Marek A. Jakubowski*

ZASTOSOWANIE REGRESJI ROZMYTEJ W BADANIACH PEDAGOGICZNYCH

Streszczenie. Celem artykułu jest przedstawienie podstawowych pojęć systemów rozmytych oraz zwięzły opis najważniejszych metod modelowania matematycznego. Zebrane informacje powinny zainteresować większość pedagogów, szczególnie zajmujących się zarządzaniem szkołą, ze względu na udane implementacje systemów rozmytych w zarządzaniu. Przedstawiono klasyczne metody przydatne w działalności nauczyciela dla określania związków ilościowych i jakościowych w ocenie zajęć dydaktycznych oraz metody współczesne wykorzystujące aparat matematyczny zbiorów rozmytych. W podsumowaniu stwierdzono, że do budowy modeli logiki rozmytej w wielu przypadkach dużą przydatność mają metody sieci neuronowych.

1. WSTĘP

W związku z narastającą konkurencją na rynku edukacyjnym oraz niżem demograficznym szkoły rywalizują o zdobycie uczniów czy studentów.

Wszystkie szkoły pojmowane są jako przedsięwzięcia biznesowe w dziedzinie relacji publicznych (public relations) [1]. Barnes [2] definiuje w następujący sposób pojęcie marketingu szkolnego: „Jest to filozofia i systematyczne podejście do zarządzania szkołą, którego celem jest tzw. „serwis edukacyjny” zorientowany na konsumenta. Podejście to obejmuje:
– identyfikację potrzeb i pragnień specyficznego klienta;
– projektowanie (z uwzględnieniem wprowadzonych stopniowo standardów edukacji ogólnej i zawodowej oraz tzw. etosu zawodowego) odpowiedniego serwisu edukacyjnego w celu zaspokojenia potrzeb i pragnień klienta;
– komunikację klientów istniejących i planowanych serwisów edukacyjnych oraz dostarczenie pożądanego „producenta klientom”.

Należy podkreślić fakt, że zdefiniowany marketing szkolny różni się od marketingu klasycznego tym, że nie kładzie się głównego nacisku na maksymalizację zysku biznesu, lecz bardzo mocno akcentuje się rolę tzw. „wartości socjalnej”, jako głównego celu serwisu edukacyjnego.

* Marek A. JAKUBOWSKI – Katedra Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska.

W opisanej sytuacji poszczególne szkoły zostają zmuszone do opracowania ciągłej aktualizacji strategii biznesowej (wychodząc od tzw. „misji szkoły"), która powinna uwzględniać, między innymi, wysoką elastyczność, krótsze czasy przygotowania nowej oferty edukacyjnej oraz podwyższoną jakość. Wspomniane główne cechy strategii biznesowej zwiększają konkurencyjność danej szkoły i umacniają jej pozycję na wolnym rynku.

Osiągnięcie podwyższonych celów możliwe jest tylko z wykorzystaniem najnowszych osiągnięć technologii komputerowych i metod przetwarzania danych i wiedzy. Stąd wzrastająca rola systemów baz wiedzy i metod sztucznej inteligencji, jak: systemy eksperckie, systemy rozmyte, najnowsze metody tzw. inteligentnych obliczeń (połączenie technologii sztucznych sieci neuronowych i systemów rozmytych).

W obecnej sytuacji gospodarczej „klient" systemu edukacji stanowi szybko zmieniający się cel. Bardzo szybko i ciągle zmieniają się jego potrzeby [3].

Każda szkoła i placówka oświatowa usługowa musi wciąż zmieniać swoją strategię rozwoju, elastyczność, przede wszystkim jednak jakość i konkurencyjność. Powyższe cele można osiągnąć tylko poprzez integrację dotychczasowych i nowych metod technologii informatycznych jak np. systemy logiki rozmytej, sieci neuronowych i algorytmów genetycznych.

