

IDENTYFIKACJA UKŁADU ODNIESIENIA SIECI NIWELACYJNEJ OBSZARU LEGNICKO- -GŁOGOWSKIEGO OKRĘGU MIEDZIOWEGO

Maria Mrówczyńska

Uniwersytet Zielonogórski

Streszczenie. W artykule przedstawiono próbę określenia przemieszczeń pionowych punktów kontrolowanych położonych na obszarze Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. Przemieszczenia te zostały wyznaczone na podstawie wyników pomiarów niwelacyjnych prowadzonych w latach 1967–2000. W pierwszej kolejności w celu identyfikacji oraz wyeliminowania obserwacji odstających zostały zastosowane metody estymacji mocnych. Układ odniesienia zdefiniowano na podstawie algorytmu złożonego z dwóch etapów. Na pierwszym etapie wyznaczono moduł wektora przyrostów bazowych cech wewnętrznych, jakie wynikają z dwóch pomiarów okresowych (wyjściowego i aktualnego), na drugim etapie badana była reakcja układu obserwacyjnego w trakcie rozwiązywania kolejnych zadań wyrównawczych, wywołana wzrostem liczby punktów objętych założeniem stałości.

Słowa kluczowe: układ odniesienia, obserwacje odstające, geometryczny model przemieszczeń

WSTĘP

W rozpoznawaniu procesu oddziaływania eksploatacji górniczej na górotwór i powierzchnię terenu szczególne znaczenie mają wyniki pomiarów geodezyjnych. Pomiar geodezyjne dostarczają znaczne ilości danych opisujących wpływ eksploatacji na górotwór i powierzchnię, co między innymi ułatwia wyjaśnienie procesu deformacji obiektów przemysłowych. Monitoring geodezyjny złożony z pomiarów i ich interpretacji umożliwia sprecyzowanie wniosków na temat dynamiki występowania deformacji. Typowym objawem deformacji są przemieszczenia punktów pomiarowych zlokalizowanych na obszarze badań, spowodowane zmianą warunków gruntowo-wodnych bądź wpływem eksploatacji górniczej. Określenie geometrycznego modelu przemieszczeń polega na interpretacji procesu identyfikacji wzajemnie stałych punktów jako poszukiwania pewnego zbioru punktów, na którym definiowany jest układ odniesienia [Prószyński i Kwaśniak 2006]. Definiowanie układu odniesienia napotyka trudności w przypadku występowania

deformacji na dużym obszarze ze względu na wpływ nieuniknionych błędów pomiarowych na wyniki pomiarów przemieszczeń punktów, których wzajemne odległości są znaczne.

Niniejsza praca przedstawia sposób wyznaczenia wartości przemieszczeń pionowych punktów położonych na obszarze Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. Przemieszczenia wyznaczono na podstawie wyników pomiarów niwelacyjnych zrealizowanych w latach 1967–2000. Istotną cechą przedstawionego sposobu obliczeń jest całkowita rezygnacja z informacji wstępnych na temat zbioru punktów układu odniesienia.

DIAGNOSTYKA SIECI GEODEZYJNEJ PRZEZNACZONEJ DO BADANIA PRZEMIESZCZEŃ

W zadaniach związanych z opracowaniem numerycznym sieci geodezyjnych występuje zagadnienie poprawności technologicznej układu obserwacyjnego, która zapewnia odpowiednio wysoki poziom ufności rezultatów pomiaru. Istotnym problemem w tej kwestii są obserwacje odstające – szczególnie takie, których błędy nieznacznie przekraczają dopuszczalne granice określone dla danej klasy pomiarów. Wykrywanie tego rodzaju błędów z zastosowaniem metody najmniejszych kwadratów często napotyka trudności.

