

Sławomir Drapik, Andrzej Kobielski, Janusz Prusak

Fluktuacja obciążeń podstacji trakcyjnych w ujęciu teorii szeregów czasowych

Obciążenia trakcyjne charakteryzują się bardzo dużą fluktuacją ich wielkości. Stanowi to przyczynę istotnych trudności między innymi przy właściwym doborze parametrów urządzeń zasilających, czy też wyborze zakresu działania zabezpieczeń. W pracach [2-5, 7, 9, 10] przedstawiono zastosowanie wybranych metod statystycznych dla poszerzenia opisu tej zmienności. W wyniku tych analiz uzyskano interesujące i wartościowe rezultaty pozwalające na szerszy opis badanych procesów.

Zastosowanie wspomnianych klasycznych metod statystycznych jest jednak niewystarczające, bowiem bardzo istotny czynnik następstwa czasowego mierzonych wartości prądów trakcyjnych nie jest w tych metodach uwzględniany, a jest on ważny, np. przy ocenie warunków termicznych pracy urządzeń zasilających w podstacjach trakcyjnych.

Konieczność uwzględnienia czasu (następstwa czasowego) w badaniach zmienności obciążeń trakcyjnych wymaga zastosowania innych narzędzi badawczych. Jednym z takich narzędzi wydaje się być teoria szeregów czasowych.

W analizie czasowej zjawisk (sygnałów) prądowych stosowane są inne metody, takie jak: krótkookresowa transformata Fouriera STFT (*Short-Time Fourier Transform*) lub metoda ESPRIT (*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*) i inne [11]. Jednakże metody te należą do klasy metod czasowo-częstotliwościowych, które w przypadku trakcji prądu stałego są nieskuteczne. Publikacja [11] dotyczy badań prądu po stronie zasilania podstacji trakcyjnej, zatem prądu przemiennego średniego napięcia.

Teoria szeregów czasowych, stosowana w energetyce, dotyczy jedynie aspektu ekonometrycznego [12, 13], nie zaś zastosowań *stricte* technicznych. Teoria szeregów czasowych powstała w latach 60. XX w. [1, 6], początkowo jako narzędzie ekonometryczne. Z czasem została ona również zastosowana w opisie własności stochastycznych zjawisk i zagadnień fizycznych (np. [8]).

W artykule przedstawiono wybrane przykłady zastosowania teorii szeregów czasowych do analizy zmienności obciążeń trakcyjnych, której rezultatem jest wyznaczenie modeli tych obciążeń, mogących stanowić w przyszłości podstawę działań prognozy stochastycznych.

Modelowanie procesów stochastycznych z wykorzystaniem teorii szeregów czasowych składa się z trzech podstawowych etapów postępowania:

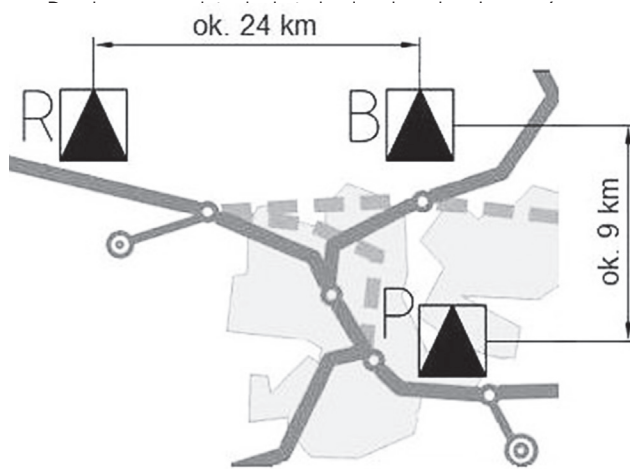
- identyfikacja badanego procesu stochastycznego (szeregu czasowego),
- estymacja i diagnostyka parametrów modelu wynikającego z identyfikacji badanego szeregu czasowego,

- prognozowanie badanego procesu stochastycznego z użyciem jego modelu pod kątem wybranych zastosowań praktycznych.

W artykule przedstawiono, w możliwie zwięzłej postaci, zagadnienia pierwszego etapu badania obciążeń podstacji trakcyjnych z zastosowaniem teorii szeregów czasowych.

Pomiary obciążeń trakcyjnych

Pomiary zmienności obciążeń kolejowych podstacji trakcyjnych przeprowadzono w trzech obiektach zlokalizowanych w aglomeracji krakowskiej. Rozmieszczenie tychże podstacji przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Lokalizacja podstacji trakcyjnych [15]

Pomiary przeprowadzono z częstotliwością 2 kHz [14]. Ze względu na ograniczenia czasowe do przetwarzania zarejestrowanych danych uzyskane zbiory wyników zostały poddane modyfikacjom, polegającym na ich „odchudzeniu”, w wyniku czego uzyskano zbiory z częstotliwością próbkowania 1 Hz. Pozwoliło to na dokonanie obróbki wyników dla fragmentu występującego obciążenia podstacji trakcyjnej w czasie szczytu porannego.

