

## **NIWELACJA SATELITARNA OBIEKTÓW LINIOWYCH Z WYKORZYSTANIEM MODELU QUASI-GEOIDY\***

Piotr Banasik, Andrzej Uznański

Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono zagadnienie niwelacji satelitarnej realizowanej dla obiektów liniowych z wykorzystaniem sieciowych pomiarów kinematycznych w czasie rzeczywistym RTN (Real Time Networks) nawiązanych do systemu ASG-EUPOS. Teoretyczne aspekty ujmujące możliwość praktycznego wykorzystania niwelacji satelitarnej oparto na wynikach pomiaru testowego trzech odcinków linii kolejowej o łącznej długości ponad 8 km. Do wyznaczania wysokości normalnych wykorzystano model quasi-geoidy „Geoida Niwelacyjna 2001” oraz uproszczoną interpolację liniową. W przypadku niwelacji satelitarnej RTN metoda obliczania wysokości normalnych ma znaczenie drugorzędne. Najistotniejszym czynnikiem jest zbyt mała dokładność wyznaczania wysokości elipsoidalnych z pomiarów RTN oraz ich losowy charakter o rozrzucie na poziomie 9 cm.

Słowa kluczowe: Niwelacja satelitarna, quasigeoida, RTK GPS, RTN

### **WSTĘP**

Wyznaczenie wysokości normalnych punktów geodezyjnych realizowane jest klasycznie za pomocą niwelacji geometrycznej. Wprowadzenie do geodezji satelitarnych technik pomiarowych i statycznych pomiarów GNSS umożliwiło wykonywanie niwelacji satelitarnej. Integracja obu technik niwelacyjnych realizowana jest za pomocą modelu geoidy lub quasi-geoidy, opracowanego na danym obszarze. W związku z tym coraz więcej prac badawczych zmierza do opracowania precyzyjnych krajowych modeli geoidy i quasi-geoidy [Łyszkowicz 1998, Pażus i in. 2002, Kryński 2007]. Duże nadzieje w zakresie wyznaczania undulacji geoidy wiąże się z misją satelitarną GOCE. Inny charakter mają modele lokalne, tworzone na małym obszarze, na potrzeby doraźnych prac geodezyjnych. Ich zaletą jest stosunkowo prosty proces opracowania, wykorzystanie

---

\* Praca wykonana w ramach umowy: 11.11.150.022 i badań statutowych: 11.11.150.005, 11.11.150.006

---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Piotr Banasik, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: pbanasik@agh.edu.pl

dostępnych, lokalnych danych wysokościowych i z reguły większa dokładność w porównaniu z modelami krajowymi. Przykładem mogą być modele quasi-geoidy opracowane na podstawie wyników pomiarów GPS i niwelacji geometrycznej na obszarach wpływów eksploatacji górniczej [Badawcza sieć... 2005, Banasik 2007]. Rozwój pomiarów satelitarnych w kierunku sieciowych metod kinematycznych w czasie rzeczywistym RTN (Real Time Networks) tworzy podstawę do wykonywania niwelacji metodą jeszcze bardziej konkurencyjną w stosunku do niwelacji geometrycznej czy satelitarnej–statycznej. Dotyczy to przede wszystkim pracochłonności pomiaru i czasu jego realizacji. Olbrzymie znaczenie w realizacji takiej niwelacji mają sieci permanentne, np. ASG-EUPOS i modele geoidy lub quasi-geoidy, np. krajowy model „*Geoida Niwelacyjna 2001*”.

Przedmiotem opracowania jest analiza możliwości wykorzystania modelu quasi-geoidy oraz uproszczonej interpolacji liniowej i jej odstępów na bazie niwelacji satelitarnej przeprowadzonej kinematycznymi pomiarami w czasie rzeczywistym. Analizę przeprowadzono dla obiektów liniowych (drogi, koleje, rurociągi itp.).

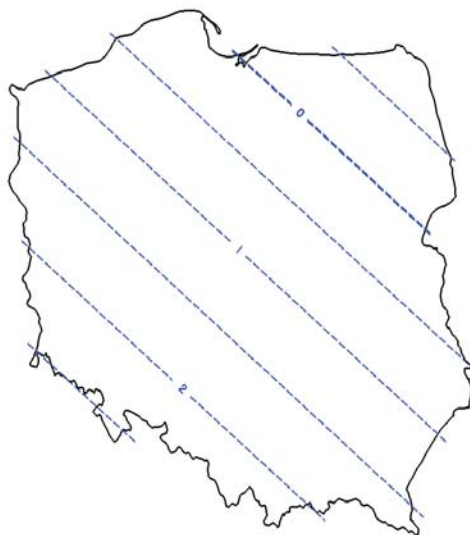
## UNDULACJA QUASI-GEOIDY Z MODELU „*GEOIDY NIWELACYJNEJ 2001*”

