

## WPLYW SKOSU ŻŁOBKÓW WIRNIKA SILNIKA KLATKOWEGO NA WIDMO MOMENTU ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Michał Dębski<sup>1</sup>, Rafał Birkos<sup>2</sup>, Andrzej Wilk<sup>3</sup>

1. Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej  
tel: (058) 3471948 fax: e-mail: mdebski@ely.pg.gda.pl
2. Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej  
tel: (058) 3471948 fax: e-mail: rbirkos@ely.pg.gda.pl
3. Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej  
tel: (058) 3471948 fax: e-mail: awilk@ely.pg.gda.pl

**Streszczenie:** W referacie przedstawiono wyniki badań wpływu skosu żłobków silnika asynchronicznego klatkowego na widmo momentu elektromagnetycznego. Opracowano obwodowy model silnika w osiach naturalnych. Do budowy modelu zastosowano metodę energetyczną Lagrange'a. Dokonano dyskretyzacji obwodu magnetycznego silnika na poziomie jednej cewki stojana i jednego oczka klatki wirnika. Przeprowadzono symulacje polowe dla kilku wartości skosu żłobka wirnika, przy zastosowaniu programu polowego Opera3D, celem wyznaczenia charakterystyk indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń maszyny. Dokonano aproksymacji charakterystyk indukcyjności za pomocą szeregu Fouriera celem otrzymania zależności analitycznych. Przeprowadzono symulacje wybranych stanów pracy maszyny przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym. Dokonano porównania niektórych wyników symulacji z wynikami pomiarów uzyskanymi na maszynie rzeczywistej. Przeprowadzono analizę wpływu skosu żłobków wirnika na widmo wewnętrzne momentu obrotowego. Wyniki badań wykazały, że zmienność składowych widma amplitudowego momentu nie jest proporcjonalna do zmiany skosu.

**Słowa kluczowe:** silnik klatkowy, skos żłobka, moment elektromagnetyczny, modelowanie.

### 1. WPROWADZENIE

Dyskretny rozkład uzwojenia i otwarcie żłobków w silniku asynchronicznym powoduje, że nawet przy symetrycznym zasilaniu napięciem sinusoidalnym w prądzie i momencie elektromagnetycznym silnika występują tzw. harmoniczne wewnętrzne [1]. Gdy silnik jest zasilany z falownika, to w prądzie i momencie pojawiają się dodatkowe harmoniczne, których pochodzenie można określić jako zewnętrzne. Przy sprzężeniu maszyny z niektórymi odbiornikami momentu mechanicznego mogą pojawić się rezonanse mechaniczne. Problematyka ta jest sygnalizowana zwłaszcza w napędach elektrycznych przeznaczonych do mieszania cieczy [2,3]. Istnieje zatem

potrzeba możliwie dokładnego określenia harmonicznych wewnętrznych i zewnętrznych momentu nawet na etapie projektowania maszyny. Do rozwiązania tego zagadnienia konieczne jest jednak dokładniejsze wyznaczenie indukcyjności własnych i wzajemnych maszyny w funkcji kąta położenia wirnika. Zasadniczy wpływ na harmoniczne wewnętrzne mają pochodne tych indukcyjności względem kąta obrotu wirnika. Istnieje kilka sposobów modyfikacji widma momentu. Jednym z nich jest zastosowanie skośnych żłobków wirnika. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań widma momentu elektromagnetycznego silnika Sg132M4-T4 przy kilku wartościach skosu żłobków wirnika. Tematyka podjętych badań i prezentowany zakres jest wynikiem współpracy naukowej pomiędzy firmą Indukta S.A. i Politechniką Gdańską.

### 2. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA

#### 2.1. Założenia dotyczące modelu

Istotne założenie upraszczające, jakie przyjęto do budowy modelu, to liniowość obwodu magnetycznego. Dla takiego przypadku ogólna postać modelu matematycznego silnika klatkowego [4,5] może być przedstawiona następująco:

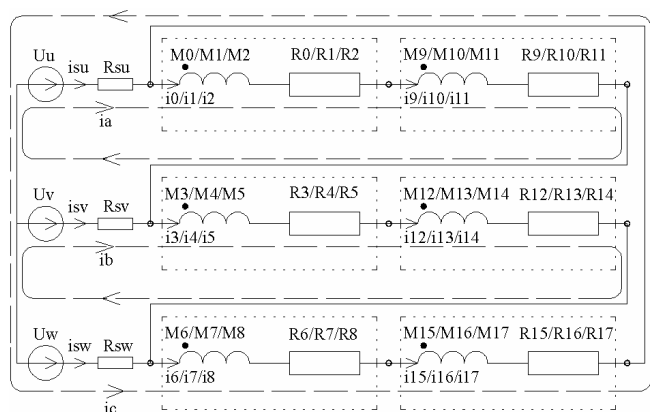
$$\begin{bmatrix} u_s \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sr} \\ M_{rs} & M_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix},$$

