Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej Nr 19

XIII Seminarium
ZASTOSOWANIE KOMPUTERÓW W NAUCE I TECHNICE 2003
Oddział Gdański PTETiS

PROPOZYCJE NA ĆWICZENIA Z MATEMATYKI Z WYKORZYSTANIEM PROGRAMU MATLAB

Wiesława REGEL
Politechnika Rzeszowska, ul. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów
tel. (017) 854 2018 e-mail: wjr@interia.pl

Ze względu na swoją specyfikę, nauczanie matematyki w politechnikach wymaga szczególnych przemyśleń. Rola matematyki w politechnikach zmienia się bowiem wraz z rozwojem techniki i zmieniającym się wizerunkiem współczesnego inżyniera. Nie ulega wątpliwości, że matematyka pełni w politechnikach rolę usługową. Wraz z rozwojem komputeryzacji pojawiła się możliwość a zarazem konieczność komputerowego wspomagania nauczania matematyki. Nauczanie takie wymaga uświadomienia sobie korzyści wynikających z takiego nauczania oraz pewnych uwarunkowań, które powodują, że nauczanie matematyki z komputerem staje się bardziej efektywne i ma charakter wspomagający. W poniższym opracowaniu przedstawiono kilka ćwiczeń ilustrujących różnorodne sposoby wspomagania nauczania matematyki w politechnikach na przykładzie liczb zespolonych.

1. INFORMACJE OGÓLNE

Prawie wszystkie pojęcia matematyki wyższej, z którymi student spotyka się w uczelni technicznej to pojęcia dla niego nowe. Specyfika nauczania matematyki w wyższych uczelniach technicznych pozostawia studenta sam na sam z nowymi pojęciami. Droga do prawidłowego operowania nowymi pojęciami ze zrozumieniem jest dla studentów, których edukacja matematyczna była do tej pory inaczej prowadzona, niejednokrotnie zbyt trudna.

„Operatywny charakter matematyki umożliwia w jej zastosowaniach w różnych dziedzinach coraz szersze wykorzystanie maszyn do rozwiązywania zagadnień nieraz pozornie bardzo trudnych do ujęcia w czynnościowe schematy. Z drugiej strony rozwój maszyn wpływa też na szczególny rozwój pewnych działów matematyki i na kierunek podejmowanych badań....[1]. Maszyna może „działać” za człowieka, jeśli on dla niej opracuje program; dużego teoretycznego przygotowania ze strony człowieka wymaga „myślenie” maszyny. Uczniowie od początku zaprawiani tylko do sprawnego posługiwania się gotowymi schematami, rachują może dobrze, ale rozumują źle, są bezradni wobec nowych sytuacji. Myślenie w dziedzinie matematyki nie jest kontemplacją, ale dynamicznym systemem – ostrzej niż w innych dziedzinach – sprecyzowanych w świadomości operacji.”[1].

Nauczanie matematyki w uczelniach technicznych powinno być wspomagane komputerowo. Obecnie to już nie tylko możliwość ale konieczność.

