

V Międzynarodowa Konferencja „Komplementarność logistyki cywilnej z logistyką wojskową. Teoria i praktyka Rynia 6–7 czerwca 2013 r.

Paweł Ślaski, Jarosław Zelkowski
Wojskowa Akademia Techniczna, Instytut Logistyki

Optymalizacja procesu sterowania zapasami oparta na o grupowym zamawianiu towarów*

Wstęp

Planowanie optymalnych wielkości zapasów związane jest z takim ich gromadzeniem, aby zabezpieczyły potrzeby klienta oraz nie generowały nadmier-nych kosztów z tytułu ich utrzymania. Istnieje szereg metod statystycznych, które umożliwiają efektywne sterowanie zapasami na każdym etapie przepływu strumienia podaży w łańcuchu dostaw. Są to metody związane z: przepływem materiałów w procesie zaopatrzenia, sterowaniem zapasami produkcji w toku, utrzymywaniem zapasów wyrobów gotowych, a także planowaniem zapasów w transporcie. Dotyczą one głównie sterowania zapasem jednorodnym i to zarówno w układzie deterministycznym, jak i stochastycznym.

W praktyce gospodarczej bardzo często występuje problem zamawiania różnorodnych asortymentów od jednego bądź wielu dostawców. Związany jest on z tzw. efektem skali, czyli obniżeniem kosztów, a także uzyskaniem rabatów wraz z zamawianiem surowców, transportem, produkcją oraz magazynowaniem produktów w większych partiach.

Rozwiązanie tego problemu zostanie przedstawione w dalszej części artykułu na przykładzie wybranej klasycznej metody zamawiania grupowego, jaką jest analiza pokrycia.

1. Założenia i metodyka „analizy pokrycia”

Założenia

Analiza pokrycia (ang. *coverage analysis*) jest metodą grupowego zamawiania towarów od różnych dostawców położonych w porównywalnej odległości od odbiorcy. Główne założenie metody wynika z przekształcenia wzoru na ekonomiczną wielkość zamówienia (EWZ):

$$n = \frac{P}{EWZ}, \quad (1)$$

$$EWZ = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot k_{zam}}{k_u}}, \quad (2)$$

gdzie:

- n — liczba dostaw,
- EWZ — ekonomiczna wielkość zamówienia,
- P — popyt roczny,
- k_{zam} — jednostkowy koszt zamówienia,
- k_u — jednostkowy koszt utrzymania zapasu,
- $k_u = c \cdot u_r$,
- c — cena zakupu jednostki towaru,
- u_r — współczynnik rocznego kosztu utrzymania zapasu.

Po przekształceniach matematycznych (1 i 2) otrzymuje się zależność 3:

$$n = \sqrt{P \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{u_r}{2 \cdot k_{zam}}}. \quad (3)$$

* Referat przygotowany na V Międzynarodową Konferencję „Komplementarność logistyki cywilnej z logistyką wojskową. Teoria i praktyka”, Rynia 6–7.06.2013 r.

Wynika z niej, że liczba dostaw n jest wprost proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z wartości planowanych zakupów:

$$n \sim \sqrt{P \cdot c} \sim \sqrt{W} \quad (4)$$

Pozostałe ograniczenia i założenia są następujące:

- Znana jest sumaryczna liczba dostaw (l_d ; np. dostawy realizowane są przez operatora logistycznego co tydzień, co 2 tygodnie, co miesiąc itd.).
- Koszt zamawiania jest stały i wynika z zewnętrznych ograniczeń.

Metodyka

Metodyka analizy pokrycia sprowadza się do wyznaczenia optymalnego harmonogramu dostaw w rozpatrywanym okresie z uwzględnieniem opisanych założeń i składa się z pięciu etapów:

- 1) wyznaczenie dla każdej pozycji towarów wartości popytu ($P \cdot c$) rozpatrywanym okresie;
- 2) obliczenie pierwiastków kwadratowych z wartości towarów — \sqrt{W} ;
- 3) obliczenie sumy pierwiastków kwadratowych — $\sum \sqrt{W}$;
- 4) obliczenie stałej pokrycia — $k = \frac{\sum \sqrt{W}}{l_d}$;
- 5) obliczenie dla każdej pozycji towarów indywidualnej liczby dostaw w układzie grupowego zamawiania $l_{dobl} = \frac{\sqrt{W}}{k}$ oraz zaokrąglenie obliczonych liczb do pełnych dostaw zgodnie założeniami.

Wyznaczony zgodnie z metodyką czasowy harmonogram dostaw minimalizuje średnią wartość zapasu, a tym samym odsetek od jego wartości, czyli koszt utrzymania¹.