$$\frac{d^2}{dt^2} J\beta + D \frac{d}{dt} \beta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}^T \frac{d}{d\beta} \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sr} \\ M_{rs} & M_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + T_{ext} \quad (1)$$

gdzie:  $M_{ss}(\beta)$  jest macierzą indukcyjności obwodów stojana,  $M_{sr}(\beta)$  jest macierzą indukcyjności wzajemnej pomiędzy

obwodami stojana i wirnika,  $M_{rr}(\beta)$  jest macierzą indukcyjności w obwodzie wirnika,  $R_s$ ,  $R_r$  są macierzami rezystancji obwodów uzwojenia stojana i wirnika,  $J$  jest momentem bezwładności,  $D$  jest współczynnikiem tłumienia kinematycznego,  $\beta$  jest kątem położenia wirnika,  $T_{ext}(t)$  jest zewnętrznym momentem mechanicznym. Szczegółowa postać podmacierzy indukcyjności i rezystancji w równaniu (1) zależy od macierzy więzów, która ujmuje wszystkie elementy skupione oraz powiązania między nimi.

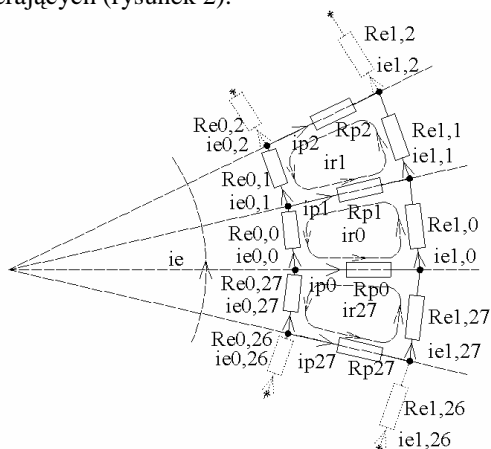
Model obwodowy uzwojeń stojana (uzwojenie stojana plus układ zasilania) przedstawiono na rysunku 1. Uzwojenie stojana badanego silnika skojarzone jest w trójkąt.



Rys.1. Model obwodowy uzwojenia stojana z siecią zasilającą – uzwojenie stojana skojarzone w trójkąt

W każdej fazie uzwojenia stojana znajdują się dwie grupy cewek. Każda grupa zawiera trzy cewki. Oznaczenie  $M0/M1/M2$  oraz  $R0/R1/R2$  odpowiada grupie trzech cewek o umownych numerach 0, 1 i 2 złożonej z elementów magnetycznych ( $M$ ) i rezystorów ( $R$ ). W obwodzie zasilania uwzględniono rezystancje wewnętrzne  $R_{su}$ ,  $R_{sv}$  i  $R_{sw}$  źródeł napięciowych.

Uzwojenie wirnika reprezentowane jest przez 28 oczek klatki rozmieszczonych na powierzchni walcowej oraz dodatkowe oczko związane z jednym z pierścieni zwierających (rysunek 2).



Rys.2. Fragment modelu obwodowego uzwojenia wirnika klatkowego z zaznaczeniem oczek rozłożonych na płaszczyźnie

Każde oczko jest elementem magnetycznym sprzężonym z cewkami stojana i innymi oczkami klatki. Takie oczko jest również zbiorem elementów dyssypatywnych wynikających z rezystancji prętów  $R_p$  oraz fragmentów dwóch pierścieni  $Re0$ ,  $Re1$ .

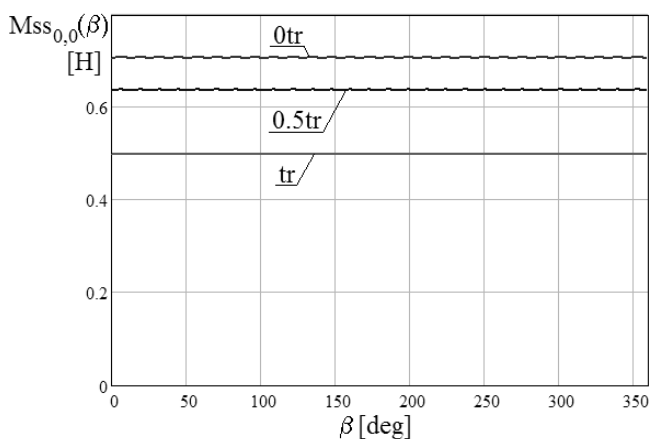
Układ mechaniczny modelowano za pomocą jednego elementu bezwładnościowego oraz jednego elementu tłumiącego ruchu obrotowego.