2. ASPEKTY WYBORU CAS (*ANG.* COMPUTER ALGEBRA SYSTEM) DO NAUCZANIA MATEMATYKI W UCZELNIACH TECHNICZNYCH.

Wszystkie uczelnie techniczne w Polsce są wyposażone w pracownie komputerowe. Istnieją więc potencjalne warunki dla komputerowego wspomagania nauczania matematyki. Obecne wersje systemów CAS są bardzo rozbudowane i zadawalające w sensie matematycznym. Pozornie więc możemy wybrać dowolny system CAS aby realizować matematyczne cele. Wybór systemu CAS nie powinien być jednak przypadkowy. Warto wziąć pod uwagę nieco więcej aspektów systemów CAS. W uczelniach technicznych, gdzie matematyka pełni rolę usługową, ważne jest, czy program będzie wykorzystywany przez studentów na innych zajęciach z przedmiotów technicznych oraz czy będzie używany w przyszłości. Uczenie się kilku programów mających podobne funkcje nie zawsze jest uzasadnione, a uczenie się ich tylko dla matematyki nie byłoby zbyt dobrze przyjęte przez studentów. Praca z kilkoma programami musi mieć jakieś uzasadnienia inaczej wprowadza chaos i student przestaje być pozytywnie motywowany. Wszechstronność i uniwersalność wybranego programu to bardzo ważne cechy. Nawet na gruncie samej matematyki, użycie jednych programów CAS może bardziej lub mniej sprzyjać osiąganiu zamierzonych celów. Chodzi tu dokładniej o: syntaktykę poleceń, instrukcje graficzne, sposób obsługi programu. Programami najczęściej obecnie używanymi na przedmiotach technicznych w politechnikach, do symulacji i obliczeń typowo inżynierskich są np. MathCad i Matlab. Wybór tych programów do wspomagania nauczania matematyki wydaje się być najbardziej optymalny.

3. PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ PROGRAMU MATLAB W NAUCZANIU MATEMATYKI

3.1. Ćwiczenia podstawowe

Aby praca z programem Matlab była efektywna, konieczne jest wykonanie pewnej ilości prostych ćwiczeń z wykorzystaniem konkretnych wartości. Celem takich ćwiczeń jest nabycie umiejętności wykonywania obliczeń związanych z rozpatrywanym pojęciem, zaobserwowanie reakcji komputera na wykonywane operacje i umiejętność odczytywania rozwiązania, uświadomienie sobie przypadków szczególnych i uwarunkowań, którym podlegają wprowadzane dane. Do ćwiczeń na poziomie podstawowym można także zaliczyć prostą interpretację graficzną wykonaną przy użyciu komputera, oraz pisanie prostych plików własnych dotyczących rozważanego pojęcia, z użyciem wzorów matematycznych i standardowych funkcji dotyczących rozpatrywanego pojęcia.

Przykład 1

A/ Wykonaj obliczenia na liczbach zespolonych, wiedząc że: $z_1 = 2\text{-}3i$, $z_2 = \text{-}5\text{-}12i$:
z_1+z_2, $2*z_1\text{-}z_2$, z_1*z_2, z_1^3, $|z_1|$, $|z_1+z_2|$, $|z_2^2|$, $real(z_1)$, $imag(z_1\text{-}z_2)$, $Arg(z_1)$, $Arg(z_2)$ wykorzystując znane Ci wzory matematyczne oraz standardowe funkcje programu.

Dla przykładu przedstawię rozwiązanie

$$|z_1+z_2| \tag{1}$$

>> z1=2-3i;

>> z2=-5-12i;

>> sqrt((-3)^2+(-15)^2) (2)

ans =

15.2971

>>modul= abs(z1+z2) (3)

ans =15.2971

Student ma możliwość porównania wyników (2) i (3) otrzymanych z użyciem wzorów matematycznych i standardowej funkcji programu.

Student może także dokonywać wyboru najbardziej efektywnego sposobu otrzymywania wyniku spośród: (5), (6), (7) dla przykładu (4) przedstawionego poniżej:

$$Arg(z_2) \tag{4}$$

```
>> A=atan2(-12,-5)                                  (5)
A =
  -1.9656
>> B=atan(12/5)                                     (6)
B =
   1.1760
>> C=angle(z2)                                      (7)
C
  -1.9656
```