Szeregi czasowe – podstawowe określenia i modele

Szereg czasowy jest zbiorem obserwacji następujących po sobie, czynionych w równych odstępach czasu Δt . Szereg czasowy można zatem traktować jako pojedynczą realizację badanego procesu stochastycznego [1].

W teorii szeregów czasowych przyjmuje się dwa istotne założenia, dotyczące ich charakteru:

- rozważa się wyłącznie szeregi dyskretne,
- obserwacji szeregu dokonuje się co pewien ustalony stały odstęp czasu Δt .

Jeśli zatem istnieje n kolejnych wartości takiego szeregu czasowego, to można go opisać poprzez n -wymiarową zmienną lo-

sową $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ o rozkładzie prawdopodobieństwa $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

W analizie szeregów czasowych wyróżnia się cztery podstawowe typy (klasy) ich modeli. W klasie modeli stacjonarnych są to:

- model autoregresji rzędu p , oznaczany symbolem $AR(p)^*$, opisany równaniem:

$$x_t = c_1 + \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t \quad (1)$$

gdzie:

c_1 – stała,

φ_n – współczynniki wagowe modelu szeregu czasowego, $n \leq p$,

a_t – nieskorelowana zmienna losowa o rozkładzie normalnym $(0, \sigma_a^2)$, tzw. biały szum;

- model średniej ruchomej rzędu q , oznaczany symbolem $MA(q)$, opisany równaniem:

$$x_t = c_2 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2)$$

gdzie:

c_2 – stała,

θ_n – współczynniki wagowe modelu szeregu czasowego, $n \leq q$,

a_t – jak wyżej;

- model autoregresji i średniej ruchomej rzędu (p, q) , oznaczany symbolem $ARMA(p, q)$, opisany równaniem:

$$x_t = c_3 + \varphi_1 x_{t-1} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t - \varphi_1 a_{t-1} - \dots - \varphi_q a_{t-q} \quad (3)$$

gdzie:

c_3 – stała.

Jak łatwo zauważyć równanie (3), opisujące model autoregresji i średniej ruchomej ARMA, jest sumą dwóch wcześniejszych (1) i (2).

Zwykle okazuje się w praktyce, że można otrzymać adekwatny opis obserwowanego szeregu czasowego za pomocą modelu autoregresji AR, średniej ruchomej MA lub modelu autoregresji i średniej ruchomej ARMA, w których rzędy modeli p i q są według [1] nie większe, a często mniejsze niż 2 ($p, q \leq 2$).

Szeregi czasowe niestacjonarne opisuje się za pomocą scałkowanego modelu autoregresji i średniej ruchomej rzędu (p, d, q) oznaczanego symbolem $ARIMA(p, d, q)$. Jest to najogólniejszy typ modelu szeregu czasowego. Zapis i opis modelu ARIMA jest złożony i ze względu na ograniczone ramy tego artykułu zostaje pominięty. Model $ARIMA(p, d, q)$ jest szczegółowo opisany w monografii [1], a także na stronach www.

Parametr d modelu ARIMA (*difference operator*) oznacza operator różnicowania. Rząd operatora różnicowania d oznacza d -krotność poddania procesowi różnicowania obserwowanego niestacjonarnego szeregu czasowego x_t by otrzymać d -ty szereg pochodny x_t^d jako szereg stacjonarny.

Warunkiem stacjonarności obserwowanego szeregu czasowego x_t jest spełnienie trzech następujących warunków:

- wartość oczekiwana $E(x_t)$ jest stała (nie zmienia się wraz ze zmianą chwili t),
- wariancja $\text{Var}(x_t)$ jest stała,
- autokorelacja szeregu zależy tylko od różnicy $(t-n)$, gdzie autokorelacja to statystyka opisująca w jakim stopniu dany wyraz obserwowanego szeregu czasowego x_t zależy od wyrazów go poprzedzających.

Nie wdając się w niuanse formalizmu matematycznego można stwierdzić, że model ARIMA „zawiera w sobie” trzy pozostałe (AR, MA, ARMA).

Etap identyfikacji obserwowanego szeregu czasowego oparty jest na analizie obrazu funkcji autokorelacji (ACF) i autokorelacji cząstkowej (PACF).

$$R_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

w której:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} x_t \quad (5)$$

Autokorelację szeregu czasowego wyznaczana jest z następującego ilorazu:

$$r_k = \frac{R_k}{R_0} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (6)$$

Oszacowanie autokorelacji cząstkowej dokonuje się na podstawie następujących wzorów rekurencyjnych:

$$\Phi_{ll} = r_1 \quad (7)$$

$$\Phi_{ll} = \frac{r_1 - \sum_{j=1}^{l-1} \Phi_{l-1,j} r_j}{1 - \sum_{j=1}^{l-1} \Phi_{l-1,j} r_j} \quad l = 2, 3, \dots, L \quad (8)$$

$$\Phi_{lj} = \Phi_{ll} \Phi_{l-1,j-j}, \quad j = 1, 2, \dots, -1 \quad (9)$$

Przyjmuje się ponadto według [1], że:

$$n > 50, K = \frac{n}{4} \div \frac{n}{5} \quad L \leq K$$

Własności funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej dla poszczególnych klas i rodzajów modeli szeregów czasowych przedstawiono szczegółowo w [1].

