Marlena Rajczyk

# SPOSÓB ANALIZY PRACY MOSTOWYCH ŁOŻYSK ELASTOMEROWYCH

#### Wprowadzenie

Konstrukcja elastomerowa stanowi zespół elementów sztywnych połączonych ze sobą warstwą elastomeru, szczegółowy opis przedstawiono w publikacjach [1-4]. Odpowiednie przemieszczenia liniowe i kątowe uzyskuje się dzięki sprężystemu odkształceniu materiału hiperelastycznego (najczęściej gumy) przy zachowaniu stałej jego objętości. Wzrost obciążeń łożyska elastomerowego powoduje odpowiedni wzrost odkształceń sprężystych elastomeru. Zależność pomiędzy obciążeniem a odkształceniem nie jest jednak liniowa. Łożysko ma zdolność powrotu do położenia początkowego po zdjęciu obciążenia. Jedną z dużych zalet łożysk elastomerowych jest to, że zmianie obciążeń towarzyszy zjawisko histerezy, które ma wpływ na duże współczynniki tłumienia drgań.

Podstawowymi materiałami elastomerowymi (o dużej odkształcalności) są gumy. Gumy są produkowane w olbrzymich ilościach. Wytwarza się je w procesie wulkanizacji, tzn. usieciowania cząsteczek kauczuku naturalnego lub syntetycznego.

Najważniejszymi składnikami tworzącymi mieszanki kauczukowe są:

- kauczuk naturalny lub syntetyczny
- siarka jako środek wulkanizujący
- sadza, krzemionka lub kreda jako napełniacze
- żywice, parafina, cerezyna jako zmiękczacze
- barwniki
- azot, dwutlenek węgla jako środki porotwórcze

Różne proporcje składników wchodzących w skład mieszanki gumowej pozwalają na uzyskanie wielu gatunków gum o różnych własnościach mechanicznych, fizycznych, chemicznych itp.

Na rysunkach 1 i 2 pokazano przykładowy wykres naprężenie w funkcji odkształcenia  $\sigma = f(\varepsilon)$  dla stali i gumy.

Dla gumy proces rozciągania jest zupełnie odmienny niż dla stali. Już niewielka siła rozciągająca powoduje duże wydłużenie, ponadto wydłużenie to nie jest proporcjonalne do obciążenia, tzn. moduł sprężystości nie jest stały. Nie można więc stosować do obliczeń prawa Hooke'a. Nie występuje granica płynności, obciążenie wzrasta postępowo aż do nagłego zerwania. Guma wyróżnia się jako materiał konstrukcyjny specyficznymi własnościami. Wydłużenie gumy może przekraczać 100% i ciągle znajduje się ona w stanie sprężystym (stale charakteryzują się bardzo małymi wartościami wydłużenia poniżej granicy sprężystości).



Wytrzymałość na rozciąganie gumy jest bardzo niska. Maksymalne wartości naprężeń zredukowanych, jakie jest ona w stanie przenieść, osiągają  $\sigma_{max} = 25 \div 30$  MPa. Gumę ponadto cechuje bardzo ważna własność - podczas odkształcenia nie zmienia ona swojej objętości. Ta własność charakteryzuje się tym, że współczynnik Poissona v = 0,5 (powoduje to bardzo duże problemy obliczeniowe związane z osobliwością macierzy sztywności). Własności gumy można określić na podstawie pomiaru twardości (który dla gumy odnosi się do skali Shore'a). Twardościomierzem stosowanym do pomiaru gumy jest durometr Shore'a - przyrząd sprężynowy o stożkowym zakończeniu. Określenie twardości polega na pomiarze głębokości wgłębienia. Odczyt na skali znajduje się w przedziale 0÷100.

Przykładowa zależność modułów sprężystości w funkcji twardości gumy (jest to wielkość w położeniu równowagi) - trzeba mieć świadomość, że moduły te zmieniają się ze wzrostem odkształcenia. Pokazane wykresy (rys. 3) mają znaczenie jedynie jakościowe, a nie ilościowe.