B/ Napisz m-plik, który będzie zwracał informacje o module i argumencie głównym ilorazu dwóch liczb zespolonych, z uwzględnieniem warunku, aby argument główny był z przedziału $<0,2\pi)$.

```
Function iloraz(z1,z2)
modul=abs(z1)/abs(z2);
if angle(z1)<0 & angle(z2)<0
   Arg=(2*pi+angle(z1))-(2*pi+angle(z2));
   If Arg<0
      Arg=2*pi+Arg;
   end
else
  if angle(z1)>0 & angle(z2)>0
Arg=angle(z1)-angle(z2);
If Arg<0
Arg=2*pi+Arg;
end
else
if angle(z1)<0 & angle(z2)>0
Arg=(2*pi+angle(z1))-angle(z2);
if Arg<0
Arg=2*pi+Arg
end
else
if angle(z1)>0 & angle(z2) <0
Arg=angle(z1)-(2*pi+angle(z2));
if Arg<0
Arg=2*pi+Arg;
end
end
```

Powyższy m – plik, to jeden ze sposobów rozwiązania postawionego problemu. Jest on głęboko osadzony w matematyce. Student powinien przewidzieć przypadki oraz uświadomić sobie zależności pomiędzy argumentem z przedziału $(-\pi, \pi)$ i z przedziału $(0, 2\pi)$.

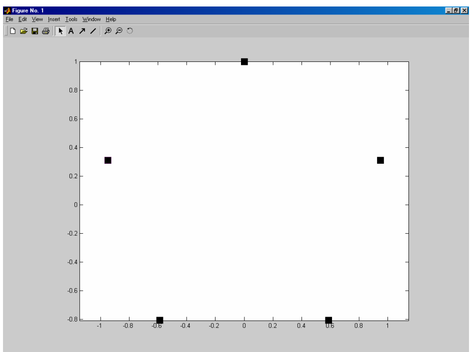
3.2. Ćwiczenia zaawansowane

Przykład 2

Napisz m-plik, obliczający i ilustrujący graficznie pierwiastki n-tego stopnia z dowolnej liczby zespolonej.

```
function pierwiastki(z,n)
wielomian=zeros(1,n+1);
wielomian(1,1)=1;
wielomian(1,n+1)=z*(-1);
pierwiastki=roots(wielomian);
w=[real(pierwiastki),imag(pierwiastki)]
for i=1:n
    plot(w(i,1), w(i,2),´rs´,’Markersize’,8,’Markerfacecolor’,’r’)
hold on
end
axis equal
```

Wywołując plik pierwiastki(i,5) otrzymujemy poniższą „graficzną ilustrację pierwiastków 5-tego stopnia z liczby i.”:



Rys. 1 Graficzna ilustracja pierwiastków 5 – tego stopnia z liczby i.

Otrzymujemy także macierz w, której kolumny są odpowiednio częściami: rzeczywistą i urojoną kolejnych pierwiastków.

```
>> pierwiastki1(i,5)
w =
  -0.9511    0.3090
  -0.5878   -0.8090
  -0.0000    1.0000
   0.5878   -0.8090
   0.9511    0.3090
```

Treści matematyczne, do których student musi się odwołać to: powiązanie teorii pierwiastków zespolonych z teorią wielomianów, wiedza o ilości pierwiastków w przypadku pierwiastków n-tego stopnia oraz interpretacja geometryczna pierwiastków zespolonych. Dodatkową zaletą tego m-pliku jest jego uniwersalność i możliwość wykorzystania dla dowolnej liczby zespolonej „*z*” i dla dowolnej liczby naturalnej „*n*”.

Przykład 3

Napisz m-plik zaznaczający obszar określony warunkami:

$$a_1 < arg(z) < a_2 \qquad (8)$$

gdzie z jest liczbą zespoloną, a_1 oraz a_2 to kąty zapisane w mierze łukowej z przedziału $<0, 2\pi>$.