Ogólne relacje między obrazem funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej obserwowanego szeregu czasowego a klasą modeli szeregów czasowych przedstawiono w tabeli 1.

Do identyfikacji szeregów czasowych wykorzystuje się również periodogram. Periodogramem szeregu $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ przy częstości

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, \left[\frac{n}{2} \right] \text{ nazywamy funkcję:}$$

$$P(\omega_k) = \frac{1}{n} \left| \sum_{t=1}^n x_t e^{-it\omega_k} \right|^2 \quad (10)$$

Jeżeli ponadto $0 \leq \omega_k < \pi$, to wówczas równanie (10) przyjmuje postać:

* W artykule zachowano symbolikę angielską stosowaną w literaturze: model AR (AutoRegressive model – model autoregresji), model MA (Moving Average model – model średniej ruchomej), model ARMA (AutoRegressive-Moving Average model – model autoregresji i średniej ruchomej), model ARIMA (AutoRegressive-Integrated Moving Average model – scałkowany model autoregresji i średniej ruchomej).

Tabela 1

Funkcje autokorelacji i autokorelacji cząstkowych modelu ARMA

Funkcja	AR(ρ)	MA(q)	ARMA(ρ, q)
Autokorelacja ACF	zanika asymptotycznie	urywa się po ρ odstępach	zanika asymptotycznie
Autokorelacja cząstkowa PACF	urywa się po ρ odstępach	zanika asymptotycznie	zanika asymptotycznie

$$P(\omega_k) = \frac{1}{n} \left| \sum_{l=1}^n x_l e^{-i\omega_k l} \right|^2 = \frac{n}{2} (a_k^2 + b_k^2) \quad (11)$$

gdzie a_k i b_k są współczynnikami Fouriera, a $k = 0, 1, \dots, \left[\frac{n}{2} \right]$.

Periodogram składa się z $\left[\frac{n}{2} \right]$ wielkości opisanych równaniem

(11). Wartości współczynników a_k i b_k obliczane są przy użyciu metody szybkiej transformaty Fouriera (FFT).

Podobnie jak obraz funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej szeregu czasowego, kształt periodogramu pozwala wnioskować o klasie tego szeregu i innych cechach, np. okresowości (sezonowości).

Wyniki badań obciążeń podstacji trakcyjnych jako szeregów czasowych

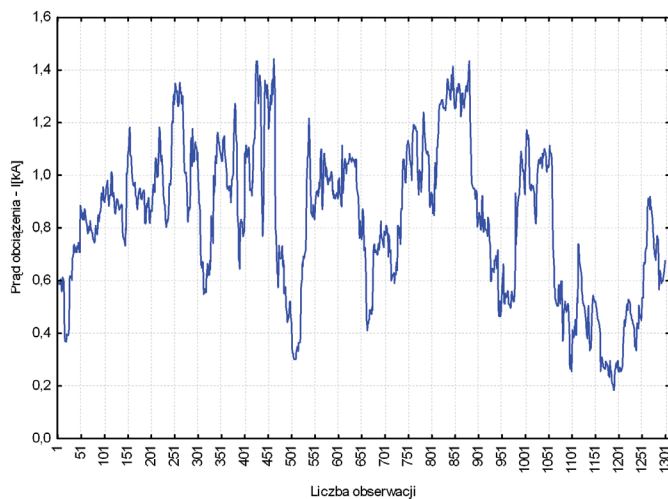
Badania otrzymanych wyników pomiarów przy zastosowaniu metod teorii szeregów czasowych miały trzy podstawowe cele:

- sprawdzenie adekwatności teorii szeregów czasowych w badaniach obciążeń prądowych kolejowych podstacji trakcyjnych,
- wstępną identyfikację modeli obciążeń prądowych kolejowych podstacji trakcyjnych B, P oraz R,
- ocenę skali podobieństwa badanych obciążeń trakcyjnych podstacji w świetle ich zidentyfikowanych modeli.

