

XIX Seminarium

ZASTOSOWANIE KOMPUTERÓW W NAUCE I TECHNICIE' 2009

Oddział Gdański PTETiS

Referat nr 28

WYBRANE ASPEKTY ZASTOSOWANIA 2D AUTOMATÓW KOMÓRKOWYCH DO PRZETWARZANIA INFORMACJI

Anna Wasiewicz-Porębska¹

1. Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydz. EAIiE, Katedra Elektrotechniki i Elektroenergetyki, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
tel: 012 617 28 19 e-mail: porebska@agh.edu.pl

Streszczenie: Automaty komórkowe dobrze nadają się do modelowania zjawisk globalnych powstających w wyniku lokalnego oddziaływania sieci powtarzalnych elementów. Dla zadania przetwarzania informacji istotne jest aby były one stabilne i nietrywialnie. Proponowany „klucz” wyszukiwania przydatnych automatów komórkowych oparty jest na analizie liczby komórek niezerowych i grafach połączeń w obrębie tzw. sąsiedztwa. Pokazano, jak struktura reguły rzutuje na dynamikę jednorodnych automatów komórkowych.

Słowa kluczowe: automaty komórkowe, reguły, przetwarzanie obrazów

1. WPROWADZENIE

Automaty komórkowe (CA – Cellular Automata), są architekturą równoległą, przetwarzającą stan wejściowy według zadanej funkcji przejścia (reguły), równocześnie w każdej z tworzących automat komórek. Charakteryzują się dyskretnym czasem przetwarzania sygnałów i dyskretnym stanem (np. binarnym). Pojęcie: *automat komórkowy* zostało wprowadzone przez Stanisława Ulama i Johna von Neumanna w 1948 r. W 1970 r. John Conway stworzył najbardziej znany automat - „Grę w życie”, realizujący uniwersalną maszynę Turinga.

Co sprawia, że po wielu latach automaty komórkowe cieszą się rosnącym zainteresowaniem? Po pierwsze, dobrze nadają się do modelowania zjawisk globalnych powstających w wyniku lokalnego oddziaływania sieci powtarzalnych elementów - w szczególności do tworzenia i przetwarzania obrazów (np. grafika komputerowa), modelowania zjawisk w fizyce, obrazowania rozprzestrzeniania się zaburzenia itp. Automaty komórkowe implementowane są głównie jako programy komputerowe – w językach takich jak Pascal czy C++ lub w programach typu Mathematica – więc znaczący wzrost mocy obliczeniowej komputerów umożliwia modelowanie złożonych systemów [1]. Po drugie, rozwój technologii układów elektronicznych pozwala z kolei na sprzętowe realizacje CA – CNN-UM (Cellular Neural Network – Universal Machine) [2] lub układy FPGA (Field Programmable Gate Array) [3]. Pozwala to na badanie automatów komórkowych samych w sobie. Nowe możliwości utworzenia automatów komórkowych stwarza

pojawianie się nanomateriałów (np. grafeny), z których powstaną być może „komputery spinowe”.

Jednym z podstawowych problemów związanych z automatami komórkowymi jest ich klasyfikacja. Przestrzeń automatów komórkowych dwuwymiarowych (2D) binarnych zawiera ogromną ilość elementów, ale tylko nieliczną ich część stanowią te zaliczone przez Stephana Wolframa do automatów 3 typu, a więc nieewoluujących do stanu „1” lub „0” niezależnie od stanu wejściowego. Tylko takie automaty mogą mieć praktyczne zastosowanie w zadaniu przetwarzania informacji. W 1991 r. Chrystian Langton udowodnił, że złożone reguły są skojarzone z małymi, w stosunku do całej przestrzeni automatów komórkowych, obszarami leżącymi wzdłuż granicy pomiędzy periodycznymi i chaotycznymi regułami.

Jednakże udowodnione jest, że nie można na podstawie znajomości samej funkcji przejścia automatu komórkowego wnioskować o jego typie. Najczęściej, jedynie poprzez obserwację zachowania automatu w wyniku różnych pobudzeń, możemy ocenić jego przynależność do określonej kategorii. Dlatego poszukiwane są sposoby generowania stabilnych automatów komórkowych, a przynajmniej zawężenia przeszukiwanej przestrzeni.

W tekście przedstawione zostaną trzy aspekty analizy i zastosowania automatów komórkowych.

