

OSZACOWANIE DOKŁADNOŚCI QUASI-GEOIDY Z MODELU EGM08 NA OBSZARZE POLSKI

Adam Łyszkowicz

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki testowania nowego modelu pola grawitacyjnego Ziemi EGM08, który ostatnio został udostępniony przez US National Geospatial Intelligence Agency. Do testowania modelu EGM08 i innych modeli geopotencjału wykorzystano satelitarną sieć POLREF pokrywającą w sposób równomierny cały obszar kraju oraz precyzyjny trawers założony przez Instytut Geodezji i Kartografii w latach 2003–2004. Punkty sieć POLREF oraz trawersu zostały dowiązane do polskiej sieci niwelacji precyzyjnej. Wyniki badań ujawniają, że model EGM08 w porównaniu z modelem EGM96 daje istotną poprawę (więcej niż 80%) zgodności między wysokościami quasi-geoidy z modelu EGM08, wysokościami elipsoidalnymi i wysokościami normalnymi w porównaniu z poprzednimi modelami geopotencjału na obszarze Polski.

Słowa kluczowe: model EGM08, odstęp quasi-geoidy, wysokości elipsoidalne, wysokości normalne

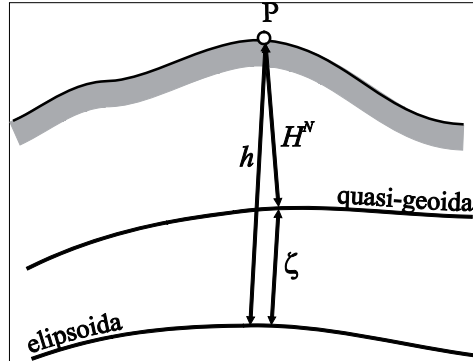
WSTĘP

Nie sposób nie zauważyć wpływu, jaki na pomiary geodezyjne ma obecnie globalny system nawigacji satelitarnej GPS. W przeciągu zaledwie kilku lat system ten stał się przodującą technologią w dziedzinie wyznaczania pozycji. Obecnie jesteśmy świadkami przystosowywania technik GPS do wielu obszarów geodezji i nawigacji. Wiele z tych zastosowań wymaga przekształcania wysokości elipsoidalnych z GPS na wysokości względem średniego poziomu morza.

Niwelacja geometryczna dostarcza nam wiedzy na temat wysokości, które powszechnie określamy jako wysokości H nad średnim poziomem morza. Powierzchnią odniesienia dla tych wysokości jest powierzchnia pozioma, którą w skali globalnej pokrywa się ze średnim poziomem morza. Tę szczególną powierzchnię poziomą nazywamy geoidą. Wysokości ortometryczne to odległości pionowe od geoidy do powierzchni Ziemi. W przypadku wysokości normalnych powierzchnią odniesienia jest quasi-geoida.

Z drugiej strony, system GPS daje zupełnie inny rodzaj wysokości. Bez względu na metodę wyznaczenia pozycji otrzymujemy współrzędne X, Y, Z , które zależą od lokalizacji stacji bazowych i pozycji satelity. Jako że współrzędne X, Y, Z nie wyrażają bezpośrednio wysokości, konieczne jest ich przekształcenie do innego układu współrzędnych.

Zazwyczaj współrzędne X, Y, Z są przekształcane na szerokość φ , długość λ oraz wysokość h elipsoidalną. To przekształcenie wykonywane jest przy użyciu prostego, dwuparametrowego modelu, np. [Hoffman-Wellenhof i Moritz 2006].



