

MODEL CIĄGŁY SIECI NEURONOWEJ TYPU HOPFIELDA W ZASTOSOWANIU DO OSZACOWANIA STABILNOŚCI PUNKTÓW SIECI GEODEZYJNEJ PIONOWEJ POMIAROWO-KONTROLNEJ

Józef Gil, Maria Mrówczyńska,
Sławomir Gibowski

Uniwersytet Zielonogórski

Streszczenie. W artykule zawarto propozycję selekcji punktów sieci geodezyjnej pionowej pomiarowo-kontrolnej, które wykazują stabilność w czasie realizacji pomiarów. Procedura identyfikacji punktów o wzajemnej stabilności polega na określeniu poziomów energetycznych sieci neuronowej Hopfielda o minimalnej wartości. W minimum energetycznym sieć osiąga atraktor jako stan końcowy układu dynamicznego. Określenie przebiegów czasowych dojścia poszczególnych zmian różnic wysokości do odpowiedniego atraktora oraz badania zachowania się sąsiednich trajektorii zmian różnic wysokości na podstawie wyznaczonych wykładników Lapunowa umożliwiają identyfikację punktów o stwierdzonej stałości i stanowią zagadnienie poruszone w niniejszej pracy.

Słowa kluczowe: dynamika układu, atraktory, wykładniki Lapunowa

WSTĘP

Monitoring geodezyjny sprowadza się często do określenia dynamiki zjawiska nierównomiernych osiadań budowli posadowionych na gruntach ekspansywnych. Wielkość dopuszczalnych różnic osiadań wywