzennego. Możliwość dwu i trójwymiarowego parametrycznego projektowania z wykorzystaniem wielu specjalistycznych funkcji czyni ten program idealnym rozwiązaniem w procesie zautomatyzowanego przygotowania dokumentacji projektowej i technologiczno – wykonawczej. Obecnie program ten wykorzystywany jest w projektowaniu i wytwarzaniu produktów w wielu branżach, do których zaliczyć można: samochodową, elektryczną, mechaniczną, meblową i budowlaną [6]. Przykład projektu z branży budowlanej, wykonanego w tym programie pokazano na rysunku 1.

Program *T-F* poza narzędziami do projektowania i modelowania posiada w swojej ofercie kilka modułów służących do specjalistycznych analiz wytrzymałościowych, elementów i konstrukcji, jeszcze na etapie wykonywania projektu. Należą do nich m.in. *T-F: Dynamics i Analysis*. Szczególnie pomocny w analizach pracy elementów konstrukcyjnych jest produkt T-FLEX Analysis (*T-FA*), oferuje on bowiem szeroki zakres specjalistycznych narzędzi pomagających inżynierom wirtualnie przetestować i przeanalizować skomplikowane części i złożenia. Zastosowana w nim została *MES*, wykorzystana do analiz statycznych, częstotliwościowych, wyboczeniowych, termicznych, optymalizacji i zmęczenia. Program *T-FA* pokazuje, jak będzie się zachowywał model w warunkach rzeczywistych jeszcze zanim zostanie wykonany, co znacznie pomaga skrócić czas projektowania. Możliwość analizy strukturalnej pozwala wykonywać statyczne analizy naprężeń i odkształceń elementów w różnych warunkach obciążeniowych. Analiza statyczna pomaga uniknąć błędów spowodowanych dużymi naprężeniami czy przeciążeniami i pozwala ekonomicznie oraz bezpiecznie przyjąć przekroje w projektowanym elemencie konstrukcyjnym. *T-FA* dostarcza łatwe w użytkowaniu narzędzie dla inżynierów projektantów, które pomaga im polepszać jakość projektów, zapobiegać źródłom usterek, redukować koszty materiału oraz skracać czas wejścia produktu na rynek. Moduł do symulacji

jest integralną częścią programu *T-F CAD* przeznaczonego do modelowania przestrzennego. Tworzenie i testowanie wyrobów odbywa się więc w jednym środowisku powiązanim klasycznym drzewem modelu. Przeprowadzane symulacje pozwalają zaprezentować jak model będzie się zachowywał w rzeczywistych warunkach bez konieczności wytwarzania kosztownych prototypów. W wersji studenckiej programu *T-F CAD* występuje tzw. analiza ekspresowa odnosząca się tylko do zagadnień statycznych z ograniczeniem zakresu rodzajów obciążeń i zamocowań, oraz bez możliwości uwzględniania kontaktu.



**Rys. 1.** Przykład zastosowania programu T-FLEX w projektowaniu konstrukcji budowlanych

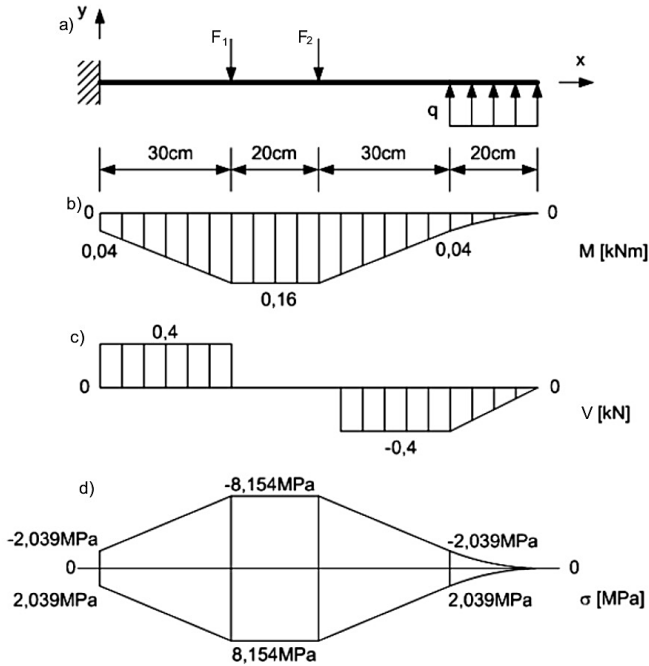
**Fig. 1.** The example of use of T-FLEX program for designing of building structures