## 2.2. Funkcje indukcyjności modelu matematycznego

Macierz  $M_{ss}$  ma rozmiar  $3 \times 3$ , co wynika z 3 oczek w obwodzie stojana (rysunek 1). Macierz ta ma zatem postać

$$M_{ss}(\beta) = \begin{bmatrix} M_{ss_{0,0}}(\beta) & M_{ss_{0,1}}(\beta) & M_{ss_{0,2}}(\beta) \\ M_{ss_{1,0}}(\beta) & M_{ss_{1,1}}(\beta) & M_{ss_{1,2}}(\beta) \\ M_{ss_{2,0}}(\beta) & M_{ss_{2,1}}(\beta) & M_{ss_{2,2}}(\beta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Każdy element  $M_{ss_{m,n}}$  tej macierzy wyraża sprzężenie magnetyczne pomiędzy oczkiem  $m$  i  $n$  w obwodzie stojana i jest funkcją kąta  $\beta$  obrotu wirnika oraz skosu klatki. Badania przytoczone w niniejszym referacie dotyczą trzech skosów żłobka wyrażonych wartością podziałki żłobkowej  $tr$  wirnika. Oznaczenia  $0tr$ ,  $0.5tr$  i  $tr$  wyrażają odpowiednio: brak skosu, skos równy połowie podziałki żłobkowej oraz skos równy podziałce żłobkowej. W pracy zastosowano indeksację macierzy  $M_{ss}$  cyframi 0,1,2, co odpowiada oczkom, w których płyną odpowiednio prądy  $i_a$ ,  $i_b$  oraz  $i_c$ . Zależność indukcyjności własnej  $M_{ss_{0,0}}$  oczka, w którym płynie prąd  $i_a$  w funkcji kąta obrotu wirnika przy kilku skosach klatki pokazano na rysunku 3.



Rys.3. Charakterystyka indukcyjności własnej  $M_{ss_{0,0}}$  oczka, w którym płynie prąd  $i_a$  w funkcji kąta obrotu wirnika przy kilku skosach klatki

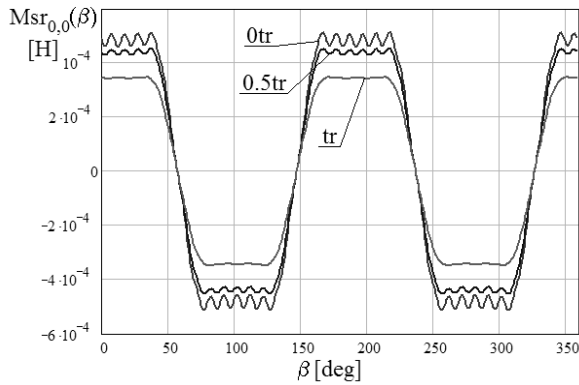
Jak widać na rysunku 3 w rozkładzie indukcyjności oczka związanego z obwodem stojana dominuje składowa stała. Amplitudy harmonicznych indukcyjności  $M_{ss}$  są niewielkie w porównaniu do wartości składowej stałej. Wzrost skosu

złobka powoduje zmniejszenie wartości średniej oraz amplitud wyższych harmonicznych indukcyjności  $M_{ss}$ .

Macierz  $M_{sr}$  ma rozmiar  $3 \times 29$ , co wynika z 29 oczek klatki wirnika oraz 3 oczek w obwodzie stojana. Macierz ta ma zatem postać

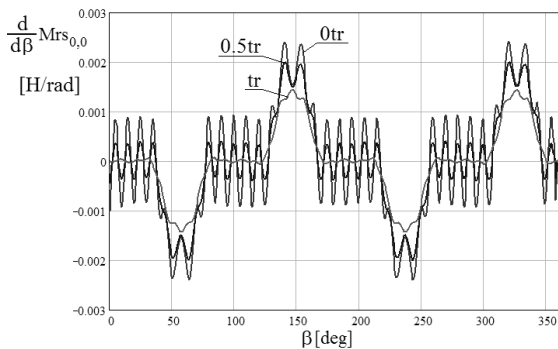
$$M_{sr}(\beta) = \begin{bmatrix} M_{sr_{0,0}}(\beta) & \dots & \dots & M_{sr_{0,28}}(\beta) \\ \dots & M_{sr_{1,1}}(\beta) & \dots & \dots \\ M_{sr_{2,0}}(\beta) & \dots & \dots & M_{sr_{2,28}}(\beta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Każdy element  $M_{sr_{m,n}}$  tej macierzy wyraża sprzężenie magnetyczne wzajemne pomiędzy oczkiem  $m$  w obwodzie stojana i  $n$  w obwodzie wirnika. Element ten jest funkcją kąta  $\beta$  obrotu wirnika oraz skosu  $tr$  klatki. Indeksacja wierszy i kolumn odpowiada oczkom stojana, w których płyną odpowiednio prądy  $i_a, i_b$  oraz  $i_c$ . Indeksacja kolumn odpowiada oczkom klatki wirnika, w których płyną odpowiednio prądy  $i_{r0}, i_{r1}, \dots, i_{r27}, i_e$ . Charakterystykę indukcyjności wzajemnej  $M_{sr_{0,0}}$  pomiędzy oczkiem, w którym płynie prąd  $i_a$  oraz oczkiem klatki z prądem  $i_{r0}$  przy kilku skosach klatki pokazano na rysunku 4.



