

XVI Seminarium
ZASTOSOWANIE KOMPUTERÓW W NAUCE I TECHNICIE' 2006
Oddział Gdański PTETiS
Referat nr 18

**JAKOŚĆ IDENTYFIKACJI PARAMETRÓW
OBWODU ELEKTRYCZNEGO Z WYKORZYSTANIEM
ANALIZY CZĘSTOTLIWOŚCIOWEJ PRĄDÓW**

Adam MUC¹, Mariusz RETKOWSKI²

1. Politechnika Gdańska, Katedra Energoelektroniki i Maszyn Elektrycznych, ul. Sobieskiego 7, 80 – 216 Gdańsk, e-mail: mucadam@ely.pg.gda.pl
2. Akademia Medyczna w Gdańsku, Instytut Radiologii i Medycyny Nuklearnej, Zakład Radiologii, ul Dębinki 7, 80 – 211 Gdańsk, e-mail: mret@amg.gda.pl

Symulacja przepływu krwi przez nerkę prądem elektrycznym jest możliwa z zastosowaniem modelu będącego obwodem elektrycznym RLC. Zastosowanie medyczne wyników symulacji wymaga identyfikacji parametrów zaproponowanego modelu elektrycznego lub przynajmniej charakteru ich zmian. Specyfika poszukiwanych parametrów i danych wykorzystywanych w identyfikacji narzuca modyfikację znanych metod diagnozowania stanu badanego obiektu. Została zaproponowana metoda identyfikacji wykorzystująca analizę częstotliwościową dostępnych sygnałów. Przeprowadzono analizę czynników mających wpływ na dokładność identyfikowanych parametrów w oparciu o znajomość prądu na wejściu i wyjściu obwodu elektrycznego. Prądy te odpowiadają przepływowi krwi w tętnicy i żyły nerkowej.

1. WSTĘP

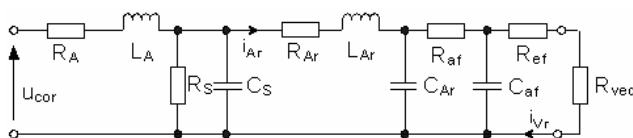
W literaturze medycznej, często przy omawianiu układów krwionośnych wybranych części ciała lub organów wykorzystuje się analogie do praw elektrotechniki [1], czyli występuje podobieństwo między prawem Hagen-Poiseuille'a i prawem Ohma oraz pierwszym prawem Kirchhoffa i zasadą ciągłości [6]. W odniesieniu do wielkości, analogie pojawiają się między prądem elektrycznym i przepływem krwi oraz napięciem źródłowym i ciśnieniem. Więcej o analogiach stanowiących podstawę modelowania obwodem RLC przepływów krwi napisano w pracy [6].

Rozpatrywanie układu krwionośnego przy średniej wartości przepływu krwi odpowiada analizie obwodu prądu stałego, w którym głównymi elementami są rezystancje. Uwzględnienie okresowego charakteru przebiegu ciśnienia oraz możliwości gromadzenia krwi w naczyniach i organach wymaga rozbudowania elektrycznego modelu odwzorowującego wybrane zjawiska zachodzące w przepływie krwi przez wprowadzenie pojemności i indukcyjności. W pracach [4,5] przedstawiono metody tworzenia elektrycznego analogu

krwiobiegowi nerki oraz sposoby obliczania i sprowadzania wielkości hydraulicznych przepływu krwi do jednostek układu SI. Bardzo często dla opracowanych modeli tworzone są algorytmy identyfikujące wszystkie bądź wybrane ich parametry. Podana w pracy [4] metoda identyfikacji parametrów modelu (rys. 1) polega na porównaniu naturalnych sygnałów zarejestrowanych w człowieku z modelem matematycznym. Do tych sygnałów zalicza się zarejestrowane przebiegi prędkości krwi lub ciśnienia. Ze względu na specyfikę dostępnych danych wejściowych dotychczas znane w elektrotechnice lub automatyce metody identyfikacji obiektów nie mogą zostać zastosowane bez modyfikacji.

2. ANALOG KRWIobiegu NERKI I ALGORYTM IDENTYFIKACJI

W pracy [1] średni przepływ krwi przez nerkę opisano wykorzystując prawo Ohma. Z tego opisu można wnioskować, że opór hydrauliczny jest podstawową wielkością, którą należy uwzględnić modelując przepływ krwi przez nerkę. Analogiem elektrycznym oporu hydraulicznego jest rezystancja. W pracach [4,5,6] szczegółowo opisano schemat zastępczy obwodu elektrycznego (rys. 1), który uwzględnia najważniejsze zjawiska fizyczne towarzyszące przepływowi krwi przez układ krwionośny nerki [1].



Rys. 1. Zastępczy schemat elektryczny krwiobiegowi nerki:

R_A, L_A – rezystancja i indukcyjność tętnicy głównej, R_S, C_S – rezystancja i pojemność krwiobiegowi jamy brzusznej, R_{Ar}, L_{Ar}, C_{Ar} – rezystancja, indukcyjność i pojemność tętnicy nerkowej, R_{af} i R_{ef} – rezystancja tętniczek dośrodkowych i odśrodkowych, C_{af} – pojemność nerki, R_{veq} – rezystancja żyły nerkowej, u_{cor} – napięcie odpowiadające ciśnieniu występującemu w aortalii, i_{Ar}, i_{Vr} – prądy odpowiadające odpowiednio przepływowi krwi w tętnicy i żyły nerkowej

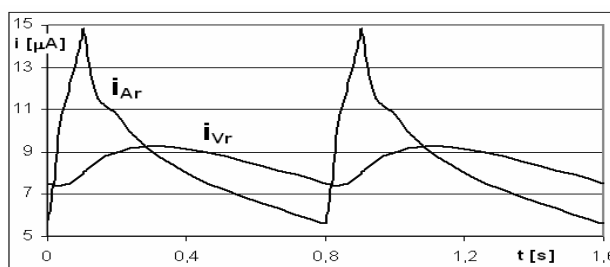
W nowoczesnej medycynie badania diagnostyczne powinny być możliwie obojętne dla pacjenta. Szczególnie jest to ważne, w przypadku częstych badań kontrolnych po zabiegach operacyjnych. Do nieinwazyjnych badań należy rejestracja przebiegów prędkości krwi w tętnicy i żyły nerkowej człowieka za pomocą ultrasonografii Dopplerowskiej. Opisany w pracy [4] algorytm identyfikacji parametrów modelu krwiobiegowi nerki wykorzystuje wyniki tego badania.

Zarejestrowanie przebiegów prędkości krwi w tętnicy i żyły nerkowej pozwala na rozpatrzenie fragmentu schematu elektrycznego (rys. 1), najistotniejszego z punktu widzenia diagnostyki nerki, zgodnie z prawami elektrotechniki. Korzyścią wynikającą z zastosowania takiego algorytmu identyfikacji jest uniknięcie dodatkowych badań, często inwazyjnych, np. bezpośrednia rejestracja przebiegów ciśnienia w tętnicach. Przebiegi prądów (rys. 2) otrzymano w wyniku symulacji dla znanych parametrów obwodu.

W zaproponowanym algorytmie identyfikacji [4] zdefiniowano model matematyczny w postaci funkcji widma amplitudowego:

$$|G(f)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - a \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2)^2 + (b \cdot 2 \cdot \pi \cdot f)^2}}, \quad (1)$$

gdzie: $R_{ex} = R_{ef} + R_{veq}$, $a = R_{af}R_{ex}C_{Ar}C_{af}$, $b = C_{Ar}R_{ex} + C_{Ar}R_{af} + C_{af}R_{ex}$.



Rys. 2. Przebiegi czasowe prądów odpowiadające przepływowi krwi w tętnicy (i_{Ar}) i żyły (i_{Vr}) nerkowej

Funkcja (2) jest stosunkiem wartości skutecznych harmonicznnych prądów i_{Ar} i i_{Vr} przy tych samych częstotliwościach.

$$|F(f_i)| = \frac{|I_{Vr}(f_i)|}{|I_{Ar}(f_i)|} \quad (2)$$

Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów umożliwiło stworzenie funkcja minimum danej wzorem:

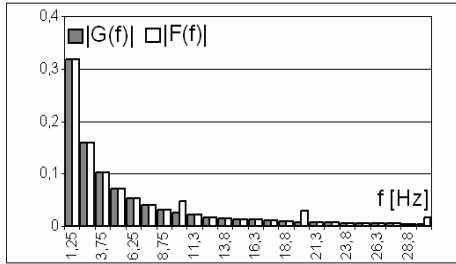
$$S(T_x, T_y, T_z) = \min \sum_{i=0}^N [|G(f_i)| - |F(f_i)|]^2, \quad (3)$$

gdzie: $T_x = C_{af}R_{ex}$, $T_y = C_{Ar}R_{af}$, $T_z = C_{Ar}R_{ex}$.