W artykule zaprezentowano możliwości wykorzystania programu *T-F* w celach dydaktycznych podczas prowadzenia ćwiczeń z przedmiotu Wytrzymałość Materiałów rozwiązując klasyczny przykład obliczeniowy metodą analityczną i przy użyciu symulacji komputerowych.

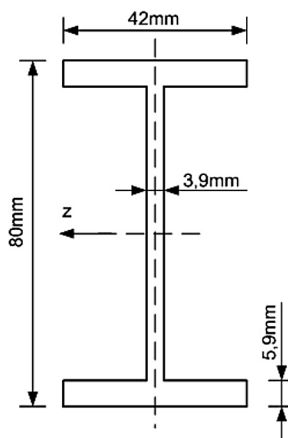
## ANALIZA PRACY BELKI ZGINANEJ

### Schemat statyczny i parametry przekroju belki

Do obliczeń przyjęto stalową belkę wspornikową ze schematem obciążenia pokazanym na rysunku 2a. Belka była obciążona dwiema siłami skupionymi  $F_1$  i  $F_2$ , których wartości wynosiły po 400 N, oraz obciążeniem równomiernie rozłożonym  $q$  o wartości 2000 N/m, które było podwieszane do belki na jej końcu. Założono, że belka w przekroju poprzecznym będzie dwuteownikiem (rys. 3).



**Rys. 2.** Schemat obciążenia belki z wykresami sił wewnętrznych i naprężeń normalnych:  
 a) schemat obciążenia belki, b) wykres momentów zginających,  
 c) wykres sił poprzecznych, d) wykres naprężeń normalnych  
**Fig. 2.** Beam loading diagram with diagrams of internal forces and normal stresses:  
 a) beam loading diagram, b) diagram of bending moments,  
 c) diagram of transverse forces, d) diagram of normal stresses



**Rys. 3.** Przekrój poprzeczny belki z oznaczeniem podstawowych wymiarów  
**Fig. 3.** Cross-section of the beam with basic dimensions marked

## Analityczna ocena wyężenia belki

Na odcinku pomiędzy siłami  $F_1$  i  $F_2$  występuje w belce czyste zginanie o wartości momentu zginającego:  $M_g = 160 \text{ Nm}$ . Rozkłady naprężeń normalnych na całej długości belki dla strefy rozciąganej i ściskanej przedstawiono na rysunku 2d, natomiast naprężenia normalne na analizowanym odcinku (pomiędzy siłami skupionymi) we włóknach strefy rozciąganej będą równe wartości  $s$  wynikającej z wzoru (1):

$$\sigma = \frac{M_g \cdot h_{\max}}{I_z} = \frac{160 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 40 \text{ mm}}{7,84 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} = 8,154 \text{ MPa} \quad (1)$$

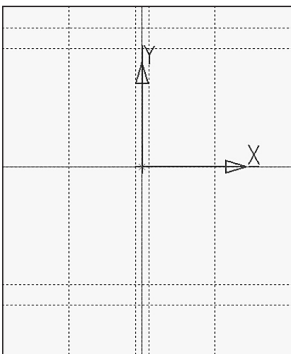
gdzie:

$I_z$  – moment bezwładności względem osi  $z$ ,

$h_{\max}$  – połowa wysokości belki.