Rys.4. Charakterystyka indukcyjności wzajemnej  $M_{sr_{0,0}}$  pomiędzy oczkiem stojana, w którym płynie prąd  $i_a$  oraz oczkiem klatki z prądem  $i_{r0}$  w funkcji kąta obrotu wirnika przy kilku skosach klatki

Wyniki przytoczone na rysunku 4 wskazują, że indukcyjność  $M_{sr}$  zawiera szereg harmonicznych, w których największą wartość ma składowa podstawowa o okresie  $2\pi/p$ , gdzie  $p=2$  jest liczbą par biegunów. Amplitudy wyższych harmonicznych, chociaż są mniejsze w porównaniu do podstawowej, to mają znaczny wpływ na przebieg momentu, gdyż ich pochodne względem kąta  $\beta$  są znaczne. Pochodną indukcyjności  $M_{sr}(\beta)$  względem kąta  $\beta$  pokazano na rysunku 5 przy skosie złobka równym  $0tr$ .



Rys.5. Pochodna indukcyjności  $M_{sr_{0,0}}$  w funkcji kąta  $\beta$  obrotu wirnika

Macierz  $M_{rr}$  ma rozmiar  $29 \times 29$ , co wynika z 29 oczek klatki wirnika. Macierz ta ma zatem postać

$$M_{rr}(\beta) = \begin{bmatrix} M_{rr_{0,0}}(\beta) & \dots & \dots & M_{rr_{0,28}}(\beta) \\ \dots & M_{rr_{1,1}}(\beta) & \dots & \dots \\ M_{rr_{28,0}}(\beta) & \dots & \dots & M_{rr_{28,28}}(\beta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

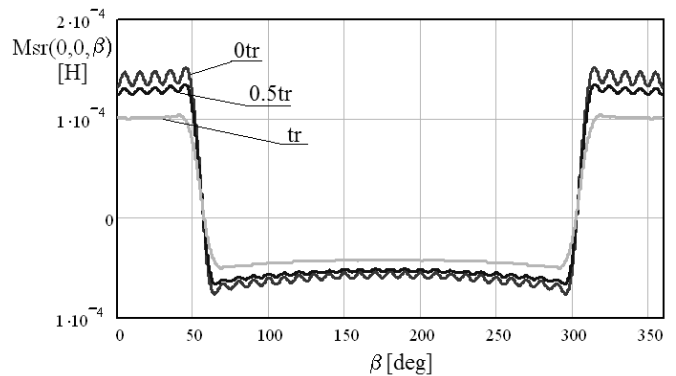
Każdy element  $M_{rr_{m,n}}$  tej macierzy wyraża sprzężenie magnetyczne pomiędzy oczkiem  $m$  i  $n$  w obwodzie klatki wirnika i jest funkcją kąta  $\beta$  obrotu wirnika oraz skosu  $tr$  klatki. Indeksacja wierszy i kolumn odpowiada oczkom klatki wirnika, w których płyną odpowiednio prądy  $i_{r0}, i_{r1}, \dots, i_{r27}, i_e$  (rysunek 2). Podobnie jak w przypadku uzwojenia stojana w indukcyjności  $M_{rr}$  dominuje składowa stała.

Każdy z elementów macierzy  $M_{ss}, M_{rs}, M_{rr}$  jest złożonym wyrażeniem wynikającym ze sprzężeń magnetycznych na poziomie elementów skupionych, czyli cewki uzwojenia stojana i oczka klatki wirnika. Zatem kształt funkcji tych wyrażeń zależy od kształtu funkcji indukcyjności własnych i wzajemnych poszczególnych elementów skupionych. Wyniki tych ostatnich dla badanego silnika wyznaczono na podstawie symulacji polowych w programie Opera3D, które prezentowano w pracy [6]. Szczegółowa postać wyrażenia indukcyjności wzajemnej  $M_{rs_{0,0}}$  pomiędzy oczkiem w obwodzie stojana z prądem  $i_a$  i oczkiem klatki z prądem  $i_{r0}$  dla badanego silnika jest następująca

$$M_{rs_{0,0}}(\beta) = M_{sr}(0,0, \beta) + M_{sr}(0,1, \beta) + M_{sr}(0,2, \beta) + M_{sr}(0,9, \beta) + M_{sr}(0,10, \beta) + M_{sr}(0,11, \beta) \quad (5)$$

gdzie:  $M_{sr}(m,n,\beta)$  jest indukcyjnością wzajemną pomiędzy cewką  $m$  stojana i oczkiem  $n$  klatki.