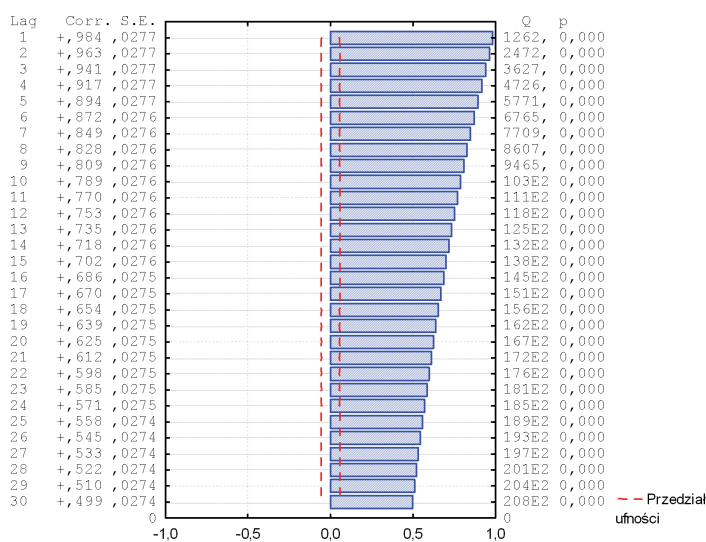
W badaniach wykorzystano pomiary tych obciążeń trakcyjnych, których wstępną analizę statystyczną (zatem statyczną) przedstawiono w pracach [4, 5, 10]. Do celów artykułu wybrano przebiegi obciążeń w szczycie porannym (godz. 6–8).

Przedstawiono podstawowe wykresy funkcji charakterystycznych badanych obciążeń podstacji trakcyjnych – ich funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej oraz periodogramów.

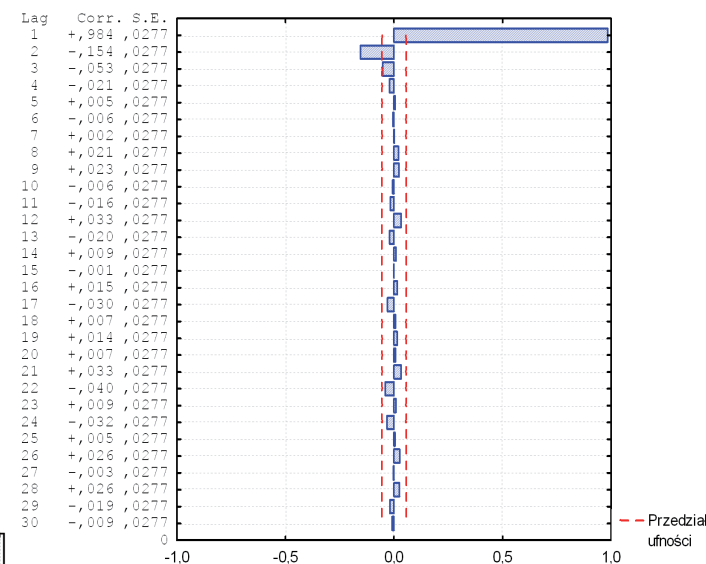
Podstacja trakcyjna B



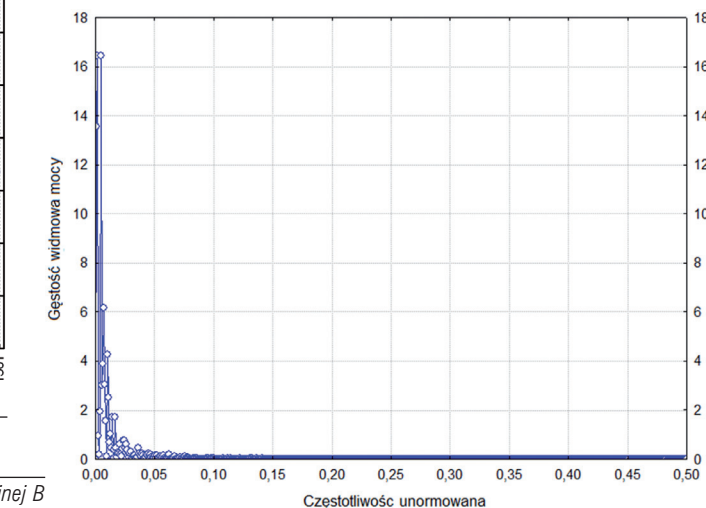
Rys. 2. Obciążenie podstacji trakcyjnej B w szczycie porannym