Po pierwsze, propozycja sposobu zawężenia przeszukiwanej przestrzeni CA. W selekcji potencjalnie przydatnych automatów komórkowych może pomóc pogrupowanie reguł według pewnego „klucza”. Proponowany „klucz” oparty jest na analizie liczby komórek niezerowych tzw. konfiguracji i grafach połączeń w obrębie tzw. sąsiedztwa.

Po drugie, problem wyszukiwania automatów stabilnych, zachowujących wejściową informację, przydatnych w przetwarzaniu obrazów.

Po trzecie wykorzystanie automatów komórkowych niehomogenicznych, do modelowania zjawisk rozprzestrzeniania informacji w sposób, który umożliwia przetrwanie stanów mniejszościowych – tak jak to się dzieje w realnych systemach społecznych.

2. PRZESTRZEŃ AUTOMATÓW KOMÓRKOWYCH

2.1. Definicja automatu komórkowego

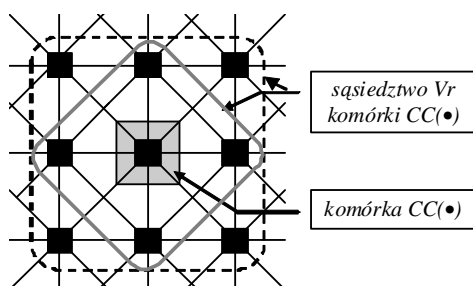
W tekście zaprezentowane są rezultaty badań dla skończonych, dwuwymiarowych (2D), automatów komórkowych binarnych i dla nich jest sformułowana poniższa definicja.

2D Automat Komórkowy (CA) jest piątką:

$$CA=(Q, L^2, V_r, f, BC) \quad (1)$$

gdzie $Q=\{0,1\}$ - zbiór stanów, $L^2 = L \times L$ - wymiar siatki, V_r - sąsiedztwo komórki (i,j) -ej, $(i,j) \in L^2$ o promieniu r , f - lokalna funkcja przejścia (reguła), BC - typ warunków brzegowych określonych dla danego automatu.

Klasyczne sąsiedztwa o promieniu $r = 1$ dla komórki $CC(\bullet)$ przedstawiono na rysunku 1. Są to:



Rys.1. Sąsiedztwo von Neumanna (obwiedzione szarą linią) i sąsiedztwo Moore'a (obwiedzione przerywaną czarną linią) dla komórki $CC(\bullet)$

5 - elementowe sąsiedztwo von Neumanna, w 2D CA tworzone jest przez komórki obwiedzione na rysunku 1 ciągłą szarą linią. Dla takiego sąsiedztwa można utworzyć 2^{32} binarnych automatów komórkowych, a funkcja przejścia ma postać:

$$f: (CC(t), W(t), N(t), E(t), S(t)) \rightarrow CC(t+1) \quad (2)$$

Komórki sąsiedztwa są oznaczone geograficznymi symbolami zgodnie z ich geograficznym rozmieszczeniem wokół komórki centralnej CC , dla której wyznaczany jest nowy stan $CC(t+1)$.

9 - elementowe sąsiedztwo Moore'a, w 2D CA tworzone jest przez komórki obwiedzione na rysunku 1 przerywaną czarną linią. Dla takiego sąsiedztwa można utworzyć 2^{512} binarnych automatów komórkowych, a funkcja przejścia ma postać:

$$f: (CC(t), W(t), N(t), E(t), S(t), WN(t), NE(t), ES(t), SW(t)) \rightarrow CC(t+1) \quad (3)$$

Zbiór stanów w chwili t wszystkich komórek należących do sąsiedztwa jest nazywany konfiguracją $\theta(t)$, a stan wszystkich komórek nazywany jest globalną konfiguracją automatu komórkowego.

2.2. Podział reguł f ze względu na konfiguracje

Funkcja przejścia dla binarnego CA jest funkcją boolowską. Może być więc określona poprzez utworzenie tablicy przejść – każdej konfiguracji $\theta(t)$ przypisany zostaje nowy stan komórki. Pogrupujemy konfiguracje w zależności od wartości zmiennej $sum5$ (lub $sum9$) oznaczającej liczbę jedynek w konfiguracji. Dla dowolnego z sąsiedztwa, grup

tych będzie o 1 więcej niż liczba komórek w sąsiedztwie. Poszczególnym grupom konfiguracji odpowiada $sum5=i$, $i=0, \dots, 5$ dla sąsiedztwa von Neumanna lub $sum9=j$, $j=0, \dots, 9$ dla sąsiedztwa Moore'a. Tablicę przejść konstruujemy tak, aby obszary dla konfiguracji różniących się wartością $sum5$ (lub $sum9$) o 1, sąsiadowały ze sobą.

