Piotr Jaśkowski
Politechnika Lubelska, Wydział Budownictwa i Architektury

Model gospodarki zapasami materiałów budowlanych zużywanych nierównomiernie*

Dostawy materiałów budowlanych i sposób ich składowania lub magazynowania na placach budów muszą być prawidłowo zaplanowane. Niedobór materiałów zakłóca przebieg realizacji procesów podstawowej i pomocniczej produkcji budowlanej oraz jest powodem opóźnień w realizacji przedsięwzięć budowlanych, stanowiących podstawę do wypłaty kar umownych za zwłokę w wykonaniu zamówienia. Jest także źródłem innych strat finansowych związanych z przestojami i niewykorzystaniem potencjału wykonawczego. Nadmierne zapasy materiałowe wymagają ponoszenia zwiększonych kosztów zamrożenia kapitału, a także kosztów ich składowania czy magazynowania (związanych m.in. ze zorganizowaniem tymczasowych składowisk lub wynajęciem magazynów kontenerowych). Wielkość zapasów powinna zatem wynikać z rachunku ekonomicznego, tak aby przy minimalnych kosztach gospodarowania zapasami zapewnić nieprzerwaną produkcję na placu budowy. Celem zarządzania zapasami jest więc zapewnienie ich ilości niezbędnej do prowadzenia działalności przy najmniejszych możliwych kosztach[1].

W organizacji gospodarczej ekonomiczny wpływ błędnych decyzji dotyczących zapasów jest tak istotny, że uzasadnia potrzebę naukowego zarządzania zapasami podstawowych materiałów z zastosowaniem modelu matematycznego i techniki komputerowej[2].

Metody planowania dostaw materiałów budowlanych

Dotychczasowe prace z zakresu planowania dostaw materiałów budowlanych dotyczyły przede wszystkim następujących zagadnień:

- oceny wpływu gospodarki zapasami i różnych decyzji w zakresie dostaw materiałów na wydajność i produktywność pracy na budowach (stopnia wykorzystania czasu przeznaczonego na pracę)[3];
- opracowywania wytycznych gospodarki materiałowej na placach budów i zasad określania wielkości oraz terminów zamówień materiałów[4];
- implementacji strategii *just-in-time* w budownictwie[5];
- rozwoju technik i standardów wymiany danych w zarządzaniu łańcuchami dostaw w budownictwie[6];
- określania lokalizacji składowisk na placach budów przy założeniu ich znanej wielkości (oraz określonej ilości zapasów)[7].

W nielicznych pracach podejmowano problem planowania dostaw materiałów z uwzględnieniem ograniczonej wielkości placu budowy. Wyjątek stanowi model decyzyjny zaproponowany w pracy H. Saida i K. El-Rayesa[8], pozwalający na optymalizację zarówno planów dostaw, jak i rozmieszczenia składowisk na placu budowy, jednak z pominięciem kosztów organizacji składowisk.

---

* Praca finansowana w części ze środków Narodowego Centrum Nauki (projekt badawczy N N506 212440).

[1] M. Kraszewska, *Analiza porównawcza wybranych metod ustalania wielkości partii dostawy*, w: *Materiały Krakowskiej Konferencji Młodych Uczonych*, Kraków 2007, s. 415–424.

[2] P. Żukowski, *Innowacyjna strategia zarządzania zapasami materiałów jako narzędzie podnoszenia konkurencyjności jednostki gospodarczej*, s. 18–26,w: *Rola przedsiębiorczości w podnoszeniu konkurencyjności społeczeństwa i gospodarki*, Z. Zioło, T. Rachwał (red.), „Przedsiębiorczość — Edukacja" 2006, nr 2.

[3] H.R. Thomas, V.E. Sanvido, S.R. Sanders, *Impact of Material Management on Productivity — A Case Study*, „Journal of Construction Engineering and Management" 1989, Vol. 115 (3), s. 370–384; H.R. Thomas, D.R. Riley, V.E. Sanvido, *Loss of Productivity Due to Delivery Methods and Weather*, „Journal of Construction Engineering and Management" 1999, Vol. 125 (1), s. 39–46; H.R. Thomas, M.J. Horman, *Role of Inventory Buffers in Construction Labor Performance*, „Journal of Construction Engineering and Management" 2005, Vol. 131 (7), s. 834–843.

[4] H.R. Thomas, D.R. Riley, J.I. Messner, *Fundamental Principles of Site Materials Management*, „Journal of Construction Engineering and Management" 2005, Vol. 131 (7), s. 808–815.