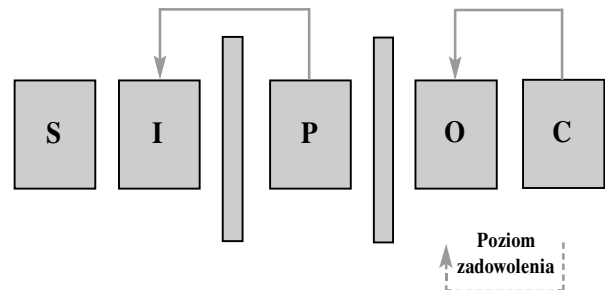
2. Podejście procesowe do analizy pokrycia

Podejście procesowe do opisywanej metody można rozpatrywać w oparciu o model SIPOC (ang. *Suppliers-Input-Process-Output-Customers*) według następującego postępowania:

1. Należy określić wymagania i oczekiwania odbiorcy (wymagania klienta traktuje się jako cel, do którego dąży realizator procesu).
2. Należy zaprojektować proces, który te oczekiwania spełni (ważne, aby proces zawierał jak najwięcej wartości zwiększającej jego potencjał przydatności dla klienta).

3. Należy określić dane wejściowe do procesu (najważniejsze materiały, półfabrykaty, informacje, wiedza, umiejętności, narzędzia itp. oraz dostawcy tych zasileń)².

Rysunek 1
Model SIPOC



Źródło: P. Grajewski, *Organizacja procesowa*, PWE, Warszawa 2007.

Zgodnie z modelem SIPOC (rys. 1) celem metody zamawiania jest takie określenie harmonogramu dostaw, który minimalizowałby średnią wartość zapasów. Projekt procesu, czyli transformacja mierzalnych wejść w wyjścia odbywa się w oparciu o programowanie nieliniowe. Danymi wejściowymi natomiast są: wielkości potrzeb w rozpatrywanym okresie oraz ceny zakupu jednostek towarów.

3. Implementacja analizy pokrycia w aplikacji Solver

Wprowadzenie do programowania nieliniowego

Problem decyzyjny typu:

$$\begin{aligned} f(x) &\rightarrow \max; \quad f(x) \rightarrow \min \\ g_i(X) &\geq 0; \quad g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \\ g_i(X) &= 0; \quad g_i(X) = 0 \quad (i = m+1, \dots, r) \end{aligned}$$

jest zadaniem programowania nieliniowego, jeśli funkcja celu albo jeden z warunków ograniczających ma postać nieliniową. W przypadku analizy pokrycia funkcja celu ma charakter nieliniowy i związana jest ze średnią wartością zapasów (5)³.

$$0,5 \sum_{i=1}^m \frac{a_i \cdot c_i}{x_i} \rightarrow \min, \quad (5)$$

gdzie:

a_i ; c_i — odpowiednio: popyt i cena jednostkowa,
 x_i — zmienna decyzyjna

przy warunkach ograniczających:

¹ St. Krzyżaniak, *Podstawy zarządzania zasobami w przykładach*, Biblioteka Logistyka, Poznań 2002.

² P. Grajewski, *Organizacja procesowa*, PWE, Warszawa 2007

³ E. Ignasiak, *Badania operacyjne*, PWE, Warszawa 1996.

$$\sum_{i=1}^m x_i = l_d$$

l_d — określona liczba dostaw,

x_i — całkowite,

$x_i > 0$.

Rozwiązanie zadania nieliniowego w aplikacji Solver

Rozwiązując zadanie optymalizacji nieliniowej za pomocą dodatku Solver, używa się procedury numerycznej, zwanej algorytmem simpleks. Przed zasto-

sowaniem Solvera, w celu optymalnego rozwiązania zadania, należy do arkusza kalkulacyjnego wpisać jego parametry na wejściu (popyt na towar, cenę zakupu jednostki towaru, warunki ograniczające, funkcję celu, początkowe indywidualne liczby dostaw; rys. 2).

Po wpisaniu wszystkich danych i formuł do arkusza kalkulacyjnego należy uruchomić dodatek Solver (rys. 3). Na ekranie wyświetlone zostaje okno dialogowe „Parametry dodatku Solver”, gdzie w kolejne pola wpisuje się adres funkcji celu, rodzaj optymalizacji, adresy zmiennych decyzyjnych oraz warunki ograniczające.