2. SYSTEMY ROZMYTE I ICH ROLA WE WSPÓŁCZESNEJ GOSPODARCE

W klasycznej teorii mnogości, która swój rozwój zawdzięcza pracom G. Cantona (1871–1883), pojęcia „zbiór" i relacja „element zbioru" są pojęciami pierwotnymi. Jak wiadomo zbiór A jest dobrze opisywany przez tzw. funkcję charakterystyczną $ë_A$. Pojęcie to wprowadził w 1950 roku de la Valee Poussin [4].

Możliwości stosowania do opisu zjawisk rzeczywistych metod opierających się na logice dwuwartościowej są ograniczone. Nie można, bowiem przeprowadzić „ostrego" podziału dychotomicznego tych zjawisk.

Bardzo często mamy do czynienia z „sytuacjami nieostrymi", mało precyzyjnymi, w których trudno ustalić granicę między prawdą i fałszem, np. spróbujmy wyodrębnić w zbiorze liczb rzeczywistych zbiór liczb małych. Jak to zrobić? Możemy np. stwierdzić, że liczba 4 jest mniejsza od liczby 5, ale czy to oznacza, że 4 jest małe, a 5 już nie?

Jeżeli podstawowe trudności z dokładnym określeniem przynależności elementu do zbioru pojawiają się już w tak prostych przypadkach, łatwo sobie wyobrazić sytuacje bardzo złożone. W przypadku złożonych systemów z udziałem człowieka (systemy edukacji, gdzie ludzkie sądy, postawy, przekonania odgrywają ważną rolę) badacz, mający do dyspozycji jedynie arystotelesowską logikę doświadczalną jest często bezradny.

Wspomniana „bezradność" jest w przypadku badania systemów edukacji i procesów kształcenia bardzo często nieświadoma. Zdecydowana większość z nich nie zna bowiem podstaw i możliwości aplikacyjnych systemów rozmytych i innych współczesnych metod „sztucznej inteligencji". Przyczyną tego faktu jest niechęć większości pedagogów do matematyki i nauk ścisłych.

Należy podkreślić fakt dużego wkładu polskich uczonych w rozwój teorii podzbiorów rozmytych. Za twórcę tej teorii uważany jest Lofti A. Zadeh, którego praca z 1965 r. zapoczątkowała jej rozwój [5]. W pracach przedwojennych S. Leśniewskiego, można spotkać określenia „nieostry", które dotyczyło wyrażeń. W latach pięćdziesiątych pojawiło się w pracach innego polskiego uczonego T. Kubińskiego pojęcie zbioru nieostrego. Terminem tym określone zostały zbiory, w których przejście od pełnej przynależności do jej braku odbywa się łagodnie – zbiór nie ma ostrych granic [6, 7].

Nie potrzeba nikogo przekonywać, że systemy edukacji i procesy kształcenia, stanowią typowy przykład wyżej wymienionych obiektów. Stanowią tezę, że od czasów H. Franka (Kybernetische Pedagogik, D. Meder [8]) zastosowanie wybranych metod teorii podzbiorów rozmytych w ujęciu teoretycznym oraz programów komputerowych systemów rozmytych np. fuzzyTECH w praktyce szkolnej i w zarządzaniu szkołą, stanowią potencjalnie nowy paradygmat rozwoju komputerowo wspomaganej organizacji i kierowania tymi systemami. Podstawowa przeszkoda to nikła znajomość teorii i oprogramowania w gronie potencjalnych użytkowników, stąd potrzeba opracowań popularyzatorskich.

3. WPROWADZENIE DO KLASYCZNEJ ANALIZY REGRESJI

Analiza regresji stanowi uniwersalny aparat matematyczny często stosowany do badania zależności statystycznych w pedagogice. Metoda analizy regresji umożliwia wyznaczanie opisu matematycznego obiektów o nieznanych charakterystykach na podstawie obserwacji wartości wejść i wyjść.