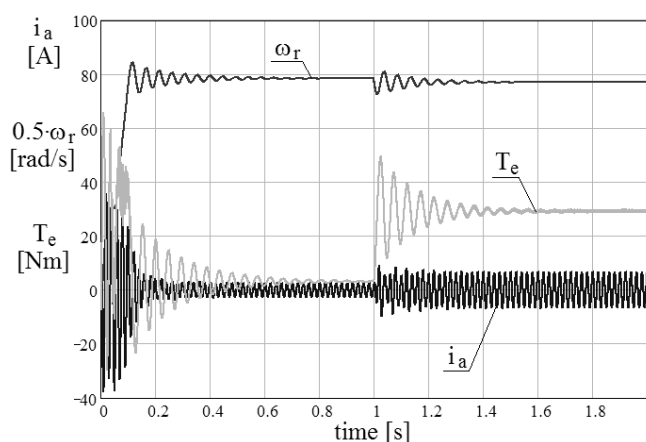
Zależność indukcyjności wzajemnej  $M_{sr}(0,0,\beta)$  pomiędzy cewką stojana o numerze 0 oraz oczkiem klatki o numerze 0 w funkcji kąta obrotu wirnika przy kilku skosach klatki pokazano na rysunku 6. Wraz ze wzrostem skosu wartość indukcyjności wzajemnej ogólnie maleje. Zmiany wartości indukcyjności nie są jednak proporcjonalne do zmiany skosu złobków. Widoczny jest również wpływ skosu na zawartość wyższych harmonicznych.



Rys.6. Charakterystyka indukcyjności wzajemnej  $M_{sr_{0,0}}$  pomiędzy cewką stojana o numerze 0 oraz oczkiem klatki o numerze 0 w funkcji kąta obrotu wirnika przy trzech skosach klatki

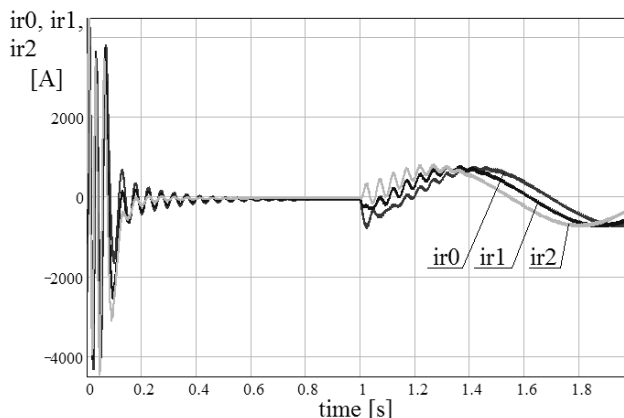
### 3. WYNIKI SYMULACJI OBWODOWEJ

Do badań symulacyjnych założono stałą wartość rezystancji elementów dyssypatywnych w obwodzie stojana i wirnika. Takie założenie nie uwzględnia zjawiska wypierania prądów, co prowadzi do rozbieżności wyników symulacji z wynikami pomiarów w stanach przejściowych (stosunkowo duża częstotliwość prądu w klatce wirnika). Na rysunku 7 pokazano wyniki symulacji dla stanu rozruchu bez obciążenia, po którym wystąpiło skokowe obciążenie momentem znamionowym. Badania symulacyjne wykazały oscylacje momentu elektromagnetycznego i prędkości dla obu stanów przejściowych. Czas rozruchu bezpośredniego wynosi około 0.8s, natomiast czas osiągnięcia stanu ustalonego przy skokowym obciążeniu wynosi około 0.6s. Symulacje z rysunku 7 przeprowadzono dla skosu  $1tr$ , czyli takim jak w silniku rzeczywistym.



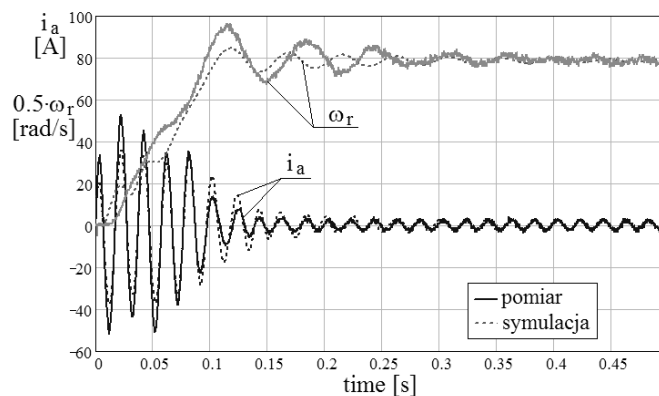
Rys.7. Przebieg prędkości kątowej  $\omega_r$ , momentu elektromagnetycznego  $T_e$  i prądu  $i_a$  dla stanu rozruchu bez obciążenia oraz po skokowym obciążeniu momentem znamionowym