Rys. 3. Zależność modułu Younga i Kirchhoffa w zależności od twardości gumy

## 1. Modelowanie materiałów hiperelastycznych

Materiały hiperelastyczne charakteryzują się nieliniową zależnością pomiędzy naprężeniami a odkształceniami. Guma ponadto odznacza się brakiem ściśliwości.

## Funkcja gęstości energii odkształcenia

Dla danych wartości odkształceń naprężenia w materiałach hiperelastycznych mogą być wyznaczone z funkcji gęstości odkształcenia S

$$[S] = \frac{\partial W}{\partial [E]}$$

gdzie:

[E] - tensor odkształcenia Greena-Lagrange'a,

[S] - tensor naprężenia Piola-Kirchhoffa,

W - energia odkształcenia.

M. Rajczyk

Funkcja energii odkształcenia dla materiałów izotropowych zależy od niezmienników tensora odkształcenia I<sub>1</sub>,I<sub>2</sub>,I<sub>3</sub>. Przykładowo energia odkształcenia wyrażona za pomocą niezmienników tensora odkształcenia wynosi

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + 1/2 k (I_3 - 1)^2$$

Do opisu materiału gumowego użyto modelu materiału wg Mooneya-Rivlina. Zależności pomiędzy poszczególnymi parametrami wynikają ze wzoru na energię potencjalną odkształcenia.

Funkcja gęstości energii odkształcenia W może być zapisana w postaci wielomianu

$$W = \sum_{k+l=1}^{N} C_{kl} (I_1 - 3)^k (I_2 - 3)^l + \frac{1}{2} \kappa (I_3 - 1)^2$$
$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{11} (I_1 - 3) (I_2 - 3) + C_{02} (I_2 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3$$
$$+ C_{21} (I_1 - 3)^2 (I_2 - 3) + C_{12} (I_1 - 3) (I_2 - 3)^2 + C_{03} (I_2 - 3)^3 + \frac{1}{2} \kappa (I_3 - 1)^2$$

gdzie:

 $C_{kl}$  - stałe 9 parametrów związku Mooneya-Rivlina  $\kappa = \frac{2(C_{10} + C_{01})}{(1 - 2\nu)}$  - moduł odkształcenia objętościowego I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub> - niezmienniki tensora odkształcenia

ponieważ

$$\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$
 daje  $E \approx 6(C_{10} + C_{01})$ 

Jeśli znamy stałe Mooneya-Rivlina dla analizowanego materiału, wystarczy je tylko bezpośrednio wprowadzić do programu. Ponieważ jest bardzo wiele różnych gatunków gum o różnych własnościach mechanicznych, stałe Mooneya-Rivlina są praktycznie niedostępne w literaturze.

Procedura wyznaczania stałych dla materiałów hiperelastycznych jest dość skomplikowana. Chcąc mieć wiarygodne stałe opisujące model materiału hiperelastycznego, należy przeprowadzić odpowiednie testy:

- jednoosiowe rozciąganie
- jednoosiowe ściskanie
- dwuosiowe rozciąganie (Equibiaxial Tension)
- dwuosiowe ściskanie
- płaskie rozciąganie (Planar Tension (Shear))
- płaskie ściskanie,

z których określamy charakterystyki naprężenia w funkcji odkształcenia.

Schematy testów przedstawiono na rysunku 4. Następnie po przeprowadzeniu ich należy wykonać odpowiednie obliczenia numeryczne.



Rys. 4. Schematy obciążeń do badań eksperymentalnych w celu określenia stałych Mooneya-Rivlina

Program Ansys pozwala na operowanie modelem Mooneya-Rivlina dla 2, 5 lub 9 parametrów.