Na rysunku 2 przedstawiona jest uproszczona tablica przejść dla *Gry w życie*. Różnymi odcieniami szarości zaznaczone są obszary o różnej wartości $sum9$. Widać, że obszary $sum9=3$ oraz $sum9=4$ sąsiadują ze sobą. Tylko one są wypełnione formułą określającą nowy stan, bowiem dla pozostałych obszarów będzie to zawsze 0. Wyróżniono też przez pogrubienie granicę obszarów związanych z konfiguracjami o $sum9 \leq 4$ i $sum9 > 4$. Te drugie konfiguracje stanowią negację pierwszych. W przypadku reguł przejawiających symetrię, odpowiadające im pola wypełnione są np. negacją (albo powtórzeniem) wartości w odpowiednich obszarach dla konfiguracji. *Gra w życie* nie jest generowana przez regułę symetryczną.

| | | | | | | | | |
|------|----|----|-------|--------|-----|-----|-----|-------|
| SW | NE | SE | 00000 | ... | ... | ... | ... | 11111 |
| CC | WN | E | | | | | | |
| 0000 | | | | | 1 | | CC | |
| | | | | sum9=3 | CC | | | |
| | | | | 1 | | | | |
| | | | 1 | sum9=4 | CC | | | |
| | | | | | | | | |
| | 1 | CC | | | | | | |
| 1111 | CC | | | | | | | |

Rys.2. Uproszczona tablica przejść dla automatu komórkowego *Gra w życie*

Przestrzeń reguł może być pokryta przez iloczyn kartezyjański podzbiorów zawierających wszystkie funkcje zdefiniowane dla poszczególnych grup konfiguracji, czyli np. dla każdej $sum5=i$ $i=0, \dots, 5$ tworzymy odpowiedni podzbiór funkcji f_i . Tak więc funkcja przejścia może być przedstawiona jako: $f = (f_0/f_5, f_1/f_4, f_2/f_3)$ dla sąsiedztwa von Neumanna lub $f=(f_0/f_9, f_1/f_8, f_2/f_7, f_3/f_6, f_4/f_5)$ dla sąsiedztwa Moore'a, gdzie na lewo od ukośnej kreski zapisana jest zasada dla odpowiedniej konfiguracji, a po prawej – dla negacji tej konfiguracji. Takie rozpisanie reguły pozwala na przeszukiwanie przestrzeni automatów komórkowych w celu wyłuskania tych o przydatnych własnościach, w uproszczony sposób.

Dla *Gry w życie* odpowiednia reguła będzie miała postać: $f = (0/0, 0/0, 0/0, 1/0, CC/0)$. W kolejnym kroku komórka przybiera wartość 1 dla każdej konfiguracji w której jest trzech sąsiadów w stanie 1 oraz zachowuje swoją wartość dla każdej konfiguracji w której jest czterech sąsiadów w stanie 1. W pozostałych przypadkach przyjmuje wartość 0.

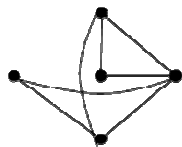
2.3. Podział funkcji f ze względu na graf połączeń dla sąsiedztwa von Neumanna

O ile dla f_0 i f_1 oraz f_5 i f_4 możemy bez problemu zapisać wszystkie możliwe reguły, to dla f_2 i f_3 odpowiedni zbiór zawiera aż 1024 elementy. Mogą one zostać pogrupowane w podzbiorach charakteryzujących się podobną dynamiką generowanych przez nie CA, według tzw. grafów połączeń [4].

Reguła jest f_2 jeśli konfiguracja zawiera 2 sąsiadów w stanie 1. Takich konfiguracji dla sąsiedztwa von Neumanna

jest 10. Funkcja f_2 może przyjmować wartość 1 dla dowolnej liczby tych konfiguracji. Dla każdej f_2 można narysować graf połączeń. Węzły grafu stanowią komórki w stanie 1 we wszystkich konfiguracjach dla których reguła przyjmuje wartość 1. Gałęzie grafu łączą „jedynekowe” komórki w danej konfiguracji.