Dynamikę prądów w oczkach wirnika można ocenić na podstawie dynamiki prądów w oczkach stojana na podstawie równowagi przepływów magnetycznych pomiędzy tymi obwodami. Należy oczekiwać, że gdy amplitudy prądów stojana są większe to również amplitudy prądów w obwodzie wirnika są większe. Przebiegi prądów w wirniku mają jednak inną częstotliwość, wynikającą z poślizgu wirnika względem stojana. Na rysunku 8 pokazano przebiegi prądów trzech kolejnych oczek klatki wirnika. Okno czasowe tych przebiegów odpowiada symulacji pokazanej na rysunku 7. Praktyczna realizacja takiego pomiaru jest niezwykle trudna i kosztowna. Uwidacznia to zaletę jaką ma model matematyczny silnika opracowany w osiach naturalnych, który pozwala na analizę prądów oczkowych w wirniku oraz prądów płynących przez poszczególne jego komponenty (pręty, fragmenty pierścieni zwierających). Przy rozruchu, charakterystyczna jest stosunkowo duża amplituda prądów (w analizowanym silniku około 4kA). W stanie ustalonym przy biegu jałowym amplituda i częstotliwość prądów w wirniku jest bliska zero. Przy obciążeniu (rysunek 8) obserwuje się przesunięcia fazowe pomiędzy kolejnymi prądami oczkowymi, których amplituda zależy od stopnia obciążenia silnika.



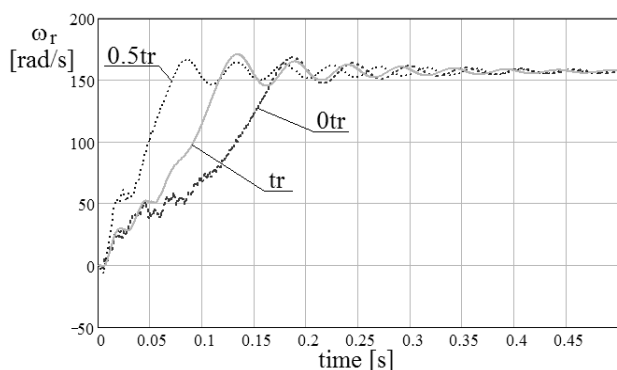
Rys.8. Przebiegi prądów trzech kolejnych oczek klatki wirnika podczas rozruchu bezpośredniego bez obciążenia, a następnie po skokowej zmianie momentu obciążenia

Porównanie wyników symulacji przebiegów prędkości i prądu  $i_a$  z wynikami pomiarów pokazano na rysunku 9. Uzyskano dobrą zgodność przebiegów prędkości w stanie ustalonym z różnicą 0.6% oraz dobrą zgodność przebiegów prądów z różnicą 5% odniesioną do amplitud. W stanach przejściowych różnice są większe, co jest konsekwencją przyjęcia założeń upraszczających. Można, zatem wnioskować, że przebieg momentu elektromagnetycznego silnika przynajmniej w stanie ustalonym, jest zbliżony do przebiegu momentu maszyny rzeczywistej.



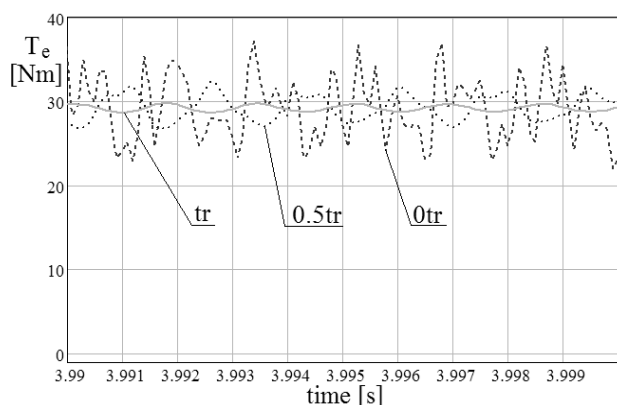
Rys.9. Porównanie przebiegów prędkości kątowej silnika  $\omega_r$  i prądu  $i_a$  otrzymanych metodą pomiaru i symulacji

W celu pokazania wpływu skosu żłobków na dynamikę silnika dokonano symulacji rozruchu bezpośredniego przy braku obciążenia dla trzech różnych skosów żłobków wirnika. Wyniki tych symulacji przedstawiono na rysunku 10. Najkrótszy czas rozruchu silnika wystąpił przy skosie  $0.5tr$  natomiast najdłuższy przy skosie  $0tr$ .