Wyznaczenie wysokości normalnej dowolnego punktu na podstawie wyników pomiaru GPS i undulacji quasi-geoidy z modelu „*Geoida Niwelacyjna 2001*” jest jednym z najprostszych sposobów obliczenia wysokości. W wyniku pomiaru GPS nawiązanego do sieci ASG-EUPOS lub geodezyjnej osnowy poziomej otrzymamy w danym punkcie współrzędne elipsoidalne:  $\varphi$  – szerokość,  $\lambda$  – długość geodezyjną i wysokość elipsoidalną  $h$  w systemie ETRS89. Realizacją jego na obszarze Polski jest układ ETRF89 [GUGiK 2000, 2008]. Wysokość normalną w obowiązującym układzie wysokościowym Kronsztadt86 otrzymamy po wprowadzeniu odstepu  $\zeta^{2001}$  obliczonego na podstawie krajowego modelu quasi-geoidy – „*Geoida Niwelacyjna 2001*” zgodnie z zależnością:

$$H^{Kronsztadt86} = h^{ETRF89} - (\zeta^{2001} + \Delta\zeta^{ETRF89-ITRF96}) \quad (1)$$

gdzie:  $h^{ETRF89}$  – wysokość elipsoidalna z pomiaru GPS,  
 $\zeta^{2001}$  – odstęp z modelu „*Geoida Niwelacyjna 2001*”,  
 $\Delta\zeta^{ITRF96-ETRF89}$  – poprawka do odstepu wynikająca z różnic między układami ETRF89 i ITRF96.

Model „*Geoida Niwelacyjna 2001*” został opracowany na podstawie wysokości elipsoidalnych w układzie ITRF96, innym niż obowiązujący w Polsce układ ETRF89 [Pażus i in. 2002]. W związku z tym konieczne jest obliczenie wynikającej z tego tytułu poprawki do odstepu  $\Delta\zeta^{ITRF96-ETRF89}$ . Poprawkę tę można obliczyć za pomocą 7-parametrowej transformacji współrzędnych XYZ, przeliczając następnie współrzędne prostokątne na geodezyjne na  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$  [Boucher, Altamimi, 2008]. Wartości współczynników do transformacji podane zostały w opracowaniu „*Geoidy Niwelacyjnej 2001*” [Pażus i in. 2002]. Tak obliczona poprawka  $\Delta\zeta^{ITRF96-ETRF89}$  będzie różnicą między wysokością elipsoidalną  $h^{ETRF89}$  w obowiązującym układzie ETRF89 oraz wysokością elipsoidalną  $h^{ITRF96}$  w układzie ITRF96, w którym opracowano krajowy model quasi-geoidy.



Rys. 1. Rozkład zmian poprawki  $\Delta\zeta^{\text{ETRF89-ITRF96}}$  [w cm] wynikającej z różnic wysokości elipsoidalnej w układach odniesienia ETRF89 i ITRF96 (ep.1997.4)

Fig. 1. Distribution of the  $\Delta\zeta^{\text{ETRF89-ITRF96}}$  correction [in cm] as a result of the ellipsoid height in frames ETRF89 and ITRF96 (ep.1997.4)

Wartość powyższej poprawki można również obliczyć za pomocą wielomianu I stopnia, w zależności od współrzędnych płaskich punktu. Odpowiednią postać wielomianu dla współrzędnych w układzie 1992 przedstawia wzór (2):

$$\Delta\zeta^{\text{ETRF89-ITRF96}} = a + bX^{1992} + cY^{1992} \quad (2)$$

gdzie:  $X^{1992}, Y^{1992}$  – współrzędne danego punktu w układzie 1992 w [m],  
 $a, b, c$  – współczynniki ( $a = 4.718672065535$ ;  $b = -4,2529978 \cdot 10^{-6}$ ;  
 $c = -0,2182010 \cdot 10^{-6}$ ).

Błąd obliczenia poprawki  $\Delta\zeta^{\text{ETRF89-ITRF96}}$  za pomocą powyższej zależności nie przekracza 1 mm. Na dokładność obliczonej wysokości normalnej na bazie krajowego modelu „*Geoidy Niwelacyjnej 2001*” zasadniczo wpływa więc dokładność wysokości z pomiaru GPS i dokładność krajowego modelu quasi-geoidy.

## LOKALNY MODEL QUASI-GEOIDY OBIEKTU LINIOWEGO

Lokalne modele quasi-geoidy (LMQ) charakteryzują się zdecydowanie większą rozdzielczością w porównaniu z modelami krajowymi. Modele lokalne obliczane są na podstawie odstępów LMQ i elipsoidy GRS80 w punktach odległych o maksymalnie kilka km, podczas gdy odległość punktów w modelu „*Geoida Niwelacyjna 2001*” wynosiła kilkadziesiąt km [Pażus i in. 2002].