Rys. 1. Związek między odstępem quasi-geoidy ζ , wysokością elipsoidalną h oraz wysokością normalną H^N

Fig. 1. Relationship between the quasigeoid height ζ , ellipsoidal height h and normal height H^N

Między wysokościami elipsoidalnymi, normalnymi a odstępem quasi-geoidy od elipsoidy istnieje zgodnie z rysunkiem 1 następująca zależność:

$$h = H^N - \zeta \quad (1)$$

Różnice między wysokością elipsoidalną h a wysokością normalną H^N są dość znaczne. W skali całego globu różnice $h-H^N$ mogą wahać się od +75 do -100 metrów. Na terytorium lądowym Polski różnice te są w granicach od +43 do +28 m (rys. 2). Zmiany wysokości quasi-geoidy są znaczne i mają wyjątkowo złożony charakter. Złożoność tego zjawiska wiąże się z topografią terenu oraz ze zmiennością gęstości skał znajdujących się pod powierzchnią Ziemi. Ze względu na ten problem, w celu ułatwiania przekształceń wysokości otrzymanych za pomocą GPS na wysokości odniesione do średniego poziomu morza, opracowuje się modele quasi-geoid o wysokiej rozdzielczości oraz powiązane z tym oprogramowanie komputerowe do interpolacji i transformacji jednego typu wysokości na drugi.

GEOIDA Z DANYCH GRAWIMETRYCZNYCH I MODELI GEOPOTENCJAŁU

W celu transformacji wysokości elipsoidalnych z pomiarów GPS na wysokości względem średniego poziomu morza konieczna jest znajomość dokładnego modelu quasi-geoidy. Istnieją dwa podejścia w sposobie liczenia modelu geoidy/quasi-geoidy,

a mianowicie z danych grawimetrycznych przy wykorzystaniu całki Stokesa i z modeli geopotencjału.

Klasycznym podejściem stosowanym do uzyskania powierzchni quasi-geoidy jest całka Stokesa [Torge 2001].

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_s (\Delta g + G_1) S(\psi) ds + \dots \quad (2)$$

gdzie R to średni promień Ziemi, γ – średnia siła ciężkości Ziemi, $S(\psi)$ – funkcja Stokesa, ψ – odległość sferyczna, Δg – anomalia grawimetryczna, zaś wyraz G_1 jest interpretowany jako poprawka terenowa.

Wzór Stokesa pozwala na obliczenie wysokości quasi-geoidy poprzez całkowanie anomalii grawimetrycznych z całej powierzchni Ziemi.

Prace nad stworzeniem dokładnego modelu quasi-geoidy trwają w Polsce od 50 lat. Pierwszą astro-grawimetryczną geoidę dla obszaru Polski opracował Bokun w 1961 r. Pierwsza grawimetryczna quasi-geoida dla Polski została opracowana przez Łyszko-wicza w 1993 r. Najnowsze badania nad modelowaniem centymetrowej quasi-geoidy z wykorzystaniem danych geodezyjnych, grawimetrycznych, astronomicznych, geologicznych i satelitarnych zostały wykonane w latach 2002–2005 przez zespół specjalistów reprezentujących różne dyscypliny nauk o Ziemi, koordynowany przez Instytut Geodezji i Kartografii w Warszawie, w ramach projektu badawczego KBN. Dokładność bezwzględna uzyskanego modelu *quasi06a* oceniana jest na ± 4 cm, a po jej dopasowaniu do układu wysokościowego dokładność wzrasta do ± 2.1 cm [Kryński 2007].

Model quasi-geoidy można również wyliczyć z modeli geopotencjału, które są wyznaczane z analizy orbit sztucznych satelitów Ziemi, z pomiarów grawimetrycznych wykonanych na powierzchni Ziemi i z danych altimetrycznych (pomiar odległości od satelity do powierzchni morza). Odstęp quasi-geoidy od elipsoidy w dowolnym punkcie na kuli ziemskiej otrzymuje się ze wzoru:

$$\zeta = R \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3)$$

gdzie R to średni promień Ziemi, \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} – współczynniki sferycznych harmonik geopotencjału, \bar{P}_{nm} – stowarzyszone funkcje Legendre'a pierwszego rodzaju, θ , λ to odległość biegunowa oraz długość geocentryczna,

Obecnie jest tylko kilka ośrodków w Europie i w USA, które opracowują i publikują globalne modele pola siły ciężkości. Pierwszy geopotencjalny model do stopnia $n_{\max} = 8$ wyznaczony z danych lądowych został opracowany przez Żongołowicza w 1956 r. Drugi model również do stopnia $n_{\max} = 8$, wyznaczony z danych satelitarnych, został obliczony w Smithsonian Institute w 1966 r. Modele te umożliwiały wyliczenie odstępu geoidy/quasi-geoidy od elipsoidy z dokładnością ± 10 m. Od tamtej pory dokonano znacznego postępu w jakości publikowanych modeli geopotencjału.