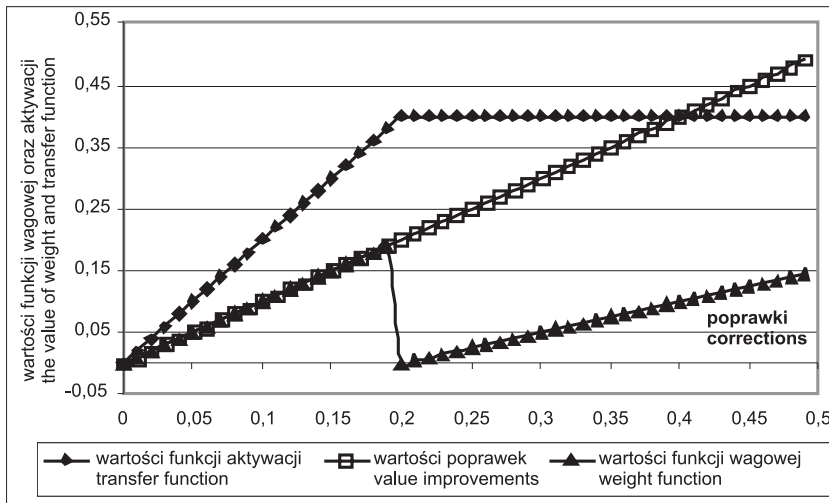
W dużych zbiorach danych skutecznymi metodami identyfikacji obserwacji odstających są metody estymacji mocnych [Kadaj 1998]. W aspekcie zastosowania tych metod zasadnicze znaczenie ma funkcja wagowa $\varpi[v(x)]$, której postać możemy definiować z pewną dowolnością, lecz z uwzględnieniem jej różniczkowalności [Gil 2006].

Najbardziej popularną funkcją wagową jest funkcja Hubera o postaci:

$$\varpi[v_i(x)] = \begin{cases} [v_i(x)]^2 & \text{dla } |v_i(x)| \leq \alpha \\ \alpha|v_i(x)| - \alpha^2 & \text{dla } |v_i(x)| > \alpha \end{cases} \quad (1)$$

gdzie współczynnik α oznacza wartość graniczną błędów przypadkowych, ustaloną na podstawie dokładności narzędzia pomiarowego i metody pomiaru. Jest to funkcja sklejana, złożona z dwóch półprostych i paraboli oraz wypukła względem parametru x w przestrzeni R^n , dla której funkcja aktywacji przyjmuje postać:

$$\varphi[v_i(x)] = \begin{cases} -\alpha & \text{dla } v_i(x) < -\alpha \\ v_i(x) & \text{dla } |v_i(x)| \leq \alpha \\ \alpha & \text{dla } v_i(x) > \alpha \end{cases} \quad (2)$$



Rys. 1. Wartości funkcji wagowej Hubera i odpowiadającej jej funkcji aktywacji
 Fig. 1. Huber weighing function values and the corresponding transfer function

Estymator wynikający z takiej funkcji ograniczony przez $|\alpha|$ jest estymatorem o najmniejszej wariancji w klasie funkcji spełniających te ograniczenia. Wszystkie estymatory mocne wynikające z warunku spełnionego ograniczenia funkcji aktywacji charakteryzują się własnością asymptotyczną.

Mając na uwadze postać funkcji wagowej określoną wzorem (1), zdefiniowaliśmy kwadratową funkcję celu (funkcję energetyczną) jako:

$$E_1(x) = \sum_{i=1}^m \varpi[v_i(x)] \quad (3)$$

gdzie:

$$v_i(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - l_i \quad (4)$$

przy czym a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$), $j = (1, 2, \dots, n)$, ($m > n$) są elementami macierzy $A = [a_{ij}]$ (współczynniki rzeczywiste), l_i ($i = 1, 2, \dots, m$) reprezentują wyniki obserwacji, zaś x_j ($j = 1, 2, \dots, n$) stanowią współrzędne wektora parametrów. Estymacja parametrów kwadratowej funkcji celu sprowadza się do rozwiązania układu równań różniczkowych:

$$\frac{dx}{dt} = -\eta(t)\nabla E_1(x) \quad (5)$$

gdzie $\eta(t) = [\eta_{ij}(t)]$ jest dodatnio określoną macierzą diagonalną współczynników uczenia o wymiarach $n \times n$, zaś

$$\nabla E_1(x) = A^T(Ax - 1) \quad (6)$$

W związku z tym postać skalarna równania (5) przedstawia się następująco:

$$\frac{dx_j}{dt} = -\sum_{p=1}^n \eta_{jp} \left[\sum_{i=1}^m a_{ip} \left(\sum_{k=1}^n a_{ik} x_k - l_i \right) \right]. \quad (7)$$