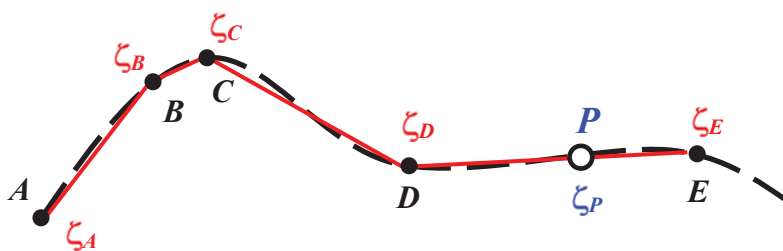
Wykorzystanie LMQ w przypadku obiektów liniowych (drogi, koleje, rurociągi itp.) można zrealizować trzema następującymi metodami:

- podział obiektu na prostoliniowe odcinki z interpolacją odstępów wzdłuż odcinków,  $\zeta = \zeta(d)$ ,
- wyróżnienie spośród sieci obiektów liniowych tych fragmentów, które pokrywają się z izoliniami undulacji quasi-geoidy,  $\zeta = \text{const.}$ ,
- wykorzystanie LMQ wzdłuż wąskich pasów obiektów liniowych  $\zeta = \zeta(X, Y)$ .

### Interpolacja odstępów quasi-geoidy na odcinkach prostoliniowych

W tej metodzie interpolację realizuje się wzdłuż krótkich prostoliniowych odcinków. Zakłada się bowiem, że na krótkich odcinkach undulacja quasi-geoidy  $\Delta\zeta$  zmienia się proporcjonalnie do odległości. Założenie to jest prawdziwe dla obszarów o niezbyt dużym zróżnicowaniu rzeźby terenu, czyli dla większości obszaru Polski z wyłączeniem obszarów górskich.

Metoda polega na podziale obiektu liniowego na odcinki łamanej, wyznaczeniu za pomocą pomiaru GPS i niwelacji geometrycznej wartości odstepu  $\zeta_{LMQ}$  w jej wierzchołkach, a następnie interpolacji różnicy odstępów dla dowolnego punktu w ramach odcinka.



Rys. 2. Odstęp quasi-geoidy od elipsoidy w punktach załamania obiektu liniowego  
Fig. 2. Quasi-geoid undulation in points of bending the line structure

Odstęp w danym punkcie P znajdującym się na odcinku D-E (rys. 2) oblicza się ze wzoru:

$$\zeta_{LMQ-P} = \zeta_{LMQ-D} + \frac{\zeta_{LMQ-E} - \zeta_{LMQ-D}}{d_{D-E}} \cdot d_{D-P} \quad (3)$$

gdzie:  $d$  – odpowiednia odległość,

a wysokość normalną na podstawie zależności (4) dla wysokości  $h_p$  z pomiaru GPS:

$$H_p = h_p - \zeta_{LMQ-P} \quad (4)$$

Na dokładność wysokości obliczonej tą metodą składają się dokładność wyznaczenia odstępów w wierzchołkach łamanej oraz dokładność wysokości wyznaczonej techniką GPS w danym punkcie P. Z doświadczeń pomiarowych wynika, że przy stosowaniu metody statycznej GPS jest możliwe osiągnięcie dokładności na poziomie 0,5–1 cm, a na krótszych odcinkach długości kilkuset metrów nawet większej [Banasik 2001, Banasik, Skorupa 2008].

Warto zwrócić uwagę na fakt, że interpolacja nie musi odbywać się dokładnie wzdłuż prostej, lecz w pewnym wąskim pasie. Szerokość tego pasa można oszacować na podstawie składowych odchylenia linii pionu np. z modelu krajowego „*Geoida Niwelacyjna 2001*”. Zakładając, że maksymalne odchylenie linii pionu charakteryzujące lokalne nachylenie quasi-geoidy do elipsoidy wyniesie na obszarze Polski ok. 10", a odstęp quasi-geoidy należy wyznaczyć z dokładnością nie mniejszą niż 3 mm, to szerokość pasa zgodnie ze wzorem (5) nie powinna przekraczać ok. 60 m:

$$s_{AB} = \frac{\Delta\zeta_{AB}}{\Theta_{AB}} = \frac{\Delta H_{AB} - \Delta h_{AB}}{\Theta_{AB}} \quad (5)$$

gdzie:  $\Theta$  – odchylenie linii pionu w radianach,  
 $\Delta H_{AB}$ ,  $\Delta h_{AB}$  – przewyższenie pomierzone niwelacją geometryczną i satelitarną,  
 $s_{AB}$  – odległość między punktami A i B.