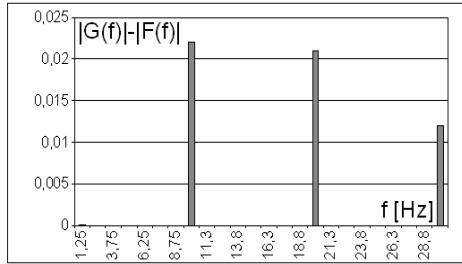
3. OCENA IDENTYFIKACJI

Przebieg ciśnienia krwi w aorcie zależny od cyklu pracy serca jest okresowy. W przebiegu ciśnienia wyróżnia się fazę skurczową (czas narastania) i fazę rozkurczową (czas opadania). Przejście z fazy skurczowej do rozkurczowej odpowiada zmianie ciśnienia ze skurczowego na rozkurczowe. Faza rozkurczowa w przebiegu ciśnienia jest znacznie dłuższa od fazy skurczowej. W spektrum dopplerowskim (obrazującym zmiany prędkości krwi tętnicy nerkowej w czasie) można również wyróżnić fazę skurczową i rozkurczową. Na podstawie porównania przebiegu ciśnienia w aorcie i przebiegu prędkości krwi w tętnicy nerkowej zauważono, że faza skurczowa w przebiegu ciśnienia i prędkości krwi są takie same, ta równość dotyczy także faz rozkurczowych między dwoma tymi przebiegami. Czas narastania przebiegu prądu i_{Ar} (rys. 2) wynosi $t_n = 0,1 [s]$ ($f_n = 10 [Hz]$). Porównując przedstawione na rysunku 3 moduły transmitancji widmowych obliczonych na podstawie wzorów (1) i (2) zauważono, że różnią się one dla częstotliwości narastania f_n . Oszacowanie różnicy między modułami transmitancji widmowych w postaci rozkładu błędów dla każdej z harmonicznnych pokazano na rysunku 4.

Na podstawie analizy rozkładu błędu (rys. 4) stwierdzono, że proponowana postać funkcji minimum (3) jest niekorzystna w przypadku zastosowania algorytmu identyfikacji dla harmonicznnych odpowiadających czasowi narastania prądu.



Rys. 3. Moduły transmitancji widmowych $|G(f)|$ i $|F(f)|$



Rys. 4. Rozkład błędu bezwzględnego modułów transmitancji widmowych $|G(f)|$ i $|F(f)|$

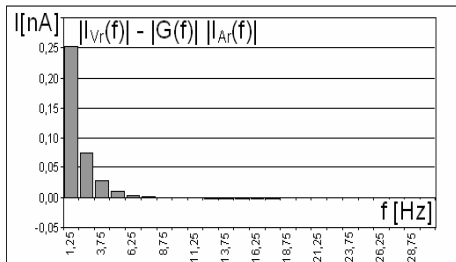
Zwiększono dokładność identyfikacji parametrów modelu przez zmianę postaci funkcji minimum:

$$S(T_x, T_y, T_z) = \min \sum_{i=0}^N [I_{Vr}(f_i) - |G(f_i)| \cdot |I_{Ar}(f_i)|]^2 \quad (4)$$

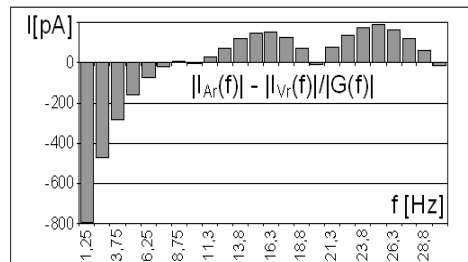
lub

$$S(T_x, T_y, T_z) = \min \sum_{i=0}^N \left[|I_{Ar}(f_i)| - \frac{|I_{Vr}(f_i)|}{|G(f_i)|} \right]^2 \quad (5)$$