Z reguły, zależności obserwowane w praktyce są zależnościami stochastycznymi, tzn. zależnościami niejednoznacznymi. Istotą zależności stochastycznej pewnej zmiennej losowej Y od zmiennej losowej X jest jednoznaczna zależność rozkładu prawdopodobieństwa Y od wartości x przybranej przez zmienną losową X.

Mówimy na przykład, że zmienna losowa Y jest zależna stochastycznie od zmiennej losowej X, jeśli dystrybuanta F zmiennej losowej Y przy warunkach X=x jest nie tylko funkcją wartości y zmiennej losowej Y, lecz i wartości x.

$$F(y/x)=P(Y<y/X=x)=f(y,x) \qquad (1)$$

Przy wyznaczaniu opisu matematycznego obiektu najbardziej interesuje nas wartość oczekiwana zmiennej losowej Y przy warunku X=x. Jeśli warunkowa wartość oczekiwana zmiennej losowej Y jest funkcja x [9]

$$E(Y/X=x)=f(x) \qquad (2)$$

to mówimy o korelacji między zmiennymi losowymi Y i X.

Przyjmiemy, że w chwilach N są znane wartości wejść

$$
\begin{array}{c}
x_{11}, x_{12},..., x_{1S}, y_1 \\
x_{21}, x_{22},..., x_{2S}, y_2 \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
x_{N1}, x_{N2},..., x_{NS}, y_N
\end{array}
$$

przy czym:

x_{ns} – wartość wejścia x_s w chwili n,
y_n – wartość wyjścia y w chwili n.

Naszym celem jest wyznaczenie charakterystyki zastępczej o postaci wybranej arbitralnie

$$\acute{y} = f(x_1, x_2,...,x_S; b_0, b_1, b_2,...,b_k) \qquad (3)$$

zawierającej k+1 nieznanych współczynników b_k (k=0, 1, 2,..., k< N-1). Dla zadanej chwili czasowej n funkcja (3) przyjmuje wartość

$$\acute{y}_n = f(x_{n1}, x_{n2},...,x_{nS}; b_0, b_1, b_2,...,b_k) \qquad (4)$$

Charakterystyka (4) aproksymuje rzeczywistą charakterystykę obiektu niewyznaczalną z powodu niemierzalności zakłócenia z w kolejnych chwilach n (n = 1, 2, ..., N), a także często z powodu nieznajomości kształtu nieliniowej charakterystyki obiektu.

Charakterystyka (3) aproksymująca charakterystykę (1) jest często zwana modelem matematycznym obiektu.

Z reguły przyjmujemy, bez specjalnego zmniejszania ogólności rozważań, że funkcje regresji są liniowe względem nieznanych parametrów

$$\acute{y}_n = \acute{y}(x; b_0, b_1, b_2,...,b_k) = b_0 + b_1 f_1(x) + b_2 f_2(x) + ...+ b_K f_K(x) \qquad R(5)$$

oznaczając

$$x = [x_1, x_2, ..., x_S] \qquad (6)$$

przy czym funkcje $f_K(x)$ dla k = 1, 2, ..., K są znane, liniowo niezależne, aczkolwiek w przypadku ogólnym mogą być nieliniowe.

4. POSYBILISTYCZNA ANALIZA REGRESJI Z WYKORZYSTANIEM PROGRAMOWANIA LINIOWEGO

Krótko przedstawię metodę tzw. posybilistycznej analizy regresji dla dwóch przypadków: 1) liniowego modelu interwałowego dla danych rzeczywistych, 2) dla tego samego modelu, lecz z danymi interwałowymi.

W latach osiemdziesiątych wprowadzono tzw. liniowy model rozmyty z wykorzystaniem programowania liniowego z użyciem tzw. trójkątnych liczb rozmytych [10].

Niech $X_j = (X_{1j}, X_{2j}, ..., X_{nj})$ stanowi wektor danych wejściowych, Yj odpowiednio wektor danych wyjściowych. Liniowy model interwałowy można przedstawić jako:

$$Y(X_j) = A_0 + A_1X_{1j} + ...+ A_nX_{nj} \tag{7}$$

gdzie $Y(X_j)$ stanowią prognozowane interwały odpowiadające wektorowi wejściowemu X_j.