### Niwelacja satelitarna wzdłuż izolinii undulacji quasi-geoidy

Metoda ta wykorzystuje pewną własność undulacji quasi-geoidy, która może zostać wykorzystana do obiektów liniowych. Na obszarze Polski przebieg quasi-geoidy względem elipsoidy ma charakter regularny. Wyraźnie widoczne jest północno-wschodnie nachylenie obu powierzchni [Pażus i in. 2002]. W związku z tym wynik niwelacji geometrycznej  $\Delta H$  odniesiony do linii pionu będzie różny od wyniku niwelacji satelitarnej  $\Delta h$  odniesionego do normalnej elipsoidy:

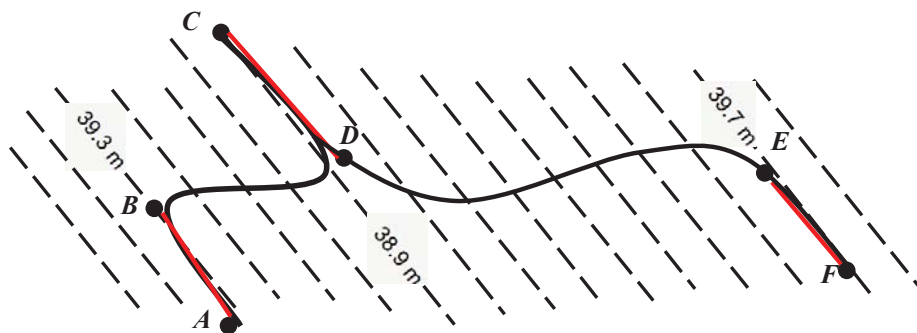
$$\Delta H \neq \Delta h \quad (6)$$

Wyjątkiem jest kierunek izolinii tej undulacji, tj. kierunek w przybliżeniu południowo-wschodni. Wzdłuż takiego kierunku przewyższenia mierzone niwelacją geometryczną są równe przewyższeniom z pomiaru GPS. W związku z tym do obliczenia wysokości normalnej danego punktu można wykorzystać wprost wyniki pomiaru GPS. Zamiast zależności:

$$H_B = H_A + \Delta h_{AB} \quad (7)$$

gdzie:  $H$  – wysokość normalna,  
 $\Delta H$ ,  $\Delta h$  – przewyższenia odpowiednio z niwelacji geometrycznej i satelitarnej,  
 $A$ ,  $B$  – punkty położone na jednej izolinii undulacji quasi-geoidy.

Na małych obszarach kształt izolinii można uważać za prostoliniowy, a azymut  $\alpha$  takiego kierunku w danym miejscu można wyznaczyć na podstawie składowych odchylenia linii pionu  $\xi, \eta$ , np. z modelu krajowego quasi-geoidy. Po „nałożeniu” na daną sieć obiektów liniowych izolinii quasi-geoidy można wyznaczyć te odcinki, na których wykonując pomiary GPS, otrzymamy przewyższenia takie jak z niwelacji geometrycznej (rys. 3).



Rys. 3. Fragmenty obiektu liniowego pokrywające się z izoliniami undulacji quasi-geoidy  
 Fig. 3. Fragments of the line structure lying on isolines of the quasi-geoid undulation

Dla przykładowego obiektu liniowego  $A...F$  zidentyfikowano trzy odcinki, na których do wyznaczenia wysokości geometrycznej wystarczy niwelacja techniką GPS. Są nimi odcinki  $A-B$ ,  $C-D$  oraz  $E-F$ . Z praktycznych doświadczeń wynika, że dla statycznych pomiarów GPS w sesjach 1.5–2<sup>h</sup> na odcinkach średnio 5 km uzyskano tym sposobem zgodność przewyższeń  $\Delta H$  i  $\Delta h$  na poziomie 3 mm/km [Banasik i in. 1999]. Identyfikację azymutu  $\alpha$  kierunku izolunii undulacji quasi-geoidy zrealizowano w tym przypadku z dokładnością  $\pm 20'$ .

### 3.3. Powierzchniowe modelowanie quasi-geoidy

Metoda powierzchniowego modelowania quasi-geoidy polega na wyznaczeniu na ograniczonym obszarze lokalnego modelu quasi-geoidy w postaci np.:

$$\zeta_{LMQ} = \zeta(X, Y) \quad (8)$$

gdzie:  $X, Y$  – współrzędne w płaskim układzie prostokątnym, np. jednostrefowym układzie 1992.