Rys. 3. Funkcja autokorelacji obciążenia podstacji trakcyjnej B

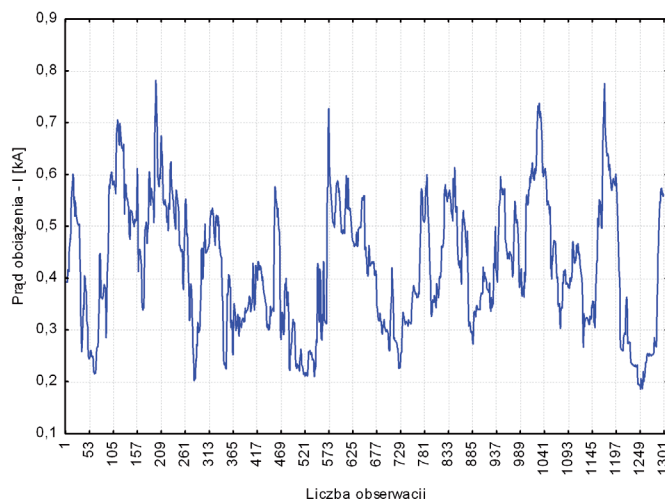


Rys. 4. Funkcja autokorelacji cząstkowej obciążenia podstacji trakcyjnej B

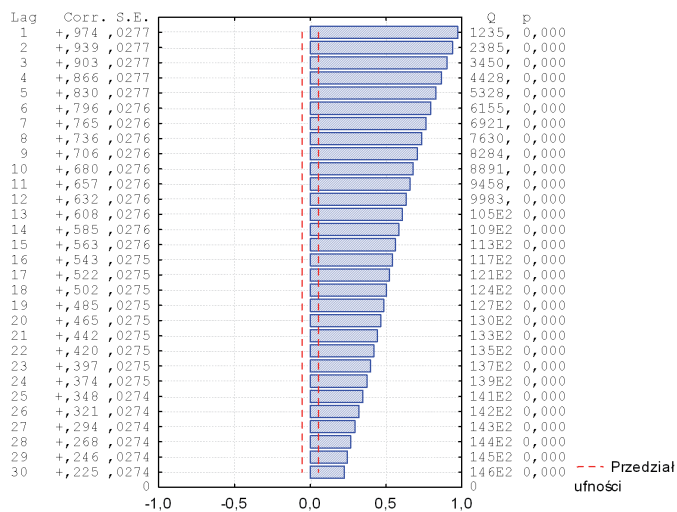


Rys. 5. Periodogram obciążenia podstacji trakcyjnej B

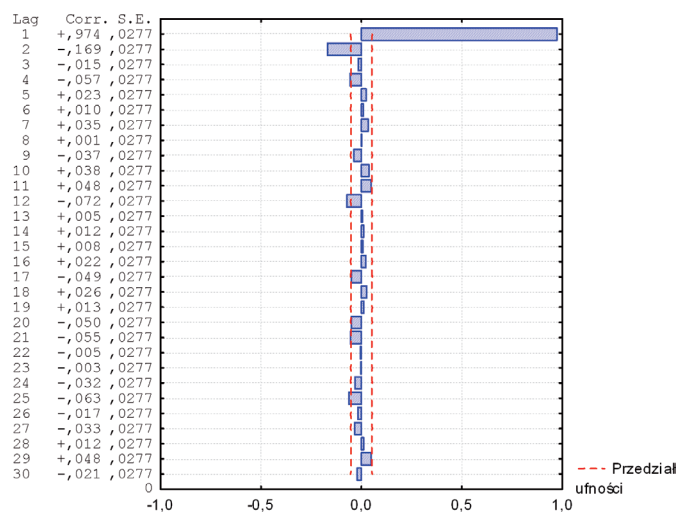
Podstacja trakcyjna P



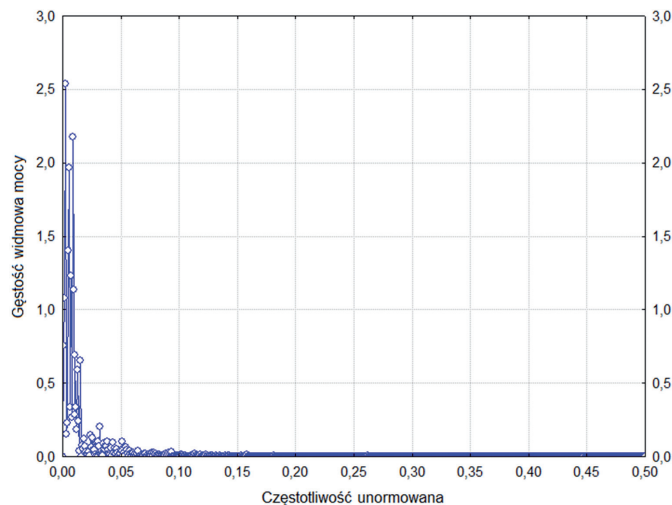
Rys. 6. Obciążenie podstacji trakcyjnej P