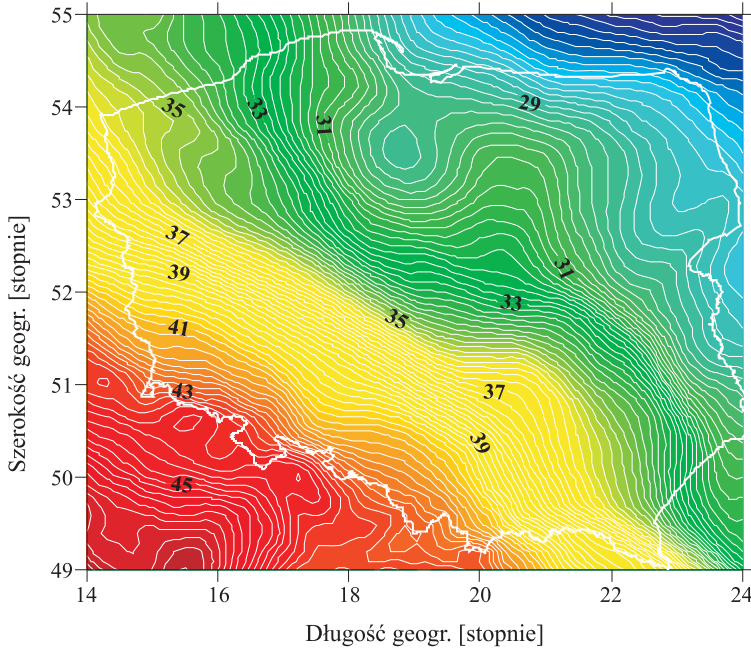
Poczynając od 1978 r., opracowano szereg modeli do stopnia i rzędu 180 oraz wyższych [Rapp 1978], a w 1985 r. [Wenzel 1985] oraz [Rapp i Cruz, 1985] przedstawili modele OSU86E/F, które zostały wyznaczone do stopnia i rzędu 360. Przedostatni model o nazwie EGM96 stopnia $n_{\max} = 360$ został opublikowany w 1996 r. i charakteryzuje się dokładnością ± 19 cm na terenie Polski, czyli 10 razy gorszą niż ostatni model grawimetryczny *quasi06a*.

Po dwunastu latach przerwy od opublikowania ostatniego modelu w 2008 r. został udostępniony nowy model o nazwie EGM2008 do stopnia $n_{\max} = 2100$, powodując dziejowy przełom w geodezji, gdyż jego dokładność, jak to zostanie wykazane w następnym paragrafie, jest porównywalna z dokładnością żmudnie przez lata tworzonych grawimetrycznych modeli quasi-geoidy na terenie Polski.

KRÓTKA CHARAKTERYSTYKA MODELU EGM08

Model EGM08 został opublikowany na stronie <http://earth-info.nima.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>. Wyznaczone do stopnia i rzędu 2100 współczynniki modelu podane są w dwóch wersjach, a mianowicie w wersji gdzie uwzględniono tak zwany zerowy model pływów i w wersji wolnej od wszelkich pływów. W praktycznych obliczeniach zaleca się stosowanie wersji uwolnionej pływów. Dodatkowo załączony jest program HARMONIC_SYNTH w wersji źródłowej napisany w Fortranie umożliwiający obliczenie odstępów geoidy od elipsoidy oraz innych charakterystyk pola siły ciężkości, np. odchyleń pionu. Program ten jest dosyć skomplikowany i wymaga dużej wiedzy z zakresu geodezji fizycznej. Trudności te można łatwo ominąć. W tym celu autorzy modelu EGM08 wyliczyli odstępów quasi-geoidy w węzłach siatki 1 x 1 minuta i 2.5 x 2.5 minuty dla całego globu ziemskiego wraz z odpowiednimi programami do interpolacji i umieścili na wymienionej stronie www.