Wartości odstępów  $\zeta$  w punktach modelu należy wyznaczyć z wyników pomiarów GPS ( $h$ ) i wyników niwelacji geometrycznej ( $H$ ), w nawiązaniu do najbliższych reperów osnowy wysokościowej. Na niewielkim obszarze, w promieniu kilkunastu km, możliwe jest interpolowanie odstępów za pomocą wielomianu I stopnia:

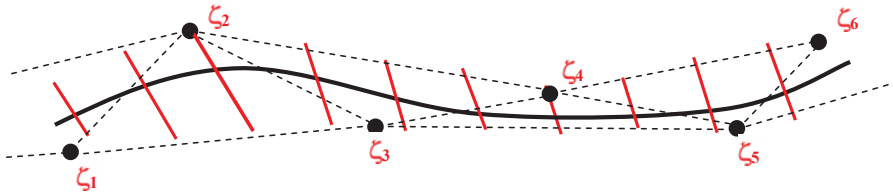
$$\zeta_{LMQ} = \zeta(X, Y) = a_0 + a_1X + a_2Y \quad (9)$$

gdzie:  $a_0, a_1, a_2$  – współczynniki wielomianu wyznaczone na podstawie punktów o znanych wartościach  $\zeta$ .

Do obliczenia współczynników wielomianu potrzebne są minimum trzy punkty o znanej wartości  $\zeta$ , przy czym korzystna jest większa liczba takich punktów. Obliczenie wysokości w dowolnym punkcie  $P$  na obszarze objętym modelem na podstawie odstępów z tego modelu odbywa się wg wzoru:

$$H_p = h_p - \zeta_{LMQ-P} \quad (10)$$

Dokładność wyznaczenia wysokości w tej metodzie zależy od dokładności opracowanego modelu  $\zeta_{LMQ}$  i dokładności wyznaczenia wysokości elipsoidalnej za pomocą pomiaru GPS. Praktyczne doświadczenia modeli opracowanych w rejonie Krakowa i Wieliczki (obszar  $30 \times 30$  km), Trzebini ( $3 \times 7$  km) czy Jaworzna ( $15 \times 20$  km) wskazują, że w zależności od jednorodności osnowy wysokościowej uzyskano dokładność odpowiednio 2; 1 i 1,5 cm [Badawcza sieć... 2005, Banasik 2007, Góral i in. 2008]. Rysunek 4 przedstawia ideę przykładowego opracowanego lokalnego przebiegu quasi-geoidy w wąskim pasie obiektu liniowego. Wartości odstępów wyznaczono w kolejnych punktach w pobliżu obiektu, a jego interpolację zrealizowano wzorem (9) w ramach poszczególnych trójkątów.

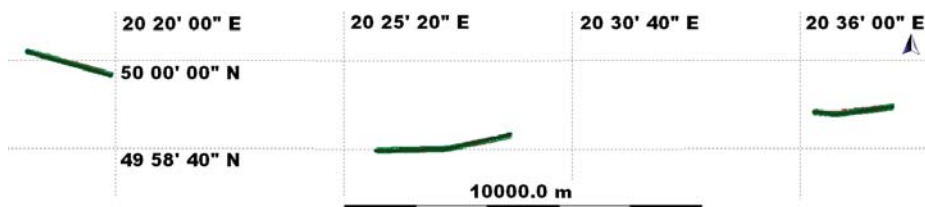


Rys. 4. Schemat wyznaczenia LMQ wzdłuż obiektu liniowego

Fig. 4. Outline illustrating estimation of LMQ along line structure

## POMIARY TESTOWE

Weryfikację metod wyznaczania wysokości normalnych punktów obiektów liniowych przeprowadzono na 3 kilkukilometrowych odcinkach magistralnej linii kolejowej Kraków – Tarnów (rys. 5). Linie tę wybrano, ponieważ w 2008 r. zakładano na niej nowe repery I klasy wraz z pomiarem i nadaniem nowych wysokości wszystkim punktom osnowy wysokościowej.



Rys. 5. Szkic lokalizacji odcinków testowych

Fig. 5. Sketch the location of test sections

Niwelację precyzyjną wykonano niwelatorem kodowym DNA03 firmy Leica o dokładności 0,3 mm/km przy użyciu łąt inwarowych. Lokalizację odcinków testowych dobrano m.in. pod kątem rozpoczynania i kończenia się odcinka na punkcie osnowy wysokościowej. Poszczególne odcinki pomiarowe o łącznej długości ok. 8,3 km znajdowały

się między reperami, których nazwy oznaczają km linii kolejowej. Oprócz tych reperów na każdym z odcinków znajdowały się jeszcze 3 lub 4 repery:

- odcinek Brzesko: 50.620–52.762, w odległości ok. 8.62 km od kolejnego odcinka;
- odcinek Bochnia: 38.280–42.000, w odległości ok. 7.86 km od kolejnego odcinka;
- odcinek Kłaj: 28.020–30.423.

Niwelację tam i z powrotem prowadzono po tych samych śrubach oznaczanych kolorem przypisanym do konkretnej łąty.