Rys. 7. Funkcja autokorelacji obciążenia podstacji P

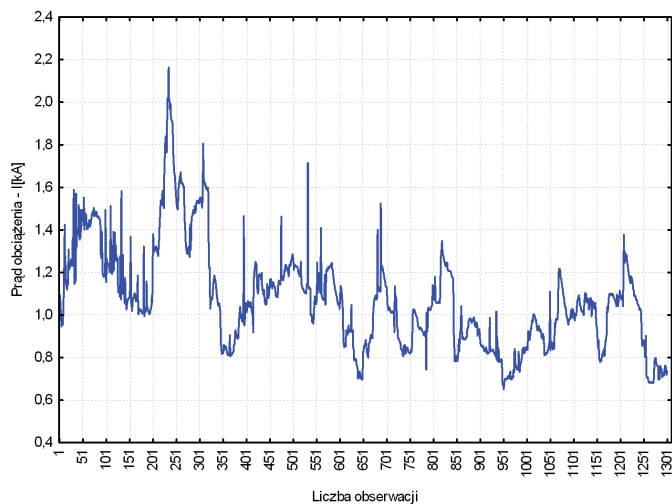


Rys. 8. Funkcja autokorelacji cząstkowej obciążenia podstacji P

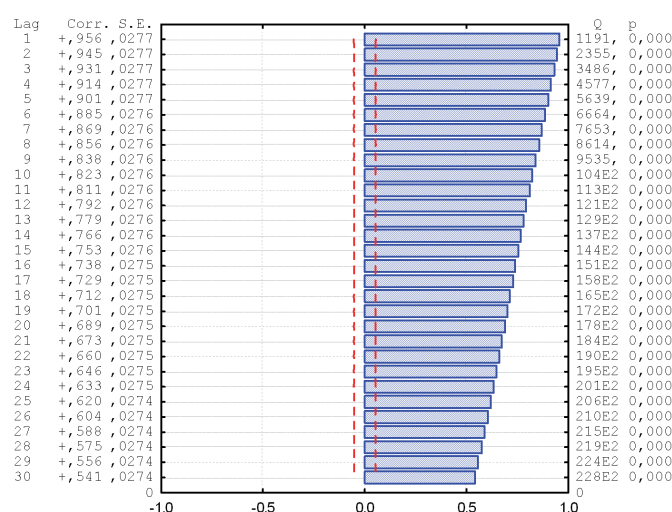


Rys. 9. Periodogram obciążenia podstacji P

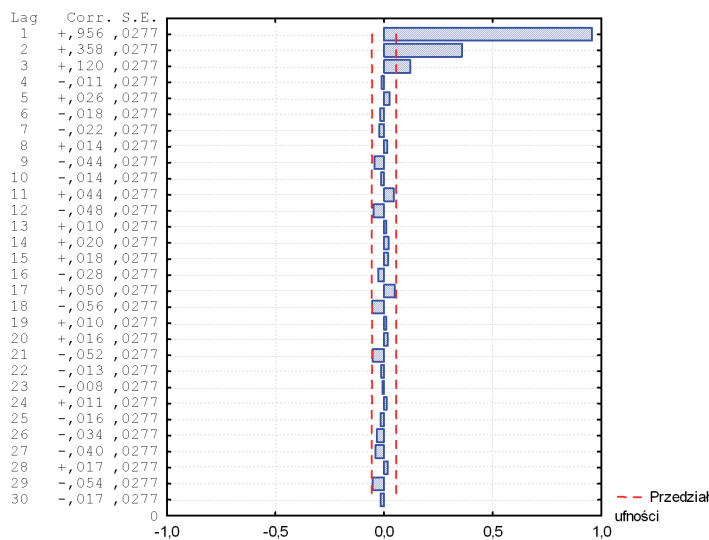
Podstacja trakcyjna R



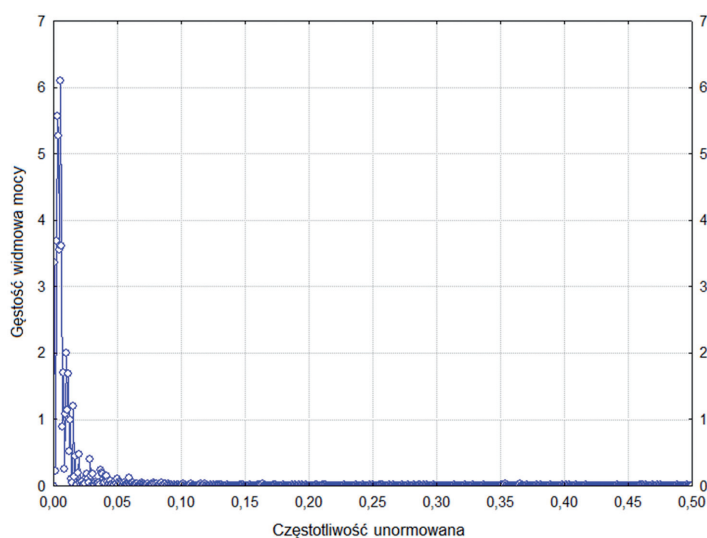
Rys. 10. Obciążenie podstacji trakcyjnej R



Rys. 11. Funkcja autokorelacji obciążenia podstacji R



Rys. 12. Funkcja autokorelacji cząstkowej obciążenia podstacji R



Rys. 13. Periodogram obciążenia podstacji R

Dyskusja wyników identyfikacji badanych obciążeń podstacji trakcyjnych

Analiza otrzymanych wyników obliczeń i obrazów funkcji charakterystycznych dla obciążeń prądowych podstacji trakcyjnych B, P oraz R uprawnia do wyciągnięcia następujących wniosków ogólnych:

- obciążenia wszystkich trzech badanych podstacji trakcyjnych mają charakter procesów autoregresyjnych (AR); wynika to z obrazów funkcji autoregresji i autoregresji cząstkowej (patrz tab. 1);
- wniosek 1 potwierdza obraz periodogramów (rys. 5, 9 i 13); według [6] silne skupienie prążków periodogramu w bezpośredniej bliskości zera jest charakterystyczne dla procesów autoregresyjnych.