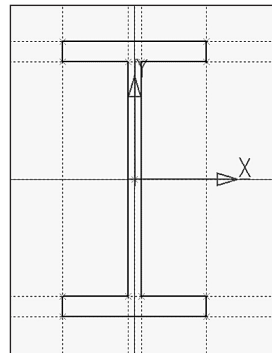
## Generowanie modelu numerycznego belki

Przechodząc do analizy wg programu *T-F*, wykonanie modelu belki rozpoczyna się od wybrania dowolnej płaszczyzny pracy. Będąc w szkicowniku można się posłużyć liniami konstrukcyjnymi. Korzystnie jest najpierw utworzyć dwie przecinające się linie w środku układu współrzędnych a następnie bazować na ich odsuwaniu o określoną wartość, którą podaje się w oknie dialogowym. Celem takiego postępowania jest uzyskanie efektu pokazanego na rysunku 4. Po upewnieniu się o poprawności przyjętych wymiarów belki można skorzystać z linii graficznej i wykonać obrys tak jak pokazano to na rysunku 5.



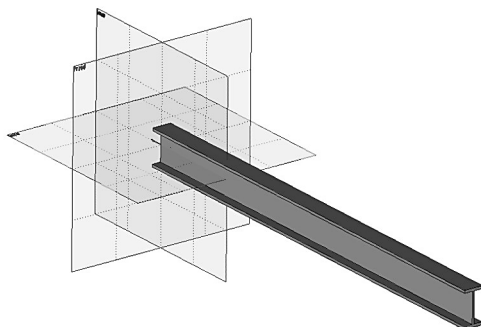
**Rys. 4.** Widok zarysu belki z zaznaczonymi liniami konstrukcyjnymi

**Fig. 4.** View of the beam profile with constructional lines marked



**Rys. 5.** Widok zarysu belki z zaznaczonymi liniami graficznymi

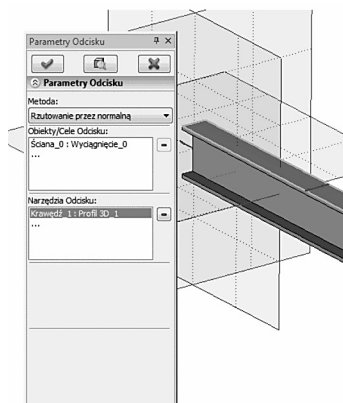
**Fig. 5.** View of the beam profile with graphical lines marked



**Rys. 6.** Model 3D analizowanej belki  
**Fig. 6.** 3D model of the analysed beam

W dalszej kolejności posługując się narzędziami do tworzenia brył wykonywane jest tzw. wyciągnięcie elementu na długość równą 1,0 m. Uzyskany efekt powinien odpowiadać szkicowi pokazanemu na rysunku 6.

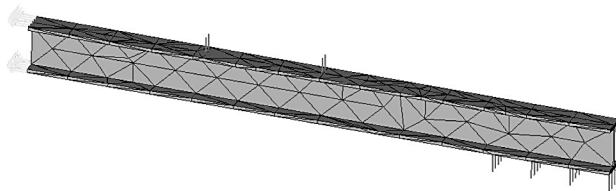
Ponieważ belka jest obciążona dwiema siłami skupionymi, oraz obciążeniem równomiernie rozłożonym kolejnym krokiem jej modelownia musi być tzw. „przygotowanie belki” do przyłożenia sił. W tym celu górną i dolną powierzchnię belki należy odpowiednio podzielić czyli dokonać jej partycjonowania. Polega to na tym, że początkowo wybiera się np. górną powierzchnię (górnej półki) i wykonuje na niej szkic, gdzie linia graficzna jest prostopadła do osi belki i oddalona od jej „zamurowanego” końca o 30 cm. Po opuszczeniu szkicu, z górnego menu należy wybrać kolejno „Operacje”/”Ściana”/”Podziel Ścianę”/”Odciskania”. W oknie dialogowym „Parametry Odcisku” (rys. 7) należy jako cel odcisku wybrać płaszczyznę, którą planuje się podzielić, natomiast narzędziem odcisku jest wcześniej utworzony szkic (odcinek linii graficznej), który wskazuje się bezpośrednio na modelu.