Np. dla automatu komórkowego symetrycznego z regułą $f_2 = f_3 = (\text{if } (W \text{ and } CC) = 1 \text{ then not } W \text{ else not } S)$ dla $\text{sum}5=2$ jest 7 konfiguracji dla których f przyjmuje wartość 1 i graf ma postać jak na rysunku 3.



Rys.3. Graf połączeń dla funkcji $f_2 = (\text{if } (W \text{ and } CC) = 1 \text{ then not } W \text{ else not } S)$

Wszystkie reguły, które mają graf powstały przez obrót lub lustrzane odbicie pewnego grafu, określają automaty komórkowe tej samej klasy, o takiej samej dynamice. Jeśli graf nie ma osi symetrii, grupę tworzy 8 reguł. Zbadanie CA utworzonego przez jedną z nich pozwala wnioskować o zachowaniu pozostałych. Pozwala to zawęzić przestrzeń przeszukiwań automatów komórkowych o interesujących własnościach. Analogiczne grafy połączeń można tworzyć dla sąsiedztwa Moore'a. Tu, ze względu na 2^{512} elementową przestrzeń binarnych automatów komórkowych, algorytm grupowania i wyłuskiwania CA o interesującej dynamice jest jeszcze bardziej istotny.

3. AUTOMATY KOMÓRKOWE W PRZETWARZANIU OBRAZÓW

Globalny stan binarnego 2D automatu komórkowego w naturalny sposób odpowiada dyskretyzowanemu, czarno-białemu obrazowi. Ewolucja tego stanu w kolejnych krokach czasowych jest równoznaczna z przetwarzaniem zadanego obrazu wejściowego.

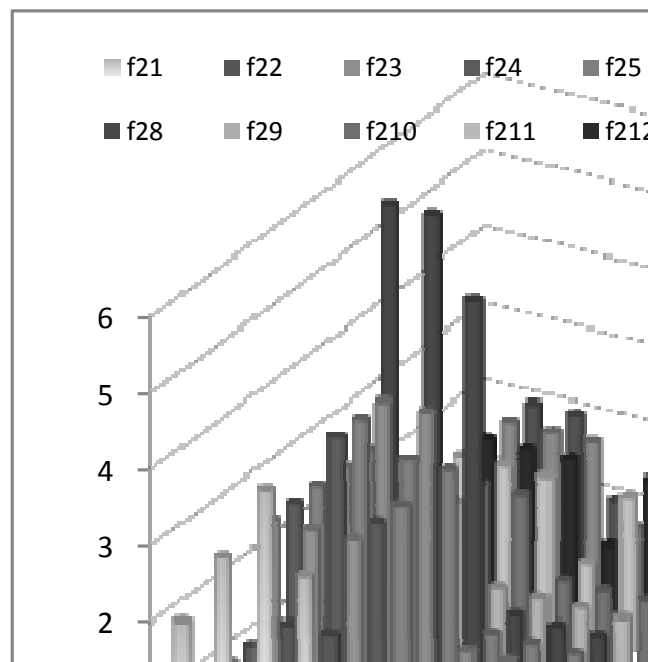
Warunkiem użyteczności CA w przetwarzaniu obrazów jest stabilizacja stanu automatu komórkowego przez którą rozumie się niezmiennosc lub cykliczność globalnego stanu automatu. Kiedy operujemy na skończonych automatach komórkowych, ilość globalnych konfiguracji jest zawsze skończona i równa 2^{L^2} dla L-wymiarowej siatki. Można więc powiedzieć, że każdy z nich generuje przebieg cykliczny o cyklu co najwyżej równym 2^{L^2} . Tworząc nawet niewielki automat komórkowy o $L = 10$, w skrajnym przypadku uzyskamy cykl równy $2^{100} \approx 1,25 \cdot 10^{30}$. Widać, że powtarzalność globalnego stanu - wynikająca jedynie ze skończonych rozmiarów automatu - jest znikoma. Nie może przesądzać o zaliczeniu automatu komórkowego do stabilnych bądź nie. Nie można tego rozstrzygnąć także na podstawie samej funkcji przejścia, poza trywialnymi przypadkami. Póki co, najłatwiejszym sposobem pozostaje komputerowa symulacja i określenie charakteru zmian globalnych konfiguracji uzyskanych dla różnorodnych wejściowych wzorców, po dużej ilości kroków.