Założono uzyskanie wysokości elipsoidalnych z sieciowych pomiarów RTN, które są konkurencyjne dla niwelacji geometrycznej pod względem ekonomii realizacji pomiaru i z tego powodu mogą być brane pod uwagę przez wykonawców w geodezyjnej obsłudze inwestycji. Dla takich pomiarów GPS wyniki niwelacji geometrycznej można uznać za bezbłędne, gdyż charakteryzują się dokładnością o 2 rzędy wielkości lepszą.

Sieciowe pomiary kinematyczne w czasie rzeczywistym w nawiązaniu do sieci ASG-EUPOS wykonano sprzętem firmy Leica – odbiornik GX1230GG z anteną AX1202GG. Korzystano z wirtualnych stacji referencyjnych VRS serwisu NAWGEO. Pomiary te wykonano w dwóch seriach. Na pierwszą serię oznaczoną przez RTN1 składały się wykonane na każdym punkcie dwa bezpośrednio po sobie następujące pomiary trwające 6 jednosekundowych epok. Wysokość punktu była średnią z obu pomiarów. Druga seria oznaczona przez RTN2, realizowana była na odcinku w Brzesku i składała się z sekwencji analogicznej do serii pierwszej oraz z następnego pomiaru trwającego 2 minuty. Na wybranych punktach wykonano dodatkowo jeszcze po kilka pomiarów.

## ANALIZA WYNIKÓW POMIARÓW

Dokładność wyznaczania wysokości w pomiarach satelitarnych jest szacowana przeciętnie na poziomie dokładności dwukrotnie niższym niż dla współrzędnych sytuacyjnych. W przypadku kinematycznych pomiarów satelitarnych w czasie rzeczywistym można mówić o 2–3 razy mniejszej dokładności w tej relacji. Z tego powodu zasadniczym przedmiotem analizy były różnice wysokości punktów, w których błędy o charakterze systematycznym będą się znosiły.

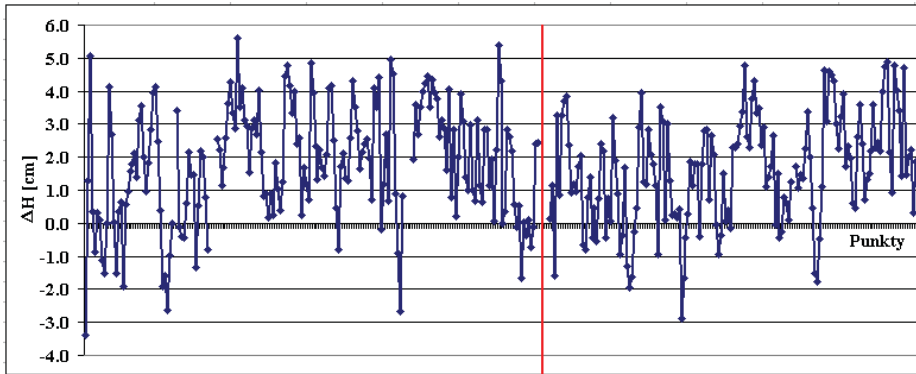
### Model quasi-geoidy

Wysokości normalne punktów  $H$  obliczono z wyników niwelacji geometrycznej oraz z wyników pomiarów satelitarnych RTN z uwzględnieniem undulacji quasi-geoidy od elipsoidy N2001. Różnice tych wysokości ilustruje rysunek 6, natomiast różnice przewyższeń odpowiednich wysokości między kolejnymi punktami odcinków testowych przedstawiono na rysunku 7. Pionowymi liniami na rysunkach oznaczono zakres pomiarów RTN1 i RTN2.

Z rysunków 6 i 7 wynika, że w zakresie  $\pm 1$  cm znalazła się mniej niż co trzecia różnica wysokości (29%) oraz mniej niż co druga różnica przewyższeń (49%). Wartość co drugiej różnicy wysokości przekroczyła 2 cm, a w przypadku różnic przewyższeń była to co piąta wartość. Z analiz wykluczono punkt znajdujący się ok. 1,5 m na północ od budynku nastawni. Dla tego punktu, mimo podejmowania prób w każdym pomiarze, udało się