Zakładając, że badane obciążenia podstacji trakcyjnych są opisane modelem autoregresji AR, to jego rząd p wynika z obrazu funkcji autokorelacji cząstkowej (korelogramu cząstkowego).

Istotne autokorelacje cząstkowe znajdują się poza obszarem wyznaczonym przez przedział ufności (95%) zaznaczony pionowymi liniami kreskowymi (rys. 4, 8 i 12). Pozostałe prążki znaj-

dujące się wewnątrz przedziału ufności traktowane są jako nieistotne autokorelacje cząstkowe „białego szumu”.

Analiza korelogramów cząstkowych obciążeń podstacji trakcyjnych sprowadza do wniosku, że estymowany rząd ich modeli autoregresyjnych jest następujący:

- podstacja trakcyjna B (rys.4): $p = 2$; model AR(2),
- podstacja trakcyjna P (rys.8): $p = 2$; model AR(2),
- podstacja trakcyjna R (rys.12): $p = 3$; model AR(3).

Na korelogramach cząstkowych obciążenia podstacji trakcyjnej B (rys. 4) oraz P (rys. 8) widoczne są dalsze prążki zbliżone do granicy przedziału ufności, to jednak ich wartość jest znacznie mniejsza od dominujących.

Wyraźne podobieństwo obrazów funkcji charakterystycznych, klasy i rzędu modeli dla obciążeń podstacji B, P i R jest najprawdopodobniej rezultatem faktu, że podstacje te są zlokalizowane w tym samym węzle komunikacyjnym i są ze sobą połączone siecią trakcyjną.

Identyfikacja badanych obciążeń prądowych podstacji trakcyjnych B, P oraz R jest pierwszym etapem badań – pozostałe etapy są przedmiotem badań autorów.

Uwagi końcowe

Jak wynika ze wstępnych analiz, zastosowanie teorii szeregów czasowych może stanowić efektywną metodę badania procesów stochastycznych obciążeń trakcyjnych w ich modelowaniu i tworzeniu modeli prognostycznych do potrzeb praktycznych.

Przedstawione w artykule wybrane przebiegi obciążeń zostały opisane w postaci modeli najprostszych AR(2) i AR(3), a estymacja ich parametrów jest stosunkowo prosta. W przypadku modeli typu ARMA lub ARIMA jest znacznie bardziej złożona ze względu na zwiększenie liczby ich parametrów.

Tym niemniej korzystając z ich symboliki zidentyfikowane modele typu AR można np. zapisać jako: AR(2) tożsamy ARMA(2,0) oraz ARIMA(2,0,0).

Zastosowanie przedstawionych metod analizy fluktuacji obciążeń podstacji trakcyjnych pozwala dysponować większą liczbą wskaźników ich oceny, niż tylko przy użyciu wskaźników typowo elektrycznych.

Pełna interpretacja uzyskanych wyników i ocena fluktuacji obciążeń kolejowych podstacji trakcyjnych będzie możliwa po uwzględnieniu między innymi rzeczywistych rozkładów jazdy, typów pociągów i profilów tras.

Kontynuacja badań w tym zakresie umożliwi bardziej precyzyjne oceny i prognozy obciążeń trakcyjnych opartych na obiektywnych metodach matematycznych, uwzględniających czynnik następstwa czasowego tych obciążeń. □

Literatura

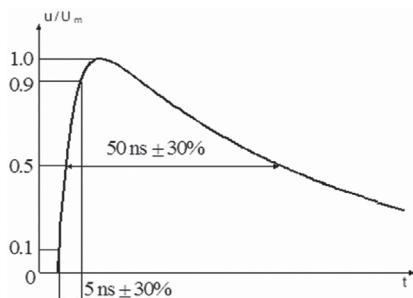
- [1] Box G.E.P., Jenkins G.M.: *Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie*. PWN, Warszawa 1983.
- [2] Buchta K., Szeląg A.: *Zastosowanie metod statystyczno-probabilistycznych do oceny napięcia w sieciach trakcyjnych 3 kV DC*. MET 2005, Międzynarodowa Konferencja Naukowa „Nowoczesna trakcja elektryczna w zintegrowanej Europie XXI wieku”, Warszawa, wrzesień 2005.