Rysunek 2

Parametry na wejściu analizy pokrycia

Produkt	Ilość	Cena	Wi	X_i
A	700	6	4200	2,00
B	650	10	6500	1,00
C	140	300	42000	3,00
D	1100	500	550000	2,00
E	300	400	120000	1,00
F	110	15	1650	3,00
G	400	320	128000	5,00
H	900	150	135000	4,00
I	40	1100	44000	4,00
J	330	60	19800	1,00
funkcja celu				254150

suma dostaw		
Idi	26	26

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3

Okno dialogowe aplikacji Solver do rozwiązywania zadania optymalizacji nieliniowej

Produkt	Ilość	Cena	Wi	X_i
A	700	6	4200	2,00
B	650	10	6500	1,00
C	140	300	42000	3,00
D	1100	500	550000	2,00
E	300	400	120000	1,00
F	110	15	1650	3,00
G	400	320	128000	5,00
H	900	150	135000	4,00
I	40	1100	44000	4,00
J	330	60	19800	1,00
funkcja celu				254150

suma dostaw		
Id	26	26

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: Maks Min Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

\$H\$6:\$H\$15 >= 0,1
\$M\$6 = \$N\$6

Ustaw wartości nieujemne dla zmiennych bez ograniczeń

Wybierz metodę rozwiązywania:

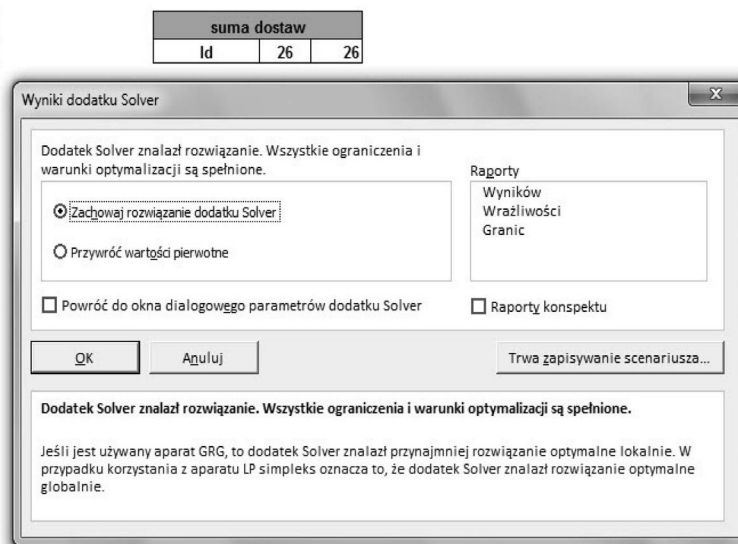
Metoda rozwiązywania
W przypadku gładkich nieliniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat nieliniowy GRG. Dla liniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat LP simpleks, natomiast w przypadku problemów, które nie są gładkie, wybierz aparat ewolucyjny.

Źródło: opracowanie własne.

Uruchomienie przycisku „Rozwiąż” w oknie dialogowym rozwiązuje zadanie, wskazując optymalne liczby dostaw oraz funkcję celu, która określa minimalną wartość zapasów dla określonej polityki grupowego zamawiania. Komunikat pojawiający się w oknie dialogowym „Wyniki dodatku Solver” informuje o poprawności dobrania parametrów na wejściu oraz o optymalnym rozwiązaniu zadania (rys. 4).

Rysunek 4
Wyniki dodatku Solver

Produkt	Ilość	Cena	Wi	Xi
A	700	6	4200	0,66
B	650	10	6500	0,82
C	140	300	42000	2,09
D	1100	500	550000	7,55
E	300	400	120000	3,53
F	110	15	1650	0,41
G	400	320	128000	3,64
H	900	150	135000	3,74
I	40	1100	44000	2,13
J	330	60	19800	1,43
funkcja celu			125508	



Źródło: opracowanie własne.

Pozostaje jeszcze tylko zaokrąglenie do całkowitych liczb dostaw poszczególnych towarów oraz, co może sprawdzić czytelnik, weryfikacja wyniku (harmonogramu dostaw) w oparciu o opisaną w pkt. 1. empiryczną, pięcioetapową analizę pokrycia.

Wnioski

Zamawianie grupowe towarów to przykład efektu skali z punktu widzenia metod sterowania zapasami. Mimo że nawet najprostsze aplikacje komputerowe mogą określić ekonomiczne wielkości dostaw towarów, traktując je indywidualnie, to jednak zastosowanie np. programowania nieliniowego i aplikacji Solver

do zamawiania grupowego towarów określa optymalny harmonogram dostaw. Tak określona polityka zamawiania minimalizuje wartość zapasów, a tym samym koszty z tytułu ich utrzymania.

Summary

Optimization of process of stocks controlling based on group ordering the goods

In the article it is proposed an innovative aspect for the process of stocks controlling. It is presented an opportunity using of nonlinear programming for the optimization of process of the group ordering the goods, which is the coverage analysis. The attention is paid for the formation of scale effect and the occurrence of trade-off relation, connected to safety of the customer needs by the minimization the general costs of maintenance the stocks.