[5] G. Polat, D. Arditi, *The JIT Materials Management System in Developing Countries*, „Construction Management and Economics" 2005, Vol. 23 (7), s. 697–712; S. Shmanske, *JIT and the Complementarity of Buffers and Lot Size*, „American Business Review" 2003, Vol. 21 (1), s. 100–106.

[6] M. Danso-Amoako, W. O'Brien, R. Issa, *A Case Study of IFC and CIS/2 Support for Steel Supply Chain Processes*, Proceedings of the 10th International Conference „Computing in Civil and Building Engineering" (ICCBE-10), Weimar, Germany 2004, s. 1–12.

[7] M. El-Gafy, A. Ghanem, *Using Simulated Annealing for Layout Planning of Construction Sites*, Proceedings of the 46th Associated Schools of Construction Annual International Conference, Wentworth Institute of Technology, Boston, Massachusetts 2010.

[8] H. Said, K. El-Rayes, *Optimizing Material Procurement and Storage on Construction Sites*, „Journal of Construction Engineering and Management" 2011, Vol. 137 (6), s. 421–431.

W wielu przypadkach przy planowaniu dostaw materiałów budowlanych można korzystać z metod adekwatnych do wielkoseryjnej produkcji przemysłowej, prezentowanych w literaturze z zakresu logistyki zaopatrzenia, mających zastosowanie przy zmiennym w czasie (lecz ustalonym) zapotrzebowaniu. Są to m.in.[9]:

- metoda partia na partię (*Lot for Lot*),
- algorytm Wagnera–Whitina (*Wagner–Whitin Algorithm*),
- metoda najniższego kosztu jednostkowego (*Least Unit Cost Heuristic*),
- metoda najniższego kosztu łącznego (*Least Total Cost Heuristic*),
- algorytm Silvera–Meala (*Silver–Meal Heuristic*).

Efektywność stosowania poszczególnych metod jest różna, trudno także opracować jednoznaczne wskazówki dotyczące wyboru heurystyki (rozwiązania klasycznego modelu H.M. Wagnera[10]) pozwalającej na uzyskanie planu dostaw z najniższym kosztem gospodarowania zapasami dla konkretnych warunków. Z tego względu autor prezentuje w artykule model matematyczny zagadnienia gospodarowania zapasami materiałów składowanych na placu budowy i proponuje narzędzia do jego rozwiązania.

Opis sytuacji decyzyjnej i model matematyczny zagadnienia

Horyzont planowania T został podzielony na n okresów o czasie trwania t_i, $i = 1, 2, ..., n$, $(T = \sum_{i=1}^{n} t_i)$. Dostawy materiałów każdego rodzaju j ($j = 1, 2, ..., m$) będą realizowane na początku okresów. Wielkość partii dostawy materiału j w okresie i oznaczmy jako S_{ij}, $i = 1, 2, ..., n, j = 1, 2, ..., m$. Planowane zużycie materiału j w okresie i wynosi q_{ij}. Zapas v_{ij} materiału j w momencie rozpoczęcia okresu i bez uwzględnienia wielkości nowej dostawy S_{ij} lub zapas w momencie zakończenia okresu $i - 1$ można określić na podstawie następujących zależności:

$$v_{1j} = 0, j = 1, 2, ..., m, \qquad (1)$$

$$v_{i+1,j} = v_{ij} + S_{ij} - q_{ij},$$
$$i = 1, 2, ..., n - 1, j = 1, 2, ..., m. \qquad (2)$$

Stanowi on różnicę między zapasem materiału w okresie poprzedzającym (powiększonym o wielkość dostawy) a zużyciem materiału. Na początku okresu planowania zapas materiałów jest zerowy.

Wielkości dostaw materiałów należy ustalać z uwzględnieniem następujących warunków, stanowiących modyfikację ograniczeń modelu H.M. Wagnera[11]:

- muszą one przyjmować wartości nieujemne:

$$S_{ij} \geq 0, \; i = 1, 2, ..., n, j = 1, 2, ..., m, \qquad (3)$$

- partia dostawy materiału j (łącznie ze zgromadzonym zapasem na początku okresu) powinna pokryć zapotrzebowanie w danym okresie i zapewnić utrzymanie rezerwy R_j tworzonej ze względu na oddziaływanie czynników ryzyka, powodujących losowe wahania zapotrzebowania, oraz w celu eliminacji braków materiałowych i przerw w produkcji budowlanej:

$$S_{ij} + v_{ij} \geq q_{ij} + R_j,$$
$$i = 1, 2, ..., n - 1, \; j = 1, 2, ..., \mathrm{m}, \qquad (4)$$