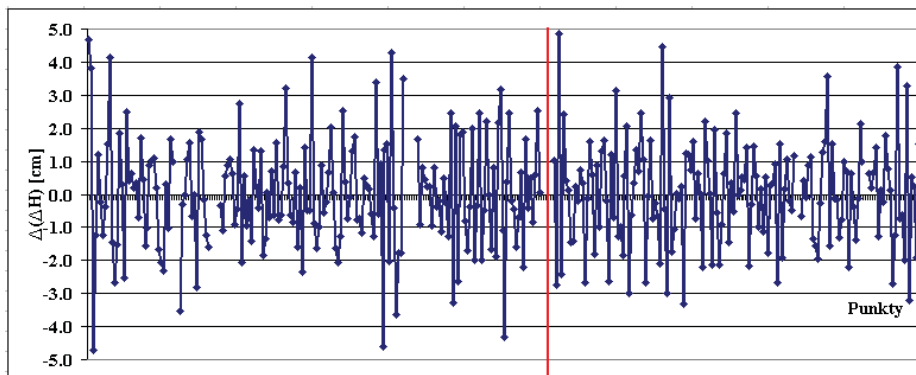


uzyskać rozwiązanie fazowe tylko w jednym przypadku. Jednakże błąd wysokości tego rozwiązania wyniósł 11,4 cm. Odchylenie standardowe będące miarą precyzji danych było na poziomie 1,7 cm zarówno dla różnic wysokości, jak i dla różnic przewyższeń.



Rys. 6. Różnice wysokości normalnych niwelacyjnych i elipsoidalnych obliczonych z uwzględnieniem modelu quasi-geoidy

Fig. 6. The differences in normal leveling height and the ellipsoidal height calculated using the quasi-geoid model

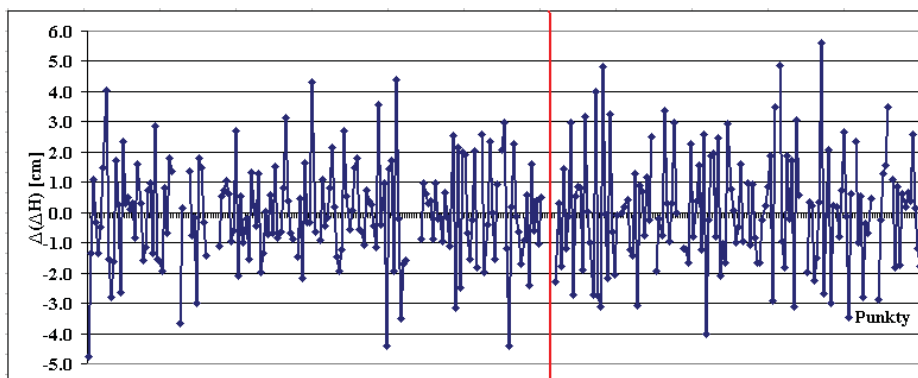


Rys. 7. Różnice przewyższeń między kolejnymi punktami z niwelacji geometrycznej i pomiarów RTN

Fig. 7. Height differences between successive points of the leveling and RTN surveys

### Uproszczona interpolacja liniowa

Sposób wyznaczania przewyższeń niwelacyjnych za pomocą uproszczonej interpolacji liniowej undulacji geoidy wymaga podziału obiektu liniowego na odcinki proste. Wynikiem obliczeń są wyinterpolowane wysokości normalne punktów pomierzonych odbiornikami GPS. Rysunek 8 przedstawia różnice przewyższeń między kolejnymi punktami obliczone odpowiednio z wysokości normalnych pochodzących z niwelacji geometrycznej oraz wysokości normalnych wyinterpolowanych.



Rys. 8. Różnice przewyższeń między kolejnymi punktami z niwelacji geometrycznej i pomiarów RTN

Fig. 8. Height differences between successive points of the leveling and RTN surveys

W przedziale  $\pm 1$  cm znalazła się mniej niż co druga wartość (48%), a częstotliwość ta w przypadku metody interpolacyjnej była bardzo zbliżona do częstotliwości w tym przedziale w metodzie wykorzystującej model quasi-geoidy. W przypadku interpolacji liniowej odsetek wartości różnic przewyższeń powyżej 2 cm był również analogiczny jak w metodzie wykorzystującej model quasi-geoidy (co piąta wartość).

## PODSUMOWANIE

Zasadniczym celem opracowania było porównanie dwóch metod obliczania wysokości normalnych na bazie sieciowych pomiarów satelitarnych w czasie rzeczywistym RTN dla obiektów liniowych. Pierwsza metoda wykorzystywała krajowy model quasi-geoidy „*Geoida Niwelacyjna 2001*”. Drugą metodą była uproszczona interpolacja liniowa. Zarówno model „*Geoida Niwelacyjna 2001*”, jak i uproszczona interpolacja lokalnych odstępów quasi-geoidy od elipsoidy dają możliwość bardzo prostego wyznaczania wysokości normalnych punktów. W pierwszym przypadku problemem jest odpowiednia dokładność modelu. Duże nadzieje pod względem podniesienia dokładności wiąże się z najnowszym modelem geoidy/quasi-geoidy dla obszaru Polski [Kryński 2007].