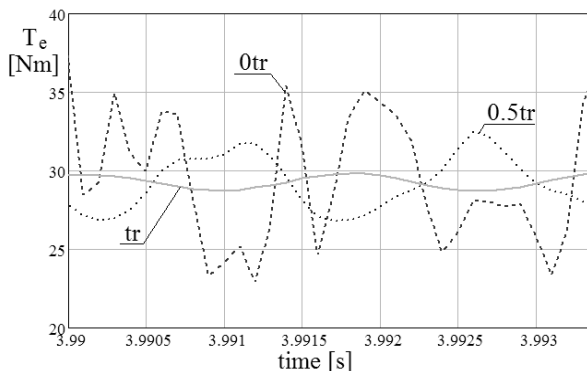


Rys.10. Przebiegi prędkości kątowej  $\omega_r$  podczas rozruchu bez obciążenia dla trzech różnych wartości skosu żłobka wirnika  $tr$

W celu pokazania wpływu skosu na przebieg momentu elektromagnetycznego w stanie ustalonym dokonano zestawienia wyników symulacji na rysunku 11. Na podstawie badań symulacyjnych wyznaczono podstawowy okres momentu względem, którego pokazano przebiegi na rysunku 12. W przebiegach widoczny jest istotny wpływ skosu żłobka wirnika na pulsacje momentu. Względna wartość tych pulsacji w stosunku do wartości średniej wynosi 28% dla skosu  $0tr$ , 11% dla skosu  $0.5tr$  i 2% dla skosu równego  $tr$ .



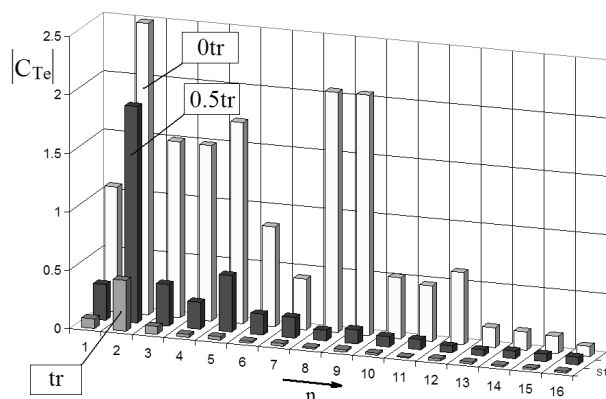
Rys.11. Przebiegi momentu elektromagnetycznego  $T_e$  przy obciążeniu silnika momentem znamionowym dla trzech wartości skosu  $tr$  żłobka



Rys.12. Powiększony fragment przebiegów momentu elektromagnetycznego  $T_e$  przy obciążeniu silnika momentem znamionowym dla trzech wartości skosu  $tr$  klatki

W oparciu o wyznaczone przebiegi momentu elektromagnetycznego, przy obciążeniu znamionowym w stanie ustalonym, przeprowadzono analizę widmową rozkładając przebiegi w szereg Fouriera względem okresu podstawowego. Rysunek 13 przedstawia widmo amplitudowe kilkunastu pierwszych harmonicznych przy trzech różnych skosach żłobka. Do analizy widmowej przyjęto okno czasowe o długości równej największemu okresowi powtarzalności przebiegu momentu  $t=0.003(3)$  s (rysunek 12). W widmie nie uwzględniono składowej stałej momentu.

Z badań wynikało, że ze wzrostem wartości skosu żłobka wirnika, amplitudy harmonicznych maleją. Zmiana ta nie jest jednak proporcjonalna do zmiany skosu. Wpływ skosu na wartość amplitudy poszczególnych harmonicznych nie jest jednakowy. W każdym przypadku wartość drugiej harmonicznej jest największa. Obserwuje się jednak wyższe harmoniczne o znacznej amplitudzie w porównaniu ze składową podstawową.



Rys.13. Widmo amplitudowe momentu elektromagnetycznego  $T_e$  silnika przy obciążeniu znamionowym dla trzech wartości skosu  $tr$  klatki

Rozważając wpływ wyższych harmonicznych momentu na pobudzenie rezonansów należy stwierdzić, że częstotliwości odpowiadające poszczególnym składowym są stosunkowo duże (kilkaset Hz). W przypadku układu napędowego z zastosowaniem badanego silnika możliwe jest pobudzenie rezonansów mechanicznych powyżej częstotliwości 300Hz przy zasilaniu idealnym napięciem sinusoidalnym o częstotliwości 50Hz. Przy zasilaniu silnika napięciem o mniejszej częstotliwości składowe widma nie znikają, ale maleją odpowiadające im częstotliwości. Gdy silnik zasilany jest z przekształtnika dodatkowo pojawiają się wyższe harmoniczne zewnętrzne. Problematyka ta będzie rozwijana, a wyniki badań będą publikowane w dalszych pracach.

#### 4. WNIOSKI KOŃCOWE

W celu przeprowadzenia analizy wpływu skosu żłobków wirnika na rozkład widma momentu elektromagnetycznego silnika opracowano model obwodowy silnika w oparciu o metodę energetyczną Lagrange'a. Opracowany model wymaga, między innymi, wyznaczenia indukcyjności własnych i wzajemnych pomiędzy oczkami uzwojenia stojana i wirnika.