Do rozwiązania nadokreślonego układu równań liniowych (5) wykorzystano sieć neuronową o strukturze obwodowej, która w działaniu jako sieć jednokierunkowa minimalizuje funkcję celu $E_1(x)$. Wynika stąd, że zadanie minimalizacji funkcji $E_1(x)$ jest formułowane i rozwiązywane w normie w zakresie gaussowskiego komponentu $[v_1(x)]^2$ w ustalonym otoczeniu $E_1(x) = 0$.

Optymalne rozwiązanie w sensie normy L_2 jest realizowane z założeniem, że błędy obserwacji podlegają rozkładowi normalnemu. W przypadku braku danych o rozkładzie wektora obserwacji, a jednocześnie prawdopodobnym wystąpieniu obserwacji odstających, optymalnym kryterium optymalizacji jest norma L_1 . Identyfikacja obserwacji odstających w normie L_1 polega na minimalizacji funkcji wypukłej

$$\omega[v_i(x)] = |v_i(x)| \quad (8)$$

o właściwościach odpornościowych. Zdefiniowana funkcja celu:

$$E_2(x) = \sum_{i=1}^m |v_i(x)| \quad (9)$$

stanowi sformułowanie zasady minimalizacji sumy odchyleń bezwzględnych jako „naturalnej” estymacji mocnej. Z postaci funkcji $E_1(x)$ i $E_2(x)$ wynika różnica w podejściu do sposobu ich minimalizacji. Zgodnie z normą L_1 funkcja $E_2(x)$ jest nieregularna, której minimalizacja wymaga specjalnych procedur programowania matematycznego bądź prostego w realizacji numerycznego algorytmu wykorzystującego sieci neuronowe. W tym przypadku minimalizacja funkcji $E_2(x)$ wynika z rozwiązania układu równań różniczkowych:

$$\frac{dx}{dt} = \eta \sum_{i=1}^m a_{ij} \operatorname{sgn}[v_i(x)] \quad (10)$$

gdzie η – współczynnik uczenia, zaś zmodyfikowana funkcja:

$$\operatorname{sgn}[v_i(x)] = \begin{cases} 1 & \text{dla } v_i(x) > 0 \\ -1 & \text{dla } v_i(x) < 0 \end{cases}$$

jest funkcją aktywacji. Funkcja jest ciągła, ale nie jest funkcją różniczkowalną względem punktu x , która określa znak lewostronnej lub prawostronnej pochodnej w otoczeniu punktu x .

Zidentyfikowane obserwacje odstające należy eliminować pojedynczo, ponieważ poprawka jest liniową funkcją wszystkich obserwacji, jej wpływ przenosi się na inne obserwacje układu, które w rzeczywistości nie są obciążone błędami wykraczającymi poza granice błędów przypadkowych. Oprócz wymienionych w pracy funkcji wypukłych o własnościach odpornościowych można znaleźć w literaturze wiele innych propozycji funkcji błędów opisanych m.in. w pracy Gil [2006].

IDENTYFIKACJA ZBIORU PUNKTÓW ODNIESIENIA

Jak już wspomniano wcześniej, zdefiniowanie układu odniesienia stanowi podstawę sformułowania geometrycznego modelu przemieszczeń. Punkty odniesienia identyfikowano na podstawie algorytmu złożonego z dwóch etapów. Etap pierwszy jako etap wstępny definiowania układu odniesienia, który można zaliczyć do metod testów globalnych o cechach estymacji mocnych, polega na minimalizacji funkcji celu w postaci sumy odchyłeń bezwzględnych.