- partie dostawy materiałów w ostatnim okresie powinny być pomniejszone o wielkości zgromadzonych rezerw, tak aby stany zapasów na koniec ostatniego okresu były zerowe:

$$S_{nj} + v_{nj} = q_{nj}, \; j = 1, 2, ..., m. \qquad (5)$$

Materiały będą dostarczane na składowisko o ograniczonej powierzchni F. Wielkość składu każdego materiału jest projektowana tak, aby umożliwić zgromadzenie maksymalnej wielkości łącznej zapasu i dostawy w całym okresie planowania. Maksymalną ilość B_j składowanych materiałów każdego rodzaju można określić na podstawie następującej zależności:

$$B_j = \max_i \{S_{ij} + v_{ij}\}, \; j = 1, 2, ..., m. \qquad (6)$$

Zależność ta umożliwia obliczenie maksymalnego stanu zapasu materiału w przypadku, gdy dostawa w całości jest realizowana na początku okresu. Jeżeli realizacja dostaw jest rozłożona w czasie, zależność tę należy zmodyfikować.

Niezbędną powierzchnię składowiska F_j materiału j określa się na podstawie normatywów składowania N_{smj} oraz współczynników zwiększających α_j, uwzględniających konieczność zorganizowania na placu składowym przejść, dróg dojazdu środków transportowych i urządzeń ładunkowych, zgodnie z zależnością[12]:

---

[9] Z. Sarjusz-Wolski, *Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie*, PWE, Warszawa 2000; M. Kraszewska, *Analiza porównawcza…*, jw.

[10] H.M. Wagner, *Badania operacyjne*, PWE, Warszawa 1980.

[11] Tamże.

[12] A. Sobotka, *Logistyka przedsiębiorstw i przedsięwzięć budowlanych*, Wyd. AGH, Kraków 2010.

$$F_j = \frac{B_j}{N_{smj}} \cdot \alpha_j, \; j = 1, 2, ..., m. \tag{7}$$

Łączna powierzchnia wszystkich składów utworzonych dla poszczególnych materiałów nie może być większa od dostępnej powierzchni przeznaczonej na składowiska na placu budowy:

$$\sum_{j=1}^{m} F_j \leq F. \tag{8}$$

Ilości dostarczanych materiałów będą określane zgodnie z koncepcją uzasadnionej ekonomicznie partii dostawy w celu minimalizacji łącznych kosztów gospodarki zapasami. Obejmują one koszty zamrożenia kapitału w zapasach, a także koszty składowania materiałów oraz realizacji dostaw. Wpływają one znacząco na koszty produkcji budowlanej, szczególnie w przypadku materiałów masowych, zużywanych przez dłuższy okres.

Koszty K_{zj} zamrożenia środków obrotowych w zapasach dla materiału j, przy założeniu, że płatność wynagrodzenia wykonawcy następuje po zakończeniu budowy, można wyznaczyć następująco:

$$\begin{cases} K_{zj} = r \cdot c_j \cdot \sum_{i=1}^{n} S_{ij} \cdot \Delta t_i, \\ \Delta t_i = \sum_{k=i}^{n} t_k, \; i = 1, 2, ..., n. \end{cases} \tag{9}$$

gdzie:
r — stopa procentowa dla okresu jednostkowego,
c_j — cena jednostkowa materiału j.

Koszt K_{sj} składowania materiałów budowlanych (rodzaju j) w odróżnieniu od magazynowanych materiałów zużywanych w przemyśle ujmuje przede wszystkim koszty stałe zorganizowania składu (odpowiednie przygotowanie podłoża, praca lub wynajem urządzeń, rekompensata za zajęcie działki itp.). Są one w przybliżeniu proporcjonalne do powierzchni składowiska:

$$K_{sj} = F_j \cdot k_{sj}, \tag{10}$$

gdzie:
k_{sj} — koszt jednostkowy zorganizowania składowiska materiału j.