W nowych funkcjach minimum (4) i (5), porównywane są prądy odpowiadające przepływowi krwi. Zastosowanie w algorytmie identyfikacji funkcji (4) i (5) nie powoduje zmiany modelu matematycznego (1) i wprowadzonych podstawień [4], natomiast pozwala na znaczne ograniczenie różnic między porównywanymi wielkościami w funkcjach minimum. Dodatkową korzyścią z wprowadzonej modyfikacji jest zmiana charakteru rozkładu błędów. Widoczna poprawa dotyczy funkcji danej wzorem (4), której błąd bezwzględny jest duży tylko dla niskich częstotliwości (rys. 5). Jest to korzystna tendencja w przypadku konieczności zastosowania algorytmu dla wyższych harmonicznnych prądów i_{Ar} i i_{Vr} . Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono rozkłady błędów bezwzględnych dla funkcji (4) i (5).



Rys. 5. Rozkład błędu bezwzględnego widm amplitudowych prądów



Rys. 6. Rozkład błędu bezwzględnego widm amplitudowych prądów

Oceny dopasowania funkcji do danych empirycznych można dokonać wykorzystując miary statystyczne [2]. W pracy, do oceny zestawianych danych wykorzystano odchylenie standardowe składnika resztowego S_e i współczynnik zmienności przypadkowej V_e . Odchylenie standardowe składnika resztowego informuje o ile średnio odchylają się wartości szacowane od zaobserwowanych, natomiast współczynnik zmienności przypadkowej pozwala ocenić natężenie wahań przypadkowych. W praktycznych zastosowaniach należy dążyć do obniżania wartości tych dwóch miar, aby uzyskać silniejsze dopasowanie ocenianych danych. Wartości obliczonych miar statystycznych zebrane w tabelicy 1 potwierdzają wcześniejsze wnioski z interpretacji rozkładów błędów podstawionych na rysunkach 4 ÷ 6.

Tablica 1 Zestawienie obliczonych wartości odchylenia standardowego składnika resztowego i współczynnika zmienności przypadkowej

funkcja minimum	dane	S_e	V_e
wzór (4)	F(f) i G(f)	0,0065	8,4 [%]
wzór (5)	$I_{Vr}(f)$ i $G(f)*I_{Ar}(f)$	0,0065 [μ A]	0,0135 [%]
wzór (6)	$I_{Ar}(f)$ i $I_{Vr}(f)/G(f)$	0,0065 [μ A]	0,0338 [%]

Odchylenia standardowe składnika resztowego dla rozpatrywanych funkcji minimum mają tę samą wartość, ale inne jednostki. Największe odchylenie występuje dla funkcji minimum danej wzorem (3) a mniejsze dla funkcji opisanych wzorami (4) i (5). Wartości współczynnika zmienności przypadkowej potwierdzają, że największy wpływ wahań przypadkowych występuje dla funkcji minimum (3), natomiast najmniejszy dla funkcji minimum danej wzorem (4). Istnieje możliwość zmniejszenia błędów i poprawy mierników statystycznych dla funkcji minimum danej wzorem (3). Jedną z możliwości jest ekstrapolacja wartości modułu (2) dla harmonicznej, która odpowiada częstotliwości narastania ciśnienia. Jednak, takie rozwiązanie wymaga dodatkowych obliczeń i wydaje się zbyteczne, gdyż jest możliwa zmiana postaci funkcji minimum, np. na postać opisaną wzorem (4).

Powyższe obliczenia zostały wykonane dla znanych parametrów obwodu elektrycznego: $a = 8,081 \cdot 10^{-3}$ i $b = 0,3955$, które odpowiadają przepływowi krwi przez zdrową nerkę [1]. Ocena korelacji między danymi uwzględnianymi w procesie identyfikacji oraz analiza postaci funkcji minimum dla znanych parametrów obwodu pokazała, że istnieje zależność między typem funkcjami minimum a rozkładem błędów.