Analizę wyników oparto na pomiarach 3 odcinków torów jednej linii magistralnej. Można stwierdzić, że w przypadku niwelacji satelitarnej RTN metoda obliczania wysokości normalnych ma znaczenie drugorzędne. Na pierwszy plan wysuwa się zbyt mała dokładność wyznaczania wysokości elipsoidalnych z pomiarów RTN oraz ich losowy charakter o rozrzucie na poziomie 9 cm. Potwierdzają to również inne wyniki podobnych badań [Hadaś, Bosy 2009]. W tabeli 1 przedstawiono porównanie obydwu metod z podziałem pomiaru RTN na dni pomiarowe. Wyniki potwierdzają tę tezę. Występuje kilkuprocentowa różnica w kolumnie RTN2. Interpolacja w kierunku zwiększonej liczby różnic przewyższeń w przedziale powyżej 2 cm wynika z faktu, że w tym pomiarze wybrane punkty mierzono kilkakrotnie, a o ich wyborze decydowała bliskość przeszkód terenowych.

Tabela 1. Udział procentowy różnic przewyższeń w przedziałach  
 Table 1. Percentage of heights differences within certain ranges

Przedział [cm]	RTN1 - N2001	RTN1 - Interpolacja	RTN2 - N2001	RTN2 - Interpolacja
[-1.0, 1.0]	48.9	49.4	49.3	45.6
[-2.0, -1.0]	30.2	32.1	30.9	25.7
Powyżej $\pm$ 2.0	20.9	18.5	19.8	28.7

## PIŚMIENNICTWO

- Badawcza sieć..., 2005. Badawcza sieć geodynamiczna na obszarze wschodniej części Górnośląskiego Zagłębia Węglowego – monografia współautorska pod redakcją W.Górala. UWND AGH, Kraków.
- Banasik P., Góral W., Maciaszek J., 1999. Precyzyjna sieć geodezyjna na obszarze wschodniej części Górnośląskiego Okręgu Przemysłowego (GOP). Geodezja, UWND AGH, T. 5, Z. 2, Kraków.
- Banasik P., 2001. Wykorzystanie quasi-geoidy w pomiarach niwelacyjnych. Geodezja, UWND AGH, T. 7, Z. 2, Kraków.
- Banasik P., 2007. Quasigeoid on chose areas of investigations geodynamics. Acta Geodynamica. Geomater. Vol. 4, No. 4.
- Banasik P., Skorupa B., 2008. Charakterystyka nowych punktów przeznaczonych do absolutnych pomiarów ciężkości na obszarze Krakowa. Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr., 7(1), 15–17, Wrocław.
- Boucher C., Altamimi Z., 2008. Memo: Specification for reference Frome fixing in the analysis of a EUREF GPS campaign. <http://etrs89.ensg.ign.fr/memo-V7.pdf>.
- Góral W., Banasik P., Kudrys J., Skorupa B., 2008. Współczesne metody wykorzystania GPS w geodezji. UWN-D AGH, Kraków.
- GUGiK, 2000. Rozporządzenie RM z dn. 8.08.2000 w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych. GUGiK, Warszawa.
- GUGiK, 2008. Projekt nowelizacji Rozporządzenia RM w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych z dnia 10.01.2008. [www.gugik.gov.pl](http://www.gugik.gov.pl)
- Hadaś T., Bosy J., 2009. Niwelacja satelitarna GNSS z wykorzystaniem serwisu NAWGEO systemu ASG-EUPOS. Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr., 8(2), 53–66.
- Kryński J., 2007. Precyzyjne modelowanie quasi-geoidy na obszarze Polski – wyniki i ocena dokładności. IGiK, Warszawa.
- Łyszkowicz A., 1998. Grawimetryczna quasi-geoida model QUASI'97B a układ wysokościowy Kronsztadt'86. Materiały VI Sympozjum pt. Współczesne problemy podstawowych sieci geodezyjnych, Warszawa.
- Pażus R., Osada E., Olejnik S., 2002. Geoida niwelacyjna 2001. Magazyn Geoinformacyjny Geodeta, 5/2002 (84), Geodeta Sp. z o.o., Warszawa.

## SATELLITE LEVELING LINE STRUCTURE USING THE MODEL OF QUASI-GEOID

**Abstract.** The paper presents the problem satellite leveling of line structures using RTN (Real Time Networks) measurements referenced to ASG-EUPOS System. The possibility of the practical use of satellite leveling based on results of test measurement three sections of the railway with a total length of over 8 km. For the calculation of the normal height used the model of quasi-geoid "Leveling Geoid 2001" and a simplified linear interpolation. In the case of satellite RTN leveling method of calculating the normal height is less important. The most important factor is not sufficient ellipsoidal height determination accuracy of the RTN measurements, and their random nature of spread at the level of 9 cm.

**Key words:** Satellite leveling, quasi-geoid, RTK GPS, RTN

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 30.03.2010

Do cytowania – For citation: Banasik P., Uznański A., 2010. Niwelacja satelitarna obiektów liniowych z wykorzystaniem modelu quasi-geoidy. *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.*, 9(3), 3–14.