Przeprowadzone badania nad grupą 2D binarnych automatów komórkowych z sąsiedztwem von Neumanna, utworzonych w oparciu o opisany powyżej sposób tworzenia reguł, pokazały charakterystyczne zachowania automatów stabilnych (patrz rys. 4). Funkcja przejścia wybranych

automatów komórkowych była symetryczna tzn. $f(\theta) = -f(-\theta)$ i miała postać:

$$f = \left(0, \left\{ \begin{array}{l} CC, ACC \\ S, AS, \\ S-W, AS-W, \\ S-CC, AS-CC \end{array} \right\}, \{f_{2i}, i=1, \dots, 14\} \right) \quad (4)$$

gdzie każda litera oznacza kierunek (lub kierunki) z których sygnał (0 lub 1) jest przesuwany do komórki centralnej, przy czym prefix "A" oznacza, że sygnał jest dodatkowo negowany, f_{2i} - jest jedną z 14 reguł, możliwych kiedy $\text{sum}5=2$



Rys.4. Stabilizacja globalnego stanu 2D CA z sąsiedztwem von Neumanna dla wybranych funkcji przejścia

W wyniku przeprowadzonej komputerowej symulacji automatów komórkowych możemy wyróżnić następujące typy zachowań (nazwy w oparciu o [5]):

1. punkty ustalone (*fixed points*) - komórki nie zmieniają swojego stanu w następnym kroku czasowym
2. ograniczone cykle (*limited cycles*) - występuje kilka (dwa lub więcej) wzorców pojawiających się przemiennie w kolejnych krokach czasowych
3. przesunięcie (*shift*) - wzorec jest przesuwany w jednym kierunku
4. złożone przesunięcie (*complex shift*) - wzorec zmienia się okresowo i jest przesuwany w jednym kierunku
5. zgrubna stabilizacja (*coarse stabilization*) - występuje kilka obszarów wzorca, zachowujących się w odrębny sposób, np. część "mruga", podczas gdy inna część jest przesuwana; przy czym pewne parametry (np. liczba komórek w stanie "1") pozostają stałe
6. niestabilny (*unstable*) - automat nie osiąga stabilnego stanu po kilkuset krokach czasowych
7. anty-przesunięcie (*anti-shift*) - wzorec "mruga" i jest przesuwany w jednym kierunku

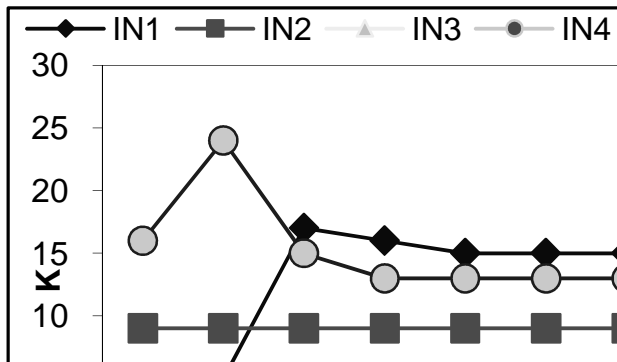
Na wykresie na rysunku 4 na osi pionowej zaznaczono powyższymi liczbami typ osiąganego po 500 krokach czasowych (lub wcześniej) stabilizacji. Na osiach poziomych zaznaczona jest odpowiednio reguła f_1 oraz f_2 .

Na podstawie analizy uzyskanych rezultatów można wnioskować, że postać składowej f_1 forsuje typ stabilizacji osiąganego w 2D CA z sąsiedztwem von Neumanna; jednakże

określona przez nią tendencja może być osłabiana lub wzmacniana przez funkcję f_2 .

4. AUTOMATY KOMÓRKOWE NIEJEDNORodne

Automaty komórkowe homogeniczne mogą odzwierciedlać tylko procesy zachodzące w jednorodnych systemach. Jeśli zróżnicujemy reguły dla poszczególnych komórek, a co więcej określimy je niekoniecznie jako funkcje boolowskie, to możemy modelować bardziej złożone zjawiska. Przykładem takiego niejednorodnego automatu komórkowego jest CA oparty na modelu Nowaka – Latane, wykorzystujący koncepcję tzw. wpływu społecznego [6].