W pracy, oprócz przeprowadzonej oceny jakości identyfikacji, zidentyfikowano parametry a i b z wykorzystaniem najkorzystniejszej funkcji minimum oraz dokonano ich oceny. Identyfikacja została przeprowadzona dla prądów przedstawionych na rysunku 2. Na podstawie przeprowadzonej oceny funkcji minimum została wybrana funkcja opisana wzorem (4). Do poszukiwania minimum funkcji wykorzystano metodę SIMPLEX. W wyniku obliczeń otrzymano wartość parametru $a = 8,08 \cdot 10^{-3}$ i $b = 0,3953$. Do oceny estymowanych wielkości, oprócz wcześniej wykorzystanych dwóch miar, dodatkowo można zastosować współczynnik zbieżności ϕ^2 i determinacji R^2 [2]. Obie miary przyjmują wartości z przedziału $<0;1>$. Jeżeli wartość współczynnika zbieżności jest bliska zeru a współczynnika determinacji jedności to korelacja między ocenianymi danymi jest bardzo wysoka. Wykorzystanie odchylenia standardowego składnika resztowego jest również możliwe dla oceny estymowanych danych po uwzględnieniu liczby zidentyfikowanych parametrów. Ocena jakości identyfikacji została przeprowadzona przez porównanie funkcji (1) dla pa-

rametrów znanych i obliczonych w procesie identyfikacji. Po uwzględnieniu dwóch punktów swobody, jakim są zidentyfikowane parametry, otrzymano: $S_e = 2,4 \cdot 10^{-5} [\mu A]$ i $V_e = 3,1 \cdot 10^{-2} [\%]$.

Pozostałe miary statystyczne przyjęły następujące wartości: $\varphi^2 = 1,3 \cdot 10^{-8}$ i $R^2 = 0,99(9)$. Wartości obliczonych miar wskazują na dobre dopasowanie zidentyfikowanych parametrów do znanych. Dopasowanie parametrów a i b oznacza bardzo wysoką korelację wartości widm amplitudowych przy poszczególnych częstotliwościach.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Zaproponowana w pracy [4] metoda identyfikacji wykorzystująca analizę częstotliwościową przebiegu przepływu krwi w tętnicy nerkowej może odegrać znaczącą rolę przy monitorowaniu zmian zachodzących w przeszczepionej nerce.

Powyżej pokazano główne czynniki wpływające na jakość identyfikacji. Z przeprowadzonej oceny wynika, że identyfikacja parametrów z wysoką dokładnością wymaga zmodyfikowania funkcji minimum (3) do postaci danej wzorem (4) lub (5). Zaletą funkcji minimum - wzór (4) lub (5) jest to, że nie powodują dużych zmian w samym algorytmie.

Uwzględniając praktyczne aspekty badania ultrasonografem Dopplera, potrzebne wydaje się poszukiwanie innego wariantu algorytmu identyfikacji, który pominąłby rejestrację prędkości krwi w żyłę nerkowej. Zastosowanie metod częstotliwościowych jest podstawowym elementem algorytmu identyfikacji.

5. BIBLIOGRAFIA

1. Bullock J., Boyle J., Fizjologia wydanie II polskie, Wyd. Medyczne Urban & Partner, Wrocław 2004.
2. Makać W., Urbanek-Krzysztofia D., Metody opisu statystycznego, Wyd. Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2004.
3. Matulewicz W., Szczególny przypadek zastosowania obwodu elektrycznego, [w] Materiały X Symp. PPEiE, Arch. Konf. PTEiS vol. 18 (2003).
4. Matulewicz W., Muc A., Identyfikacja parametrów szczególnych obwodów elektrycznych na przykładzie przepływu krwi w nerce, Zesz. Nauk. Wydz. EiA P.Gdań. nr. 21 Gdańsk 2005, ISSN 1425-5766.
5. Matulewicz W., Muc A., Retkowski M., Zastosowanie zastępczego schematu elektrycznego do analizy zmian przepływu krwi w nerce, Przegląd Elektrotechniczny, nr. 06/2006.
6. Matulewicz W., Pietruszewski P., Symulacja obwodów elektrycznych zasilanych pulsacyjnie w badaniach patologii nerek, Zesz. Nauk. Wydz. EiA P.Gdań. nr.19 Gdańsk 2003, 67-72.

QUALITY OF THE PARAMETERS IDENTIFICATION OF ELECTRIC CIRCUIT USING FREQUENCY ANALYSIS OF CURRENTS

In the article was conducted the analysis of factors influencing on the quality and the accuracy of identification parameters basing on the algorithm described in [4]. Carried analysis showed, that identification of parameters of the electric circuit with high-quality and accuracy requires the change of the minimum function (3) on the function (4) or (5). The use of the function (4) or (5) does not cause the changes in the algorithm of identification.