Wymienione zbiory są bardzo duże i nieporęczne w praktycznych zastosowaniach, dlatego autorzy modelu opracowali program pozwalający z globalnej siatki wyciągać siatki dla konkretnego obszaru, np. Polski. Zbiór takich odstępów został uzyskany przez autora dla obszaru $49^\circ < \varphi < 55^\circ$, $14^\circ < \lambda < 24^\circ$ i przedstawiony graficznie na rysunku 2.



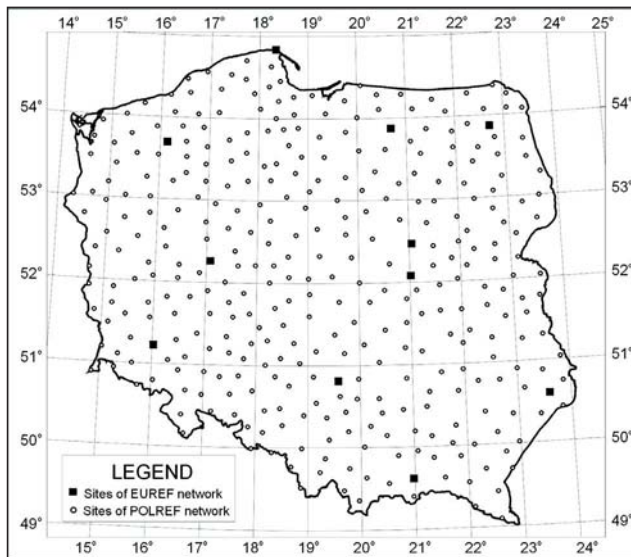
Rys. 2. Quasi-geoida dla obszaru Polski (izolinie w metrach)

Fig. 2. Quasigeoid for Poland area (isolines in meters)

PROSTA OCENA DOKŁADNOŚCI MODELU EGM08

Do oceny dokładności modelu EGM08 wykorzystano geometryczne odstępstwa quasi-geoidy od elipsoidy $\zeta^{gps/niv}$ otrzymane z satelitarnych pomiarów GPS i niwelacji precyzyjnej na punktach sieci POLREF.

Sieć POLREF (rys. 3), która jest zagęszczoną wersją sieci EUREF-POL92 (11 stacji w Polsce włączonych w 1993 r. do ETRF89), składa się z 360 punktów pomierzonych w trakcie trzech kampanii pomiarowych dokonanych między lipcem 1994 r. a majem 1995 r. [Zieliński i in. 1997]. Stacje w sieci POLREF zostały włączone do państwowego układu wysokościowego (Kronsztadt86) poprzez niwelację precyzyjną. Ocenia się [Gelo 1994], że błąd średni wyznaczenia wysokości normalnej punktów sieci POLREF nie przekracza ± 4 cm, co daje błąd średni ± 1.3 cm. Natomiast błąd średni wyznaczenia wysokości elipsoidalnej (elipsoida GRS80) wynosi $\pm 1,0-1,5$ cm, co w rezultacie daje błąd średni wyznaczenia geometrycznego odstępstwa quasi-geoidy od elipsoidy $\zeta^{gps/niv}$ rzędu ± 2 cm.