Założymy, że istnieją dwa n -elementowe zbiory punktów w przestrzeni R' : $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$, które są zbiorami rzutów punktów fizycznych badanych obiektów (O^1) i (O^2) na oś liczbową [Gil 1995]. Punkty obu zbiorów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$ mają przyporządkowane rzędne $h_i^{(1)}$ i $h_i^{(2)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) na podstawie niezależnych wyrównań przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody sieci niwelacyjnych (O^1) i (O^2). Oznaczając odległości zgodnie z normą euklidesową przestrzeni R' między odpowiednimi punktami obu zbiorów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$ przez:

$$h_i = d(S^1, S^2) = |S^2 - S^1| \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

będziemy poszukiwać takiego położenia obiektu (O^1) względem obiektu (O^2), żeby został spełniony warunek:

$$F(y) = \min_{x \in A} F(x) \quad (12)$$

gdzie

$$F(x) = \sum_{i=1}^n |h_i - x|, \quad A = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}. \quad (13)$$

Funkcja $F(x)$ jest funkcją wypukłą. Minimum globalne tej funkcji uzyskamy po uszeregowaniu odległości h_i zgodnie z zasadą $h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n$

- w punkcie $x = \frac{h_{n+1}}{2}$, gdy n jest nieparzyste,
- na odcinku $\frac{h_n}{2} \leq x \leq \frac{h_{n+1}}{2}$, gdy n jest parzyste.

Stosując metodę iteracyjną, należy eliminować pojedynczo wszystkie punkty ze zbioru A , które nie spełniają warunku:

$$w_i = |h' - h''| \leq m_0 \cdot 1, 4\sqrt{n' + n''} \quad (14)$$

gdzie: $w_i = |h' - h''|$, ($i = 1, 2, \dots, n$) oznacza odchyłkę „dopasowania” obiektu (O^2) względem obiektu (O^1) w punkcie h_i , m_0 – błąd średni pojedynczego pomiaru, zaś n' i n'' oznaczają liczby stanowisk niwelatora w realizacji pomiaru pierwotnego i aktualnego.

Warunek (14) musi być spełniony dla wszystkich punktów obu zbiorów z uwzględnieniem najkrótszej drogi [Kuligowski 1986]. Po zakończeniu eliminacji wszystkich punktów, które nie spełniają kryterium stałości (14), otrzymujemy wstępnie zdefiniowany układ odniesienia.

Przechodząc do drugiego etapu algorytmu w celu ostatecznego zdefiniowania układu odniesienia, będziemy badać reakcję układu obserwacyjnego w postaci przyrostu kwadratu normy wektora poprawek. Przyjmujemy następujący tok postępowania. Bazując na wynikach procesu identyfikacji wstępnej, dokonamy uszeregowania zmian bezwzględnych różnic wysokości w_i ($i = 1, 2, \dots, n$) między punktami obu zbiorów $\{S^1\}$ i $\{S^2\}$ przyjmując zasadę:

$$|w_1| \leq |w_2| \leq \dots \leq |w_n|. \quad (15)$$

Dalej, zgodnie z ustaloną kolejnością, dokonamy kolejnych wyrównań obserwacji przy poczynieniu założenia absolutnej stałości wzrastającej liczby punktów w celu określenia przyrostów kwadratów normy wektora poprawek ΔE_i . Wzrost ograniczeń stopni swobody wywoła wzrost sumy kwadratów poprawek od wartości minimalnej E_0 (wyrównanie przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody) do wartości E_{\max} . Dla dowolnego skupienia punktów stałych o liczebności k , wartość krytyczną przyrostu normy wektora poprawek $\Delta E_k = E_k - E_0$ uzyskamy na podstawie wzoru [Gil 1995]:

$$\Delta E_k = -2 \left(m_0^2 + \frac{m_0^2}{2r} \right) \ln(1 - 0,95^{\frac{1}{k}}) \quad (16)$$