Koszt K_{rj} realizacji dostaw materiału j (niezależny od wielkości dostawy, obejmujący m.in. koszty złożenia zamówienia, badań laboratoryjnych, ważenia, suszenia, ubezpieczenia itd.) można obliczyć jako iloczyn kosztu k_{rj} realizacji jednej dostawy materiału j i liczby dostaw. Ponieważ liczba dostaw jest nieznana, koszt ten zapisano przy zastosowaniu zmiennych binarnych (zero-jedynkowych) x_{ij}:

$$K_{rj} = \sum_{i=1}^{n} k_{rj} \cdot x_{ij}. \tag{11}$$

Zmienne x_{ij} przyjmują wartość 1, gdy dostawy odpowiednich materiałów w okresie i są realizowane ($S_{ij} > 0$), oraz wartość 0 w przeciwnym przypadku (gdy $S_{ij} = 0$). Wartość tych zmiennych jest zatem uzależniona od nieznanych wartości zmiennych określających wielkości partii dostaw, co uwzględniono w modelu poprzez wprowadzenie dodatkowych ograniczeń (wymuszających spełnienie powyższych implikacji, gdy wartości zmiennych binarnych są minimalizowane) w postaci:

$$\begin{cases} S_{ij} \leq M \cdot x_{ij}, i - 1, 2, ..., n - 1, j = 1, 2, ..., m, \\ S_{ij} \geq -L \cdot (1 - x_{ij}), i - 1, 2, ..., n - 1, \; j = 1, 2, ..., m, \end{cases} \tag{12}$$

gdzie:
M, L — dostatecznie duże liczby.

Model matematyczny w postaci zadania programowania liniowego zagadnienia ustalania ekonomicznie uzasadnionych partii dostaw obejmuje funkcję celu, ograniczenia i warunki brzegowe zapisane za pomocą liniowych zależności analitycznych.

Funkcja celu, która umożliwia ocenę rozwiązań dopuszczalnych oraz wybór spośród nich rozwiązania optymalnego, ma następującą postać:

$$\min K \colon K = \sum_{j=1}^{m} (K_{zj} + K_{sj} + K_{rj}). \tag{13}$$

Rozwiązania dopuszczalne muszą spełnić łącznie wszystkie następujące ograniczenia, które omówiono szczegółowo powyżej:

$$K_{zj} = r \cdot c_j \cdot \sum_{i=1}^{n} S_{ij} \cdot \Delta t_i,$$

$$\Delta t_i = \sum_{k=i}^{n} t_k, \; i = 1, 2, ..., n,$$

$$K_{sj} = F_j \cdot k_{sj},$$

$$K_{rj} = \sum_{i=1}^{n} k_{rj} \cdot x_{ij},$$

$$S_{ij} \leq M \cdot x_{ij}, \; i = 1, 2, ..., n - 1, j = 1, 2, ..., m,$$

$$S_{ij} \geq -L\cdot(1-x_{ij}),\ i = 1, 2, ..., n-1,$$
$$j = 1, 2, ..., m,$$
$$v_{1j} = 0,\ j = 1, 2, ..., m,$$
$$v_{i+1,j} = v_{ij} + S_{ij} - q_{ij},\ i = 1, 2, ...,\ n-1,$$
$$j = 1, 2,..., m,$$
$$S_{ij} + v_{ij} \geq q_{ij} + R_j,\ i = 1, 2, ...,\ n-1,$$
$$j = 1, 2, ..., m,$$
$$S_{nj} + v_{nj} = q_{nj},\ j = 1, 2, ..., m,$$
$$B_j \geq S_{ij} + v_{ij},\ i = 1, 2, ..., n,\ j = 1, 2, ...,\ m,$$
$$F_j = \frac{B_j}{N_{smj}}\cdot \alpha_j,\ j = 1, 2, ..., m,$$
$$\sum_{j=1}^{m} F_j \leq F,$$

a także następujące warunki brzegowe:

$$x_{ij} \in \{0, 1\},\ i = 1, 2, ..., n, j = 1, 2, ..., m,$$
$$S_{ij} \geq 0,\ i = 1, 2, ..., n, j = 1, 2, ..., m.$$

Aby móc uwzględnić w modelu zależność (6), przekształcono ją do równoważnej postaci liniowej (w formie nierówności), wychodząc z założenia, że maksymalny stan zapasu (łącznie z dostawą), którego wielkość jest minimalizowana w celu zmniejszenia kosztu składowania materiałów, jest co najmniej równy ilości materiału zgromadzonego na początku każdego okresu. Taki zapis modelu rozważanego zagadnienia w formie liniowej pozwala zastosować do jego rozwiązania powszechnie dostępne oprogramowanie (np. Excel Solver, Lingo, Lp_Solve itd.).