- 3] Czuchra W., Kobielski A., Prusak J.: *Zmienność napięcia w tramwajowej sieci trakcyjnej – próba oceny metodą statystyczną*. SEMTRAK 2004, XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa Trakcji Elektrycznej i III Szkoła Kompatybilności Elektromagnetycznej, Kraków-Zakopane, październik 2004.
- [4] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Selected issues of traction substation load variability*. [w] *Modern Electric Traction. Power Supply* (ed. K. Karwowski, A. Szelaąg), Chapter 5, Gdansk University of Technology, Gdansk 2009.
- [5] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Wybrane aspekty zmienności obciążeń kolejowych podstacji trakcyjnych*. *Technika Transportu Szynowego* 4/2010.
- [6] Fuller W.A.: *Introduction to statistical time series*. John Wiley & Sons, Inc. New York 1976.
- [7] Kałuża E., Sikora A.: *Ocena dokładności opracowanej metody prognozowania obciążeń podstacji trakcyjnych*. MET 2005, Międzynarodowa Konferencja Naukowa „Nowoczesna trakcja elektryczna w zintegrowanej Europie XXI wieku”, Warszawa, wrzesień 2005.
- [8] Kobielski A.: *Zastosowanie teorii szeregów czasowych w modelowaniu układu koto-szyna*. *Modelowanie Matematyczne w Transporcie*, Monografia 47, tom II. Politechnika Krakowska, Kraków 1986.
- [9] Kobielski A., Popczyk M., Prusak J.: *Analiza statystyczna prądów i napięć na wyjściu tramwajowej podstacji trakcyjnej w aspekcie ochrony przeciwzwarciowej sieci trakcyjnej DC*. ELSAF 2007, XVI Konferencja Naukowo-Techniczna „Bezpieczeństwo elektryczne”. Szklarska Poręba, wrzesień 2007.
- [10] Kobielski A., Popczyk M., Prusak J.: *Ocena procedur pomiarowych na przykładzie zmienności kolejowych obciążeń trakcyjnych*. SEMTRAK 2008, XIII Ogólnopolska Konferencja Naukowa Trakcji Elektrycznej i V Szkoła Kompatybilności Elektromagnetycznej. Zakopane, październik 2008.
- [11] Leonowicz Z., Łobos T.: *Analysis of traction system time-varying signals using ESPRIT subspace spectrum estimation method*. IEEE IECON 2006 – 32nd Annual Conference on Industrial Electronics. Paris, France, 7–10 November, 2006.
- [12] Misiorek A., Weron R.: *Modelowanie sezonowości a prognozowanie zapotrzebowania na energię elektryczną*. *Energetyka* 12/2004.
- [13] Włodarczyk A., Zawada M.: *Analiza cen spot energii elektrycznej. Przegląd wybranych modeli szeregów czasowych*. *Energetyka* 7/2008.
- [14] EN 50163:2004, *Railway applications. Supply voltages of traction systems*.
- [15] www.malopolskie.pl

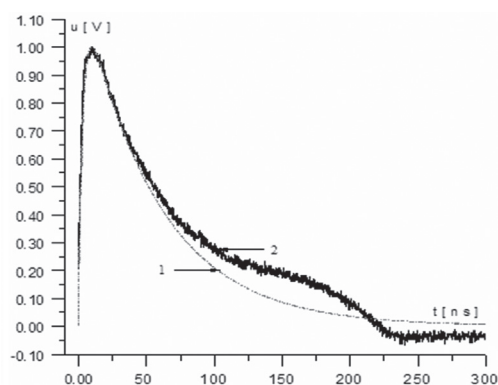
inż. Sławomir Drapik
dr inż. Andrzej Kobielski
dr inż. Janusz Prusak

➤ Dokończenie ze s. 58

a)



b)



Rys. 7. Pojedynczy impuls 5/50 ns

a) parametry; b) 1- przebieg napięcia wyznaczonego, jak w przykładzie, 2- przebieg napięcia otrzymany z pomiarów

Literatura

- [1] PN-EN 50121-4: 2008; *Zastosowania kolejowe. Kompatybilność elektromagnetyczna. Część 4. Emisja i odporność na zakłócenia urządzeń sygnalizacji i telekomunikacji*.
- [2] PN-EN 61000-4-5:2010; *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC). Część 4-5: Metody badań i pomiarów – Badanie odporności na udary*.
- [3] Dokumentacja techniczna: *HAEFELY, Le PC6-288 „Impulse Tester”*.
- [4] *Wyrażanie niepewności pomiaru*. Przewodnik, Główny Urząd Miar, © ISO 1995.
- [5] Siwik A., Wróbel Z.: *Modelling and metrological features in overvoltage protection testing efficiency of lightning arresters applied in the railway feed system*. 26th International Conference on Lightning Protection, Kraków, 2002.
- [6] Wróbel Z.: *Possibility of the modelling of combination waves generators*. *Przegląd Elektrotechniczny*, PL ISSN 0033-2097, R. 86 nr 9/2010, 289–292.
- [7] Wróbel Z.: *Impulsy udarowe w badaniach zagrożenia urządzeń sterowania ruchem kolejowym*. 8th International Conference „Modern Electric Traction in Integrated XXI st Century Europe”, 2007.
- [8] *Alternative Transients Program Rule Book*. KU Leuven EMTP Center, Leuven 1987.
- [9] PN-EN 61000-4-4 1999; *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC) – Metody badań i pomiarów. – Badanie odporności na serie szybkich elektrycznych stanów przejściowych*. Podstawowa publikacja EMC.

dr. inż. Zofia Wróbel
Politechnika Rzeszowska