**Rys. 7.** Widok etapu modelownia belki w momencie tworzenia odcisku  
**Fig. 7.** View of the beam modelling stage at the time when the imprint is being created

Należy także wybrać metodę „Rzutowanie przez normalną”, a całą procedurę powtórzyć dwukrotnie dla górnej i dolnej powierzchni belki. Gdy już jest utworzony model belki, można przejść do górnego menu w programie i wybrać kolejno polecenia: „Analiza”/”Nowe Badanie”/”Badanie MES”, w celu analizy pracy elementu konstrukcyjnego pod zadaniem obciążeniem. W wersji studenckiej do dyspozycji jest tylko analiza ekspresowa, zatem w oknie „Właściwości” należy wskazać wcześniej utworzoną belkę. W tym samym oknie można również odznaczyć polecenie tworzenia siatki, tak żeby analizowany model był bardziej czytelny podczas wskazywania krawędzi lub płaszczyzn. Dalszy etap modelowania można kontynuować od utworzenia „zamurowania” w jednym końcu belki. W wersji studenckiej jest to jedyna możliwość, ponieważ nie można odbierać poszczególnych stopni swobody, z uwagi na nieaktywność polecenia „Opcje Kontakt”. „Zamurowania” dokonuje się poprzez wybranie polecenia „Analiza”/”Umocowanie”/”Pełne Umocowanie”. Po wybraniu odpowiedniej płaszczyzny i zatwierdzeniu polecenia w oknie roboczym pojawią się żółte symbole zaznaczone w lewym końcu belki. Kolejnym etapem w procesie modelowania schematu belki jest zadanie obciążenia. W tym celu z górnego menu wybiera się opcje: „Analiza”/”Obciążenie”/”Siła” i wskazuje utworzoną poprzez podział powierzchni krawędź. W oknie dialogowym „Parametry Siły”, podaje się wartość siły  $F_1$  równą 400 N, natomiast w zakładce „Kierunek” odpowiedni wektor siły. Procedurę taką powtarza się jeszcze dwukrotnie celem zdefiniowania siły  $F_2$  oraz obciążenia  $q$  jako nacisku. Ponieważ w rozwiązywanym zadaniu założono, że  $q$  będzie wyrażone w [N/m], stąd chcąc przejść od natężenia obciążenia do nacisku w [N/m<sup>2</sup>] zadawanym w polu „Wartość”  $q$  trzeba podzielić przez szerokość belki równą 42 mm. Wtedy nacisk wyniesie 47619,05 Pa. Obciążenie  $q$  można też przyłożyć posługując się obciążeniem „Siła” wtedy  $q$  w [N/m] należy pomnożyć przez długość tej części belki, na którą ono działa czyli 300 mm. W wyniku uzyska się 400 N. W oknie dialogowym należy wtedy wskazać całą powierzchnię o szerokości 42 mm i długości 300 mm. Stosując pierwszą lub drugą metodę wynik oczywiście pozostanie taki sam.

Ostatnim etapem przed rozpoczęciem obliczeń numerycznych jest nałożenie siatki elementów skończonych na badaną belkę (rys. 8). W tym celu z górnego menu wybiera się „Analiza”/”Siatka”. W oknie dialogowym „Parametry Siatki” można tylko manipulować suwakiem pomiędzy dwiema skrajnymi możliwościami zgrubnej lub gładkiej siatki.



Rys. 8. Siatka elementów skończonych w analizowanej belce

Fig. 8. Finite element mesh of the analysed beam

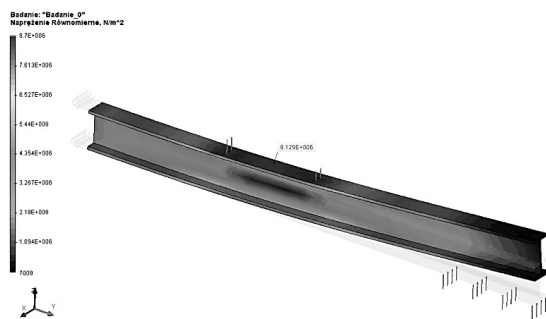
Dobrym nawykiem jest w tym momencie dokonanie zapisu, gdyż podczas generacji siatki mogą pojawić się błędy lub proces może być długotrwały. Jeśli pojawią się błędy podczas generacji siatki należy spróbować jej tworzenia przy innym położeniu suwaka. Postępy w generowaniu siatki są sygnalizowane w oknie programu, natomiast w końcowym etapie tego kroku modelowania wyświetlany jest raport m.in. z informacją o ilości elementów, np. w przypadku rozpatrywanej belki ta liczba wynosiła 762.