Przeprowadzono badania symulacyjne w celu wyznaczenia rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie. Obliczenia połowe wykonywano dla modelu 3D maszyny przy 3 wartościach skosów żłobka wirnika. Na ich podstawie wyznaczono dyskretne wartości indukcyjności w funkcji kąta  $\beta$  obrotu wału i skosu żłobków wirnika. Wykorzystując ich okresowy przebieg aproksymowano je szeregiem Fouriera, w wyniku czego, uzyskano analityczną postać funkcji indukcyjności. Dokonano porównania wybranych wyników symulacji pracy silnika z wynikami uzyskanymi z pomiarów na rzeczywistej maszynie. Z porównania wynikała dobra zgodność przebiegów prędkości oraz prądów. Wykonano szereg badań symulacyjnych różnych stanów pracy maszyny przy trzech skosach żłobków wirnika. Zaobserwowano znaczny wpływ skosu żłobków na przebiegi prędkości kątowej, prądów i momentu elektromagnetycznego w stanach przejściowych. Wykazano, że w stanie ustalonym wraz ze wzrostem skosu wartość pulsacji momentu elektromagnetycznego maleje. Analiza widmowa momentu wykazała, że ze wzrostem wartości skosu żłobka wirnika amplitudy harmonicznych maleją oraz, że zmiana ta nie jest proporcjonalna do zmiany skosu. Ponadto wpływ skosu żłobków na wartość amplitudy poszczególnych harmonicznych nie jest jednakowy. Można wnioskować, że w przypadku pracy układu napędowego z zastosowaniem badanego silnika możliwe jest pobudzenie rezonansów mechanicznych powyżej częstotliwości 300Hz przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym o częstotliwości sieciowej. Przy zasilaniu silnika napięciem o mniejszej częstotliwości, składowe widma momentu są niezmiennie, ale odpowiadające im częstotliwości zmniejszą się. Może się to przyczynić do pobudzania rezonansów w układzie mechanicznym sprzężonym z wałem silnika o mniejszych częstościach. Gdy silnik zasilany jest z przekształtnika dodatkowo pojawiają się wyższe harmoniczne o charakterze

zewnątrznym. Należy spodziewać się pojawienia dodatkowych składowych widma o poszerzonym spektrum. Dalsze prace skupią się na analizie widma momentu elektromagnetycznego maszyny o zasilaniu przekształtnikowym.

## 5. BIBLIOGRAFIA

1. Noga M. Gołębiowski L. Mazur D.: Harmoniczne momentu i prądu silnika asynchronicznego, SME 2000, Modelowanie maszyn elektrycznych, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 50, s. 45-50.
2. Lebold M. S., Maynard K., Reichard K., Trethewey M.: Using torsional vibration analysis as a synergistic method for crack detection in rotating equipment, Aerospace Conference 2004, s. 3517-3527.
3. Haes P. E. Wood B. M. Horn D. G.: Mechanical design of induction motors applied on adjustable Speed driver, Petroleum and Chemical Industry Conference, s. 139 – 149.
4. Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych, Warszawa PWN 1977.
5. Sobczyk T.: Model matematyczny silników klatkowych o skośnych żłobkach uwzględniający nieliniowość głównego obwodu magnetycznego, Proc. Of XLII International Symposium on Electrical Machines, SME 2006, Krakow (PL), s. 163-166.
6. Wilk A., Birkos R., Dębski M.: Analyses of influence of the rotor slots' skew on inductances of the stator and rotor windings of a squirrel-cage asynchronous motor, International Symposium on Electrical Machines, Poznań 2007 s. 175-178.

## INFLUENCE OF ROTOR SLOTS' SKEW ON ELECTROMAGNETIC TORQUE SPECTRUM OF A SQUIRREL-CAGE ASYNCHRONOUS MOTOR

Research results of influence of the rotor slots' skew on electromagnetic torque spectrum in a squirrel-cage motor Sg132M4-T4 are presented in the paper. For the research purposes a circuit oriented model in natural axes has been developed. In the model development the Lagrange's energy method has been used. Lumped elements of the model refer to a single stator coil and a single squirrel-cage loop. Electromagnetic field simulations for three different rotors' slots skews have been made using Opera 3D software. Discrete values of self and mutual inductances between lumped stator and rotor winding elements were calculated for these values of slots' skew. In order to obtain analytic representation of these inductances, their approximation with Fourier series has been made. Several simulations of selected machine states with sinusoidal supply have been made. Simulation results versus measurement results were compared. The influence of the slots' skew on internal spectrum of the electromagnetic torque has been investigated. Research results have shown that changes in slots' skew influence not the same changes in particular harmonics of the electromagnetic torque spectrum.