Rys. 3. Punkty sieci EUREF-POL92 i sieci POLREF
Fig. 3. EUREF-POL92 and POLREF network points

Następnie na punktach sieci POLREF wyliczono odstępstwa quasi-geoidy ζ^{EGM08} z modelu EGM08. Absolutną dokładność quasi-geoidy wyliczonej z modelu EGM08 wyznaczono na podstawie różnic:

$$\Delta_i = \zeta_i^{gps/niv} - \zeta_i^{EGM08} \quad (4)$$

Wartość średnia oraz empiryczne odchylenie standardowe tak wyznaczonych różnic dla modelu EGM08 wynosi, odpowiednio, -12.5 cm i ± 3.6 cm, podczas gdy dla poprzedniego modelu, tj. EGM96 wartość średnia i empiryczne odchylenie standardowe różnic

jest: -3.8 cm i 19 cm (tab. 1). Oznacza to, że ostatni model EGM08 jest 5 razy dokładniejszy niż model EGM96, oraz że dokładność modelu EGM08 jest prawie identyczna z dokładnością ostatnio opracowanego w Polsce modelu gravimetrycznego *quasi06a*.

Tabela 1. Statystyczne charakterystyki odchyłek $\zeta_{gps/niv} - \zeta_{model}$ na 360 punktach sieci POLREF (wszystkie wartości w metrach)

Table 1. Statistical characteristic of discrepancies at the 360 points of POLREF networks (all values in meters)

	Średnia Mean	Odch. standard. Standard deviation	Min.	Max.
EGM96 ($n_{max}=360$)	-0.038	0.190	-0.542	0.572
EGM08 ($n_{max}=2190$)	0.125	0.036	0.035	0.260

W tabeli 2 podano procentowy udział punktów sieci POLREF, których absolutne odchyłki Δ_i (po usunięciu wartości średniej) nie przekraczają ustalonych poziomów dokładności quasi-geoidy. Zgodność między modelem EGM08 a geometrycznymi odstępami $\zeta_{gps/niv}$ jest lepsza niż 2 cm dla 40% punktów wszystkich 360 punktów sieci, podczas gdy dla poprzedniego modelu zgodność ta była na poziomie 9%. Następnie 97% punktów ma odchyłki mniejsze niż 10 cm, podczas gdy w przypadku modelu EGM96 tylko 44% punktów spełnia ten warunek. Oznacza to, że ostatni model charakteryzuje się niebywale dużą dokładnością.

Tabela 2. Procentowy udział 360 absolutnych wartości odchyłek Δ_i nieprzekraczających ustalonych poziomów dokładności quasi-geoidy (po usunięciu wartości średniej)

Table 2. Percentage of the 360 discrepancies Δ_i whose absolute values of their residuals Δ_i are smaller than some typical quasi-geoid accuracy levels (after removing mean value)

	< 2 cm	< 5 cm	< 10 cm	< 15 cm	< 20 cm
EGM96 ($n_{max}=360$)	8.8%	23.3%	43.7%	60.8%	73.5%
EGM08 ($n_{max}=2190$)	43.7%	89.1%	97.9%	100%	–

DOPASOWANIE QUASI-GEOIDY Z MODELU EGM08 DO UKŁADU WYSOKOŚCIOWEGO

Prosty wzór (1) został wyprowadzony przy założeniu, że wielkości występujące we wzorze odniesione są do wspólnego układu odniesienia. Należy pamiętać, że układ taki jest stworzony poprzez definicje i pomiary. W praktyce błędy systematyczne lub różnice w definiowaniu układów występują we wszystkich trzech elementach składowych wzoru (1). Sytuację tę najlepiej obrazuje następujące równanie:

$$h + \delta h = (H^N + \delta H) + (\zeta + \delta \zeta) \quad (5)$$

gdzie nowe wyrazy wskazują na stopień obciążenia każdego składnika błędem. Formalnie wzór (5) można przekształcić do postaci:

$$h = H^N + \zeta + (\delta H + \delta \zeta - \delta h) = H^N + \zeta + c \quad (6)$$

Oznacza to, że możliwe jest wchłonięcie systematycznego błędu c przez model quasi-geoidy ζ . Jeśli tego dokonamy, powstanie wówczas nowa powierzchnia korekcyjna oznaczona jako ζ_{86} :

$$\zeta_{86} = \zeta + c \quad (7)$$

Zaletą takiej przekształconej powierzchni jest to, że będzie ona ułatwiać transformację pomiędzy elipsoidalnym układem odniesienia a układem wysokości normalnych Kronsztadt86:

$$h = H_{86}^n - \zeta_{86} \quad (8)$$

nawet jeśli oba te układy nie zostały zdefiniowane zgodnie z tymi samymi regułami.