gdzie: m_0 – błąd średni pojedynczej obserwacji z wyrównania przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody, r – liczba spostrzeżeń nadliczbowych w układzie obserwacji, $0,95$ – poziom ufności (prawdopodobieństwo spełnienia kryterium stałości przez liczbę k punktów). Zdefiniowany układ odniesienia jest układem nieistotnie elastycznym, ponieważ każdy punkt tego układu leży wewnątrz elipsy błędów o parametrze $s^2 = 2,9957$ z prawdopodobieństwem $P = 0,95$.

PRZYKŁAD LICZBOWY

Przemieszczenia pionowe punktów kontrolowanych położonych na obszarze Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego (LGOM) wyznaczono na podstawie pomiarów wykonanych metodą niwelacji precyzyjnej w latach 1967, 1998, 2000. Pomiarami został objęty obszar o powierzchni około 112 000 ha, na którym zostało zlokalizowanych 218 punktów powiązanych obserwacjami w postaci różnic wysokości w liczbie 302.

Na pierwszym etapie obliczeń wyznaczone zostały zmiany różnic wysokości uzyskane w dwóch okresach: 1967–1998, 1967–2000. Zmiany te poddano następnie wyrównaniu za pomocą procedury najmniejszych kwadratów przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody dla przyjętego błędu średniego obserwacji wynoszącego $m_{obs} = 0,3$ mm. Kolejnym krokiem była identyfikacja obserwacji odstających za pomocą formuły wynikającej ze stosunku liczbowego $\frac{V_i}{m_{vi}} > 2$. Zidentyfikowano po jednej obserwacji odstającej w obu

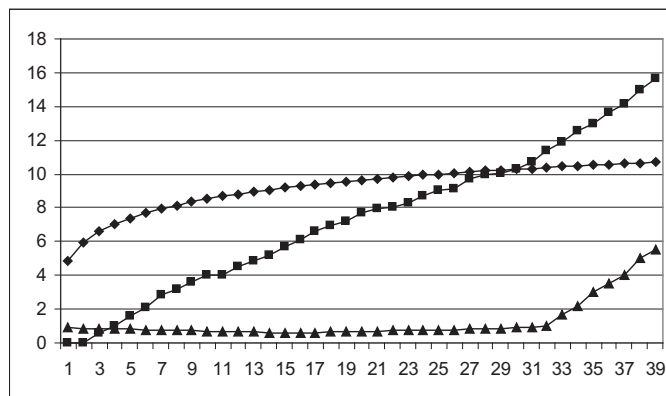
okresach. Jest to spowodowane faktem, że podczas wyrównania metodą najmniejszych kwadratów błędy obserwacji odstających mogą rozłożyć się na obserwacje sąsiednie, co jest trudne do ustalenia. Identyfikację obserwacji odstających przeprowadzono metodą estymacji mocnej z zastosowaniem funkcji wagowej Hubera por. (1). Na podstawie obliczeń wyeliminowano 3 obserwacje odstające w okresie 1967–1998 oraz 2 obserwacje odstające w okresie 1967–2000. Wyniki wyrównania metodą najmniejszych kwadratów przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody w postaci błędu średniego m_0 przed eliminacją i po eliminacji obserwacji odstających zostały przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości błędu średniego m_0 przed eliminacją i po eliminacji obserwacji odstających
Table 1. Mean square error values (m_0) before and after elimination of outliers