4.1. Matematyka interwałowa

Dużymi literami alfabetu łacińskiego A, B, ..., Z oznaczamy tzw. interwały. Interwał definiujemy jako parę uporządkowaną:

$$A = [a_l., a_R] = \{ a: a_L \leq a \leq a_R\} \tag{8}$$

gdzie: a_l – stanowi zakres interwału, a_R – odpowiednio prawy zakres interwału A.

A można także określić podając jego centrum i promień:

$$A = <a_C, a_W > = \{ a: a_C - a_W \leq a \leq a_C + a_W\} \tag{9}$$

gdzie: a_C – stanowi centrum interwału,
a_W – promień (jest on równy połowie tzw. szerokości interwału).

Centrum i promień można obliczyć wg następujących zależności:

$$a_C = (a_R + a_l./2) \tag{10}$$

$$a_W = (a_R - a_l./2) \tag{11}$$

Zastosowanie pojęcia interwału w matematyce znane jest jako tzw. „matematyka interwałowa” (szczegóły można znaleźć w literaturze [11,12]). Podstawowe operacje matematyki interwałowej ilustrują następujące zależności:

$$A + B = <a_C, a_W > + <b_C , b_W> = < a_C + b_c , a_w + b_w> \tag{12}$$

$$K_A = K <a_C, a_W > = <Ka_C , [K] a_w> \tag{13}$$

gdzie K – liczba rzeczywista.

4.2. Liniowy model interwałowy

Liniowy model interwałowy można sformułować na podstawie powyższych zależności:

$$Y(X_j)=A_0+A_1X_{1j}+...+AnX_{nj}=<a_{0c}, a_{0w}>+<a_{1c}, a_{1w}>+... +<a_{nc}, a_{nw}>X_{nj}=<Yc(Xj), Y_W(X_j)> \tag{14}$$

$$Y_C(X_j) = a_{0c} + a_{1c}X_{1j}+...+ a_{nc}X_{nj} \tag{15}$$

$$Y_W(X_j) = a_{0w} + a_{1w}[X_{1j}]+...+a_{nw}[X_{nj}] \tag{16}$$

Gdzie $Y_C(X_j)$ stanowi centrum, $Y_{xy}(X_j)$ promień prognozowanego interwału $Y(X_j)$.

4.3. Liniowy model interwałowy z wykorzystaniem prognozowania liniowego

Problem prognozowania liniowego można sformułować w następujący sposób (problem minimalizacji dla danych pomiarowych) [13]:

$$\text{Min } y_v(x_1) + y_v(x_2) +...+ y_v(x_m) \tag{17}$$

$$\text{Dla } y_j \in Y(X_j)\ ,\ j = 1, 2,...,m \tag{18}$$

$$a_{iw} \geq 0;\ i = 0, 1, 2,..., n \tag{19}$$

Zgodnie z warunkiem (19) promień parametrów interwałowych jest zawsze dodatni. Na podstawie zależności (14) – (16) problem programowania liniowego można alternatywnie sformułować w następujący sposób:

$$Min\sum_{j=1}^{m}(a_{0w} + a_{1w}\left|x_{1j}\right| + ... + a_{aw}\left|x_{nj}\right|) \tag{20}$$

$$dla\ a_{0c} + \sum_{i=1}^{n} a_{1c}x_{1j} - a_{0w} - \sum_{i=1}^{n} a_{iw}\left|x_{ij}\right| \leq y_j, j = 1,2....m, \tag{21}$$

$$a_{0c} + \sum_{i=1}^{n} a_{1c}x_{ij} + a_{0w} + \sum_{i=1}^{n} a_{iw}\left|x_{ij}\right| \geq y_j, j = 1,2....m \tag{22}$$

$$a_{iw} \geq 0;\ i = 0, 1, 2, ..., n$$

Parametry interwałowe modelu $A_i = \langle a_{ic}, a_{iw} \rangle$ oblicza się poprzez rozwiązanie problemu (20) – (22).