Przykład

Opracowany model zastosowano do ustalenia planu dostaw dwóch materiałów zużywanych masowo (piasek i żwir). Dane do przykładu (fikcyjne, lecz ustalone na podstawie informacji uzyskanych od pracowników działów zaopatrzenia jednego z przedsiębiorstw budowlanych) zestawiono w tabeli 1.

Maksymalna dopuszczalna powierzchnia placu składowego wynosi F = 1000 m^2, stopa procentowa dla 1 tygodnia (Δt_i = 1 tydz., i = 1, 2, ..., 5) wynosi r = 0,25%. Przyjęto następujące wartości jednostkowych kosztów składowania i kosztów realizacji jednej dostawy dla obu materiałów: k_{s1} = k_{s2} = 10 zł, k_{r1} = k_{r2} = 40 zł.

Model matematyczny problemu w postaci liniowej dla danych przykładu rozwiązano w programie LINGO 12.0 Optimization Modeling Software. Rozwiązanie optymalne przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 1
Dane do przykładu

j	Materiał	Zużycie materiału q_{ij} w kolejnych okresach i (t/tydz.)					Wielkość rezerwy $R_j(t)$	Normatyw składowania N_{smj} (m^2/t)	α_j	Cena jednostkowa c_j (zł)
		1	2	3	4	5				
1	piasek	1000	600	1500	1000	600	60	3,0	1,2	50
2	żwir	400	200	700	200	100	50	3,5	1,2	70

Tabela 2
Optymalne wielkości dostaw materiałów w kolejnych okresach (w przykładzie)

j	Materiał	Zużycie materiału S_{ij} w kolejnych okresach i (t/tydz.)				
		1	2	3	4	5
1	piasek	1060	600	1500	1000	540
2	żwir	650	0	700	250	0

W przypadku piasku wielkości dostaw są równe zapotrzebowaniu w poszczególnych tygodniach (przy pierwszej dostawie jest tworzona rezerwa zużywana w ostatnim okresie). W przypadku żwiru w drugim i piątym okresie dostawy nie będą realizowane ze względu na konieczność poniesienia dodatkowych kosztów, które przewyższają zyski ze zmniejszenia kosztów zamrożenia kapitału przy opóźnieniu dostaw. Łączny minimalny koszt gospodarowania zapasami w przykładzie był równy 11 998,75 zł, a rzeczywista wymagana powierzchnia składowiska wyniosła 881,25 m^2.

Podsumowanie

Przydatność praktyczna metod i modeli gospodarki zapasami oraz planowania dostaw zależy przede wszystkim od możliwości uwzględnienia warunków, w jakich funkcjonuje przedsiębiorstwo. Metody wspomagające gospodarkę zapasami, prezentowane w literaturze przedmiotu, uwzględniają ograniczenia typowe dla produkcji przemysłowej. Przedsięwzięcia budowlane mają charakter niepowtarzalny pod względem przedmiotowym (rodzaj i zakres inwestycji, różne technologie i rodzaje zużywanych materiałów, szeroki asortyment materiałów wbudowywanych) i lokalizacyjnym (konieczność organizowania składów i magazynów tymczasowych). W celu uwzględnienia specyficznych warunków produkcji budowlanej zaleca się stosowanie podejścia zaczerpniętego z badań operacyjnych (rozpoznanie problemu decyzyjnego, opracowanie modelu zagadnienia i jego rozwiązanie). Prezentowany w artykule model zapisany w postaci liniowej można rozwiązać przy zastosowaniu dostępnego na rynku oprogramowania (nawet w ramach powszechnie stosowanych pakietów biurowych). Nie wymaga to posiadania wiedzy z zakresu teorii i algorytmów optymalizacji ani tworzenia dedykowanych aplikacji komputerowych. Dotychczas przeprowadzone badania i analiza uzyskiwanych wyników pozwalają przypuszczać, że możliwe jest opracowanie na potrzeby tworzenia planów dostaw dla złożonych modeli występujących w praktyce heurystyk o mniejszej złożoności obliczeniowej.

Summary

Inventory model for construction materials consumed in non-uniform way

Rational materials management and proper delivery planning have a profound impact on construction projects' efficiency. Due to the character of construction, batch sizing and delivery planning models used in manufacturing industry find here only limited application and have to be adapted to construction-specific conditions and constraints. The paper puts forward an optimization model of construction materials inventory cost; the materials being used in an non-uniform manner, according to the schedule of works. The model considers cost related with establishing and maintaining temporary storage areas, and their size corresponds to the maximum stock required during construction works.