## Definiowanie materiału

W programie *T-F* jest do dyspozycji duża baza materiałów z informacjami niezbędnymi do przeprowadzenia symulacji *MES*, natomiast domyślnym materiałem w programie jest stal. Szczególnie istotne są informacje dotyczące: modułu sprężystości podłużnej, ilorazu Poissona, oraz naprężeń dopuszczalnych potrzebnych do uzyskania informacji o współczynniku bezpieczeństwa analizowanego elementu. Gdy w badaniach uwzględnia się grawitację lub przepływ ciepła (nie dotyczy to wersji studenckiej) wtedy niezbędne stają się informacje o gęstości materiału oraz przewodnictwie cieplnym czy ciepłe właściwym. W programie istnieje możliwość edytowania tych danych oraz tworzenia specyfikacji własnego materiału.

## Numeryczna analiza wyężenia belki

Po ukończeniu generowania siatki przystępuje się do rozpoczęcia symulacji obliczeniowych. W tym celu z górnego menu należy wybrać „Analiza”/”Znajdź” Rozwiązanie”, a po ich ukończeniu można rozwinąć drzewo modelu aż do poziomu „Wyniki” i kliknąć dwukrotnie na tzw. naprężenia równomierne, które w nomenklaturze wytrzymałości materiałów oznaczają naprężenia zredukowane. W dokumentacji programu jest podana zależność z jakiej są one wyznaczone. Jest to hipoteza wyężeniowa HMM. Wyznaczony rozkład naprężeń zredukowanych pokazano na rysunku 9.



**Rys. 9.** Rozkłady naprężeń zredukowanych na długości belki  
**Fig. 9.** Distributions of stresses reduced on the beam length



Można z niego odczytać, że maksymalne wartości naprężeń występują na górnych powierzchniach pólek pomiędzy siłami  $F_1$  i  $F_2$ . Wartość naprężeń w dowolnym punkcie belki można uzyskać poprzez dwukrotne kliknięcie w to miejsce. Maksymalna wartość  $\sigma$  odczytana z okna programu wynosi 8,129 MPa i porównując ją z wartością teoretyczną równą 8,154 MPa można stwierdzić, że program staje się użytecznym narzędziem przy wizualizacji pracy takich elementów konstrukcyjnych jak belki, pozwalając uzyskać wyniki prawie w 100% zgodne z obliczeniami teoretycznymi (różnica pomiędzy analizowanymi wartościami wyniosła 0,31%).

## Edytowanie wyników

Bardzo ważnym oknem dialogowym przy edytowaniu wyników jest okno „Właściwości Kolorowania”. Uzyskuje się do niego dostęp z okna „Właściwości Widoku”, po wybraniu z górnego menu „Analiza”/”Okno Wyników”/”Właściwości” a następnie przycisku „Konfiguracja”. W oknie „Właściwości Kolorowania” można dokonać edycji dwóch ważnych parametrów na skali wyników. Pierwszy z nich dotyczy maksymalnej i minimalnej wartości analizowanych parametrów, co pozwala np. na podanie przedziału naprężeń i odnalezienie w ten sposób miejsca najbardziej wyęźżonego w elemencie. Drugi parametr dotyczy ilości wyświetlanych wartości przypisanych do kolorów. Domyślnie jest to wartość 7 nie licząc wskazań skrajnych.

## PODSUMOWANIE

Zastosowanie nowoczesnych programów komputerowych pozwala na precyzyjne, bezpieczne i optymalne obliczanie przekrojów a co za tym idzie ograniczenie kosztów związanych z realizacją projektu.