W przypadku 5-parametrowego modelu funkcja gęstości energii odk<br/>ształcenia Wma postać

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 + \frac{1}{2}k(I_3 - 1)^2$$

Dla modelu 2-parametrowego

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{1}{2}k(I_3 - 1)^2$$

Jakiego modelu należy użyć (9-, 5- czy 2-parametrowego), zależy od wielkości obciążenia i wielkości występujących odkształceń.



Rys. 5. Porównanie 2-, 5- i 9-parametrowych modeli Mooneya-Rivlina

## 2. Obliczenia numeryczne

Obliczenia wykonane były dla łożyska przedstawionego na rysunku 6. Analizowane były różne warianty bez otworu i z otworem o różnych średnicach. Łożysko składało się z dwóch płyt stalowych o grubości 20 mm, pomiędzy którymi znajdował się elastomer gumowo-stalowy, składający się z 7 płytek stalowych o grubości 2 mm.



Rys. 6. Podstawowe wymiary łożyska

Rys. 7. Sposób obciążenia

W programie Ansys użyto dwóch elementów skończonych shell99 i solid 186 (z opcją braku ściśliwości) do zamodelowania łożyska (rys. rys. 8, 9).

Dane materiałowe: stal E =  $2 \cdot 10^5$  MPa,  $\nu = 0.3$ guma C<sub>10</sub> = 0.8 MPa, C<sub>01</sub> = 0.2 MPa, d = 2/k = 0.00132,  $\nu = 0.5$  - model dwuparametrowy [3].



Rys. 8. Przyjęty model obliczeniowy 2-parametrowy dla systemu MES



Rys. 9. Różne warianty analizowanego modelu łożyska dla systemu MES: a) bez otworu, b) z otworem o średnicy 60 mm, c) z otworem o średnicy 100 mm, d) z otworem o średnicy 140 mm

Dolną część łożyska zamocowano, a górną część obciążono przemieszczeniem 10 mm w kierunku pionowym. Rezultaty obliczeń przedstawiono na rysunkach 10-16.



Rys. 10. Charakterystyka sztywności analizowanych łożysk

Łożysko bez otworu jest obciążone przemieszczeniem osiowym o wartości 10 mm.



Rys. 11. Przemieszczenie bezwzględne w mm

Rys. 12. Naprężenia promieniowe w MPa



Rys. 13. Naprężenia obwodowe w MPa

Rys. 14. Naprężenia osiowe w MPa



Rys. 15. Naprężenia zredukowane Hubera w MPa

Rys. 16. Naprężenia promieniowe w MPa

## Literatura

- [1] Własności mechaniczne gumy, Technika Lotnicza i Astronautyczna 1974, nr 4.
- [2] Przeguby elastomerowe konstrukcja i przeznaczenie, Technika Lotnicza i Astronautyczna 1985, nr 8 i 9.
- [3] Tussman T., Bathe K-J., A Finite Element Formulation for Nonlinear Incompressible Elastic and Inelastic Analysis, Computers and Structures 1987, 26, 1/2, 357-409.
- [4] Rajczyk M., Głowacki D., Wpływ łożysk elastomerowych na trwałość elementów konstrukcji mostów, Mat. Konf. Konstrukcja i wyposażenie mostów, Wisła 2008, 205-213.
- [5] Rajczyk J., Rajczyk M., Metodologia analyzy vlasnosti elastomerovych lozysk, Manufacturing engeineering, Vyborne Inzinierstwo 2009, 8, 3, 66-70.

#### Streszczenie

Artykuł przedstawia sposób analizy pracy elastomerowych łożysk mostowych z wykorzystaniem programu Ansys. Dokonano analizy wariantowych rozwiązań konstrukcji łożysk.

#### Abstract

In this paper, the methodology for the analysis of the work of elastomeric bridge bearings has been presented. The analysis has been made by means of Ansys programme. A careful examination of the work of variant bearing constructional solutions has also been described.