W literaturze są znane liczne sposoby wyznaczenia powierzchni korekcyjnej występującej we wzorze (7). W niniejszej pracy zostaną zaprezentowane wyniki wyznaczenia powierzchni korekcyjnej z następującego modelu:

$$h_i - H_i^N - \zeta_i = a_0 + a_1 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + a_2 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + a_3 \sin \varphi_i + v_i \quad (9)$$

gdzie a_0, a_1, a_2, a_3 są wyznaczanymi parametrami metodą tak najmniejszych kwadratów. Wyznaczenia trzech parametrów transformacji dokonano na podstawie danych z precyzyjnego trawersu GPS założonego, pomierzonego i obliczonego przez IGiK w latach 2003–2004 [Kryński i in. 2005]. Jakość dopasowania tak utworzonej korekcyjnej powierzchni ocenia się empirycznym odchyleniem standardowym na ± 1.5 cm (tab. 3). Oznacza to, że tak utworzona powierzchnia korekcyjna umożliwi na obszarze Polski transformację wysokości elipsoidalnych na wysokości normalne w układzie Kronsztadt86 (i odwrotnie) z błędem około 1.5 cm, czyli nieco lepiej niż przy użyciu precyzyjnej quasi-geoidy grawimetrycznej *quasi06a*.

Tabela 3. Statystyczne charakterystyki odchyłek $\zeta_{\text{gps/niw}} - \zeta_{\text{model}}$ na 44 punktach trawersu (wszystkie wartości w metrach)

Table 3. Statistical characteristic of discrepancies $\zeta_{\text{gps/niw}} - \zeta_{\text{model}}$ at the 44 points of traverse (all values in meters)

	Średnia Mean	Odch. standard. Standard deviation	Min.	Max.
EGM08 ($n_{\text{max}}=2190$)	0.000	0.015	-0.035	0.035

Niezwykle interesujące informacje zawiera tabela 4. Podano w niej procentowy udział 44 punktów trawersu, których odchyłki v_i nie przekraczają ustalonych poziomów dokładności quasi-geoidy. Zgodność między modelem EGM08 a geometrycznymi odstępami $\zeta_{\text{gps/niw}}$ trawersu jest lepsza niż ± 1 cm dla więcej niż 55% punktów. Następnie, prawie 93%

punktów daje zgodność modelu EGM08 z wysokościami wyznaczonymi z obserwacji GPS i niwelacji lepszą niż ± 3 cm, a 100% punktów zgodność lepszą niż ± 4 cm.

Tabela 4. Procentowy udział 44 absolutnych wartości odchyłek v_i (otrzymanych z równania (9)) nieprzekraczających ustalonych poziomów dokładności quasi-geoidy

Table 4. Percentage of the 44 absolute residuals v_i (computed from equation (9)) whose values are smaller than some typical quasi-geoid accuracy levels

	< 1 cm	< 2 cm	< 3 cm	< 4 cm
EGM08 ($n_{\max}=2190$)	55%	84%	93%	100%

WNIOSKI

Wyniki badań testowych udowodniły, że model EGM08 jest najdokładniejszym modelem ze wszystkich istniejących modeli geopotencjału dla obszaru Polski. Przeciętny poziom niezgodności między wysokościami elipsoidalnymi, normalnymi i odstępem quasi-geoidy z modelu EGM08 jest na poziomie ± 1.5 cm (tab. 3), odzwierciedlający głównie regionalne efekty błędów współczynników harmonik sferycznych, jak również innych błędów systematycznych pochodzących z definicji i realizacji układu wysokościowego. Podobnej dokładności modelu EGM08 należy spodziewać się na obszarach Europy Zachodniej, Stanów Zjednoczonych Ameryki i Kanady, czyli wszędzie tam, gdzie istnieje duża liczba naziemnych pomiarów grawimetrycznych. Na obszarach takich jak Afryka, gdzie znaczna część kontynentu nie jest pokryta pomiarami grawimetrycznymi, dokładność modelu EGM08 będzie kilka razy mniejsza.