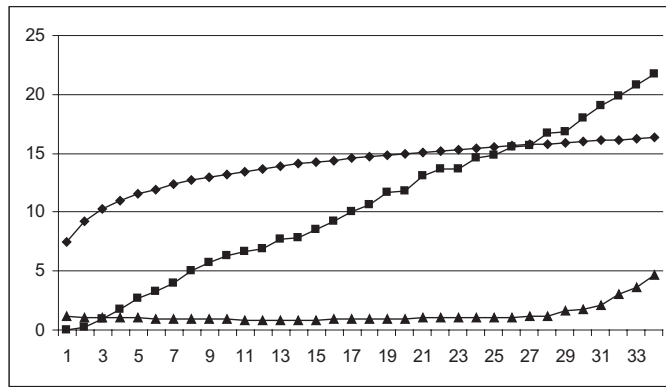
Czasokres pomiarowy Measurement period	Wartości błędu średniego m_0 The average error values m_0	
	przed eliminacją obserwacji odstających before elimination of outliers	po eliminacji obserwacji odstających after elimination of outliers
1967–1998	1,7101	0,8956
1967–2000	1,4562	1,1170

Następnie dokonano wstępnej identyfikacji układu odniesienia z zastosowaniem metody przylegania obiektów z zachowaniem warunku (14). W okresie 1967–1998 układ odniesienia zdefiniowano na 39 punktach wzajemnie stałych, a 1967–2000 na 34 punktach. Po wykonaniu identyfikacji ostatecznej według kryterium (16) liczba punktów układu odniesienia wyniosła dla pierwszego i drugiego okresu odpowiednio 30 oraz 27, przy czym w obu układach powtórzyło się 13 tych samych punktów. Proces ostatecznej identyfikacji punktów tworzących układ odniesienia został przedstawiony graficznie na rysunkach 2 i 3.

Zauważmy, że przedstawiony opis definicji układu odniesienia jest w pełni obiektywny, bowiem dla wartości przyrostu kwadratu normy wektora poprawek $\Delta E \leq \Delta E_k$ zaburzenie układu obserwacyjnego nie występuje (por. m_0 i m'_0).

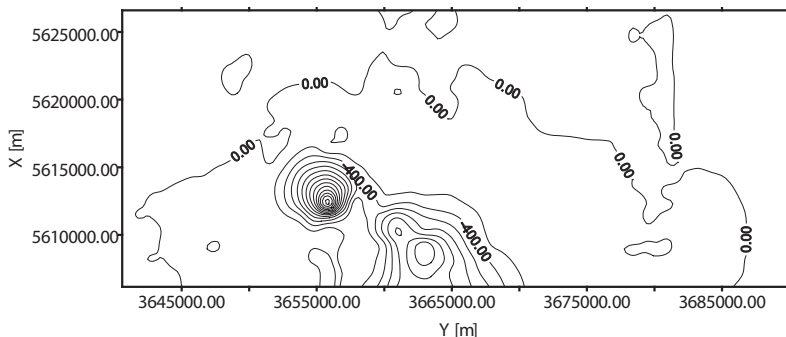


Rys. 2. Proces definiowania układu odniesienia w okresie 1967–1998
Fig. 2. Process of defining the reference system in the period 1967–1998

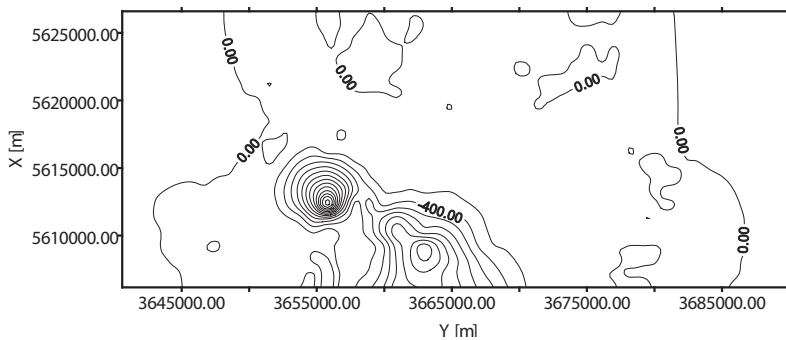


Rys. 3. Proces definiowania układu odniesienia w okresie 1967–2000
 Fig. 3. Process of defining the reference system in the period 1967–2000

Ostateczny geometryczny model przemieszczeń uzyskany z wyrównania metodą najmniejszych kwadratów z warunkami na układ odniesienia przedstawiono graficznie na rysunkach 4 i 5. Wartości błędów m_0 uzyskane z wyrównania z warunkami na układ odniesienia dla okresów 1967–1998 oraz 1967–2000 wyniosły odpowiednio $m_0 = 0,93$ mm oraz $m_0 = 1,12$ mm.