Przedstawiony w artykule prosty przykład obliczeniowy rozwiązywany często na zajęciach z przedmiotu Wytrzymałość Materiałów wskazuje na duże walory dydaktyczne jakie niesie ze sobą moduł analizy ekspresowej programu  $T-F$  w wersji studenckiej. Porównanie wartości naprężeń uzyskanych na podstawie obliczeń standardowych, oraz podczas symulacji numerycznych wskazuje na prawie idealną zbieżność w uzyskiwanych wynikach o czym świadczy różnica pomiędzy poszczególnymi wartościami naprężeń wynosząca jedynie 0,31%. Stąd modelowanie przestrzenne jak również bezpośrednie prowadzenie wirtualnych badań wytrzymałościowych powinno być nierozdzielalnym elementem takich przedmiotów jak rysunek techniczny, podstawy konstrukcji maszyn czy wytrzymałość materiałów i powinno być traktowane jako niezbędna pomoc dydaktyczna szczególnie na studiach II stopnia. Wskazane byłoby, żeby prowadzenie badań wirtualnych było poprzedzone nabraniem odpowiedniego doświadczenia i pewności co do otrzymywanych wyników. Można tego dokonać np. poprzez obliczanie różnych mniej lub bardziej skomplikowanych zagadnień wytrzymałościowych, które łatwo jest rozwiązać analitycznie

bazując na wiadomościach z wytrzymałości materiałów, a wyniki można później porównać z wartościami ustalonymi w programie komputerowym.

Konfrontacja i zbieżność uzyskanych wyników analitycznych z wartościami wyznaczonymi na podstawie symulacji numerycznych powinna wspierać proces dydaktyczny.

## LITERATURA

1. Golewski G.L.: Konstrukcja żelbetowego garażu naziemnego obliczanego jako ustrój płytowo – słupowy MES. *Drogownictwo*, 6, 2011: 204–208.
2. Golewski G.L.: Wykorzystanie programu T-FLEX do analizy rozwoju pęknięć w kompozytach betonowych. *Materiały Budowlane*, 12, 2007: 14-16.
3. Golewski P., Golewski G.L.: Numeryczne modelowanie pracy sprężonych stropowych płyt kanałowych z otworami. *Materiały Budowlane*, 5, 2011: 18–21.
4. Golewski P., Golewski G.L.: Przykłady zastosowania programu Solidworks w obliczeniach inżynierskich MES. *Materiały Budowlane*, 12, 2008: 3–6.
5. Korga S.: Wykorzystanie programu Solidworks do modelowania przedmiotów na przykładzie wieszaka na ubrania. *Postępy Nauki i Techniki*, 3, 2009: 108–117.
6. Oleszek G.: Projektowanie 2D/3D w T-FLEX Parametric CAD 9.0. *Design News*, 10, 2005, 24–25.
7. Penkała P.: Modelowanie złożenia silnika w programie solid edge. *Postępy Nauki i Techniki*, 10, 2011: 5-13.
8. Sadowski T., Golewski P.: Multidisciplinary analysis of the operational temperature increase of turbine blades in combustion engines by application of the ceramic thermal barrier coatings (TBC). *Computational Materials Science*, 50, 2011, 1326–1335.
9. Sikora J.: Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych. *Podstawy metody elementów skończonych i metody elementów brzegowych*. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin 2011.
10. Walczak M., Różycki Ł.: Analiza stanu naprężeń w twardych tkankach zębów na przykładzie dolnego siekacza z wykorzystaniem metody MES. *Postępy Nauki i Techniki*, 11, 2011: 107–114.

## THE USE OF T-FLEX PROGRAM FOR SOLVING PROBLEMS OF STRENGTH OF MATERIALS, BASED ON THE EXAMPLE OF THE BENDING BEAM

### Summary

T-FLEX program is used for modelling elements and constructions. Thanks to its functional characteristics, the program is used for designing products in numerous branches of industry including, e.g.: automotive, electrical, mechanical, furniture and construction industries. The aim of the study was to present the possibilities of using T-FLEX program for didactic purposes during exercises in Strength of Materials by analyzing a classic example of the bending beam using the analytical method and the computer simulations. The comparison of the stress values from both calculations, which are almost in 100% convergent, demonstrates that T-FLEX program is a useful tool for visualizing the behaviour of constructional elements.

**Key words:** T-FLEX program, Finite element method, bending beam, stress analysis.