Dokładność quasi-geoidy obliczona z modelu EGM08 dla obszaru Polski jest porównywalna z obecnym grawimetrycznym rozwiązaniem, które jest nieznacznie poniżej ± 2 cm. Prezentowane wyniki badań są obiecującym dowodem na możliwość pomyślnego wykorzystania modelu EGM08 w geodezyjnych zastosowaniach na obszarze Polski. Jednak w celu użycia tego modelu w praktycznych zastosowaniach dalsze badania nad dopasowaniem tego modelu do istniejącego układu wysokościowego są konieczne, aby można było transformować wysokości elipsoidalne na wysokości normalne i odwrotnie na poziomie ± 1 cm.

PODZIĘKOWANIE

Niniejsza praca została wykonana w ramach grantu NN526 2163 33 „Badanie wpływu uwzględnienia odchyłek pionu na jakość grawimetrycznej quasi-geoidy na obszarze Polski” Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Autor pragnie podziękować Gabrielowi Strykowskiemu z Danish National Space Center za udostępnienie programu GEOCOL i profesorowi Janowi Kryńskiemu z Instytutu Geodezji i Kartografii za udostępnienie danych dotyczących trawersu GPS/niwelacja.

PIŚMIENNICTWO

- Gelo S., 1994. Korespondencja prywatna.
- Hoffman-Wellenhof B., Moritz H., 2006. *Physical geodesy*, second edition, Springer.
- Kryński J., Cisak J., Figurski M., Mańk M., Bieniewska H., Moskwiński M., Sękowski M., Zanimonskiy Y., Żak Ł., 2005. GPS survey of control traverses and eventual link of the traverse sites to the vertical control with levelling as well as data processing (in Polish), Institute of Geodesy and Cartography, Report for the Institute of Geodesy and Cartography, Warsaw (27 pp).
- Kryński J., 2007. Precyzyjne modelowanie quasigeoidy na obszarze Polski – wyniki i ocena dokładności, IGIK, seria monograficzna nr 13.
- Rapp R.H., 1978. A global 10 x 10 anomaly field combining satellite Geos-3 altimeter and terrestrial anomaly data, Report No. 278, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.
- Rapp R.H., Cruz J.Y., 1985. Spherical harmonics expansions of the earth's gravitational potential to degree 360 using 30' mean anomalies, Report No. 376, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.
- Torge W., 2001, *Geodesy*, third edition, de Gruyter.
- Wenzel H.G., 1985. Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen, der Hannover, Universität Hannover, n.137.
- Zieliński Z., Łyszkowicz A., Jaworski L., Świątek A., Zdunek R., Gelo S., 1997. Polref-96 the New Geodetic Reference Frame for Poland, Springer, International Association of Geodesy Symposium, Symposium 118: Advances in Positioning and Reference Frames, IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Brazil, September 3–9, 1997, 161–166.

ACCURACY EVALUATION OF QUASI-GEOID FROM EGM08 MODEL FOR AREA OF POLAND

Abstract. The paper presents the evaluation results for the new Earth Gravitational Model EGM08 that was recently released by the US National Geospatial Intelligence Agency. Tests were carried out using GPS network POLREF covering in uniform way the territory of Poland and precise traverse established by Institute of Geodesy and Cartography in 2005. Sites of POLREF network and sites of traverse were tied to the Polish vertical reference frame. Our results reveal that EGM08 offers a major improvement (more than 80%) in the agreement level among quasigeoidal, ellipsoidal and normal heights over the area of Poland, compared to the performance of previous combined GGMs for the same area.

Key words: EGM08, quasigeoid heights, ellipsoidal heights, normal heights

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 30.12.2009

Do cytowania – For citation: Łyszkowicz A., 2009. Oszacowanie dokładności quasi-geoidy z modelu EGM08 na obszarze Polski. *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.*, 8(4), 39–47.