Rys.5. Kształtowanie się stanu CA w zależności od „siły” komórek s_{ij} (dla $r=3$) [6]

Każda i,j -ta komórka może przyjmować jeden z dwóch stanów $CC_{ij} \in \{-1,1\}$ oraz charakteryzuje się parametrem określającym jej siłę czyli zdolność oddziaływania na inną k,l -tą komórkę w sieci: s_{ij} . Reguła jest funkcją zależną od „siły”, a więc może być różna dla poszczególnych komórek.

Wykres pokazany na rysunku 5 przedstawia zmianę czasu stabilizacji, w zależności od siły wybranych komórek i sygnału wejściowego IN_m , $m=1, \dots, 6$, dla CA w którym tylko 4 komórki mają parametr s_{ij} większy od pozostałych. IN_1 i IN_2 zawierają duże „wyspy” jedynek, IN_3 , IN_4 to wyłącznie małe skupiska lub pojedyncze jedynki, IN_5 ma wyraźnie rozdzielone 2 obszary o porównywalnej liczbie zer i jedynek, IN_6 to szachownica. Sąsiedztwo jest typu Moore’a, o promieniu $r=3$. Sąsiedztwo takie umożliwia przetwarzanie stanów mniejszościowych w komórkach o s_{ij} większym niż siła sąsiadów. Odpowiada to rzeczywistym zjawiskom kształtowania się globalnego stanu w obecności

„liderów”. Zwiększanie s_{ij} niekiedy wydłuża proces stabilizacji CA, ale równocześnie lepiej odzwierciedla początkowe zróżnicowanie.

5. PODSUMOWANIE

Automaty komórkowe są atrakcyjną architekturą równoległą, zwłaszcza w świetle rozwoju nanotechnologii. W postaci binarnej jednorodnej potrafią dokonywać ekstrakcji cech obrazów graficznych. W postaci niejednorodnej – z różnymi lokalnymi funkcjami przejścia – modelują złożone systemy. Zaprezentowane powyżej sposoby grupowania reguł pomagają przeszukiwać przestrzeń automatów komórkowych w celu wyłowienia tych, które będą przydatne w zadaniach przetwarzania informacji.

6. BIBLIOGRAFIA

- Gawęd J., et al.: Cellular automaton technique as a tool for a complex analysis of the microstructure evolution and rheological behaviour, Acta Metallurgica Slovaca, vol. 11 no. 1, 2005, pp. 45–53, ISSN 1335-1532.
- Roska T., Chua L.O.: The CNN Universal Machine: an Analogic Array Computer, IEEE Transactions on Circuits and Systems – II, Vol. 40, March 1993, pp.163–173
- Murtaza S., Hoekstra A.G., Sloat P.M.A.: Performance evaluation of FPGA-based Cellular Automata accelerators, http://rssi.ncsa.illinois.edu/proceedings/papers/rssi07_01_paper.pdf, 2007
- Porębska A.: Searching the Space of 2D Cellular Automata Basing on the Analysis of the Graphs of Connections for the Neighbouring Cells, Proceedings the ZKwE'09 : transactions on computer applications in electrical engineering, April 2009, Poznań, pp. 295-296, ISBN 978-83-89333-24-7.
- Makowiec D.: Probabilistic Approach to the Dynamics of Deterministic Homogeneous and Symmetric Two - Dimensional Cellular Automata, Physica A 199, North Holland 1993, pp 299-317, ISSN 0378-4371.
- Porębska A.: The impact of a heterogeneity to the final state of the 2D Cellular Automata, Proceedings the 29th IC-SPETO, May 2006, Gliwice - Ustroń, pp. 585-588, ISBN-10:83-85940-28-6.

CHOOSEN ASPECTS OF USING OF 2D CELLULAR AUTOMATA FOR INFORMATION PROCESSING

Key-words: cellular automata, rules, pictures processing

Cellular automata are a good tool for modelling global processes which occur during local interaction of a net of the same elements. From information processing point of view it is important that such cellular automata are nontrivial and stable. The manner for searching of such automata proposed in the text bases on analysis of number of nonzero cells in configuration and the graphs on connections within the neighbourhood. The connection between the rule structure and behaviour of homogenous automata is shown.