Rozwiązanie:

Aby rozwiązać to zadanie, student powinien wiedzieć wykorzystując znaczenie argumentu liczby zespolonej, co będzie graficznym rozwiązaniem zadania. Będzie to obszar kątowy ograniczony półprostymi wychodzącymi z początku układu współrzędnych i tworzącymi kąty a_1 oraz a_2 z dodatnią częścią osi $Re(z)$. Jednym z rozwiązań może być więc takie, w którym student wykorzysta informacje dotyczące wartości tangensów kątów a_1 oraz a_2. Są one jednocześnie współczynnikami kątowymi pewnych prostych. Ze względu na długość pliku przytoczę tylko jego fragment ilustrujący sposób rozwiązania:

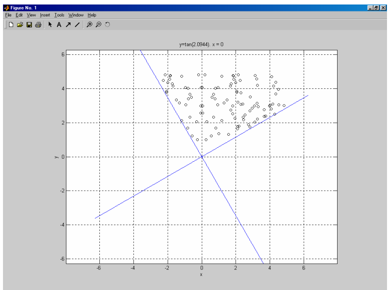
```
function obszkat(a1,a2,x1,y1)
fun1='y=tan(zm1).*x';
fun1=strrep(fun1,'zm1',num2str(a1));
ezplot(fun1);
hold on;
fun2='y=tan(zm2).*x';
fun2=strrep(fun2,'zm2',num2str(a2));
ezplot(fun2);
axis equal;
grid on
rozm=size(x1);
for i=1:rozm(1,2)
  if a1>=0 & a1<=pi/2 & a2>=0 & a2<=pi/2 & y1(1,i)>tan(a1).*x1(1,i) & y1(1,i)<tan(a2).*x1(1,i)
     plot(x1(1,i),y1(1,i),'ok','markersize',5)
  else
     if a1>pi/2 & a1<=3*pi/2 & a2>pi/2 & a2<=3*pi/2 & y1(1,i)<tan(a1).*x1(1,i) & y1(1,i)>tan(a2).*x1(1,i)
       plot(x1(1,i),y1(1,i),'ok','markersize',5)
    else....
```

Dodatkowo student musi przemyśleć problem kolorowania obszaru spełniającego warunki określone nierównością. Jedną z możliwości jest wykorzystanie współrzędnych punktów wybranych losowo w wybranym przedziale i zapisanych w dwóch wektorach *x1 i y1* następująco:

```
function [x,y] = poledane(min,max)
x=rand(1,abs(max-min)*10);
y=rand(1,abs(max-min)*10);
xp=max*x;
yp=max*y;
xm=min*x;
ym=min*y;
x=[xm xp xm xp];
y=[ym yp yp ym];
```

Efekt można zobaczyć po podstawieniu konkretnych wartości *a1 i a2*.

```
>> [x1,y1]=poledane(-5,5);
>> obszkat(pi/6,2*pi/3,x1,y1)
```



Rys. 2 Ilustracja graficzna rozwiązania nierówności (8), gdzie $a_1=\pi/6$, $a_2=2\pi/3$, x1, y1 to wektory współrzędnych punktów losowych z zakresu (-5,5).

Mając rozwiązania powyższych zadań można podwyższać stopień trudności. Starałam się pokazać, że problemy rozwiązywane z pomocą komputera nie omijają matematyki, lecz są głęboko z nią związane.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Wprowadzenie nowego stylu nauczania matematyki w politechnikach wiąże się z głębszymi zmianami. Nie mogą one polegać tylko na wprowadzeniu laboratorium komputerowego, ale wprowadzane zmiany muszą równocześnie dotyczyć wykładów, ćwiczeń i egzaminów.

5. BIBLIOGRAFIA

1. Krygowska Z., ; Zarys dydaktyki matematyki, cz.2, rozdział 5, WSiP, Warszawa 1979.
2. Brzózka J., Dobraczyński L., ; Programowanie w Matlab, Mikom, 1998.

THE PROPOSITIONS FOR MATHS CLASSES USING SOFTWARE MATLAB

In the paper some exercises of math for laboratories are presented. Math for engineers should be more exploratory and fuller of discovery than can offer traditional course of maths. Teaching maths with computers needs a lot of reflections about new model of lectures, classes and exams.