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Przy stosowaniu klasycznych metod modelowania matematycznego, np. działalności nauczyciela lub mikrosystemów nauczania i uczenia się, badacz napotyka często na znaczne trudności przy określaniu związków ilościowych. Uniemożliwiają one budowę modelu bez wprowadzenia ograniczeń, albo dają w rezultacie model zbyt skomplikowany, by mógł być stosowany w praktyce (np. model BLMPSZ [14]).

Z dotychczasowych badań wynika, że lepsze rezultaty daje wzorowanie się na charakterystykach jakościowych (otrzymywanych na podstawie badań z wykorzystaniem dobrze opracowanych kwestionariuszy np. kwestionariusze Kruszewskiego oceny zajęć dydaktycznych, kwestionariusze wypalenia zawodowego).

Następny krok to wykorzystanie aparatu matematycznego teorii podzbiorów rozmytych. Punktem wyjścia do tworzenia modeli rozmytych mogą być także opisy i opinie ekspertów – ludzi mających doświadczenie w obserwacji zjawisk lub prowadzenia procesów. Ze względu na dużą pracochłonność, koszty budowy systemu eksperckiego, postulujemy wykorzystanie w tym przypadku metod sieci neuronowych do budowy prostych modeli typy „we – wy", następnie logiki rozmytej.

LITERATURA

1. Oxley H.: The of Public Reletions. Kogan Page, London 1987.
2. Barnes C.: Practical Marketing for school. Blackwell, Oxford 1993.
3. Dean I.: Managing the Primary School. Routledge, London – N. York 1995.
4. de la Vallee Poussin Ch.: Integrales de Lekesque, fouctions d'ensemble, classes de Baire. Gauthiar – Villars, Paris 1950.
5. Zadeh L.A.: Fuzzy Sets. *Inf. Control* 8, 1965: 338–353.
6. Kubiński T.: Nazwy nieostre. *Studia Logica* 7, 1958: 115–179.
7. Kubiński T.: An Attempt to Bring Logic Near to Colloquial Language. *Studia Logica* 10, 1960: 61–75.
8. Frank H.: Kybernetische Grundlagen der Pedagogik. Baden–Baden 1968.
9. Mańczak K.: Technika Planowania Eksperymentu. WNT, Warszawa 1976.
10. Tanaka H., Uejima S., Asai K.: Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Trans. Syst. Man. Cybernet*, SMC – 12: 903–907.
11. Alefeld G., Herzberger I.: Introduction to interval computations. Academic Press, N. York 1983.
12. Moore R.E.: Methods and applications of interval analysis. SIAM (Society for Industral and Applied Mathematics), Philadelphia 1979.
13. Kacprzyk I., Fedrizzi M. (Ed.): Fuzzy Regression Analysis. H. Tanaka, H. Ishibushi, Possibilistic regression analysis based on linear programming. Springer Verlag, Omni-Tech Press. Warsaw – Heidelberg 1992: 47–61.
14. Peeke G.: Mission and change. Institutional mission and its applications to the management of further and higher education. The Society for Research into Higher Education and Open University Press, London 1994.
15. Ishibushi H., Tanaka H.: Identification of fuzzy parameters by interval regression models. *Electronics and Communications in Japan* Part 3, 73, No 12/1990: 19–27.
16. Melezinek A.: Pedagogika inżynierska. Metodologia nauczania techniki. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.

Application of fuzzy regression in pedagogies research

Summary. The paper goal is to describe an essential ideas of fuzzy systems and most important modelling methods as well. Assembled information should be interested for pedagogues, especially school managers, because of successfully implementations of fuzzy systems in management. The classic methods were presented to use by teachers to define quantitative and qualitative connections for lessons estimation and the modern methods as well, with mathematical appliances of fuzzy systems. For modelling of fuzzy systems there are a lot of cases of neural networks applied, concluded.