Rys. 4. Geometryczny model przemieszczeń pionowych uzyskany w okresie 1967–1998
 Fig. 4. Geometric model of vertical displacements obtained in the period 1967–1998



Rys. 5. Geometryczny model przemieszczeń pionowych uzyskany w okresie 1967–2000
 Fig. 5. Geometric model of vertical displacements obtained in the period 1967–2000

WNIOSKI

Zaproponowana procedura zdefiniowania układu odniesienia na podstawie minimalizacji odchyleń absolutnych pozwala na ustalenie zbioru punktów wzajemnie stałych, a zastosowanie jako kryterium wzajemnej stałości punktów wartości krytycznej przyrostu kwadratu normy wektora poprawek minimalizuje możliwość przyjęcia punktów ruchomych jako stałych (błąd II rodzaju). Ogólnie, zmiany rzędnych punktów kontrolowanych oszacowano w granicach od +55 do -3 127,7 mm w okresie 1967–1998 oraz od -3 137,8 do +60,0 mm w okresie 1967–2000, przy czym największe przemieszczenia „w dół” zostały zlokalizowane w południowej części obszaru. Uzyskane wartości błędów m_0 dla obu okresów pomiarowych z wyrównania z warunkami na układ odniesienia są zbliżone do błędów m_0 uzyskanych z wyrównania przy minimalnych ograniczeniach stopni swobody, co dowodzi poprawności uzyskanego geometrycznego modelu przemieszczeń.

PIŚMIENNICTWO

- Adamczewski Z., 1979. Algorytm numerycznej kontroli przylegania obiektów. Geodezja i Kartografia, t. XXVII, z. 3, Warszawa.
- Gil J., 1995. Badanie nieliniowego geodezyjnego modelu kinematycznego przemieszczeń, seria: monografie nr 76, Wydawnictwo WSI w Zielonej Górze.
- Gil J., 2006. The problem of solving systems of linear equations by means of neural networks. Geodesy and Cartography, Vol. 55, No. 2.
- Kadaj R., 1998. Modele, metody i algorytmy obliczeniowe sieci kinematycznych w geodezyjnych pomiarach przemieszczeń i odkształceń obiektów. Wydawnictwo AR Kraków.
- Kuligowski J.L., 1986. Zarys teorii grafów. Wydawnictwo PWN, Warszawa.
- Osowski S., 1996. Sieci neuronowe. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Prószyński W., Kwaśniak B., 2006. Podstawy geodezyjnego wyznaczania przemieszczeń. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.

IDENTIFICATION REFERENCE SYSTEM OF LEVELING NETWORK AN AREA OF LEGNICA-GŁOGÓW COPPER DISTRICT

Abstract. The article presents an attempt to determine the vertical displacements of points located within the area controlled Legnica-Głogów Copper District. Displacements have been found on the basis of measurements carried out in leveling the years 1967 to 2000. In the first place to identify and eliminate gross errors the estimation method of strengths have been applied. Then, the calculations carried out in a reference system defined on the basis of the algorithm, consisting of two phases. The first stage concerns the initial identification, which consists in determining the unit vector basis of increments of internal characteristics, which stem from two periodic measurements (initial and current), the second step is to study the reaction of the observation in the course of solving the following adjustment tasks caused by increase in the number of points covered by the stability condition.

Key words: reference system, outlying observations, model of vertical displacements

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 20.12.2010

Do cytowania – For citation: Mrówczyńska M., 2010. Identyfikacja układu odniesienia sieci niwelacyjnej obszaru Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. *Acta Geod. Descr. Terr.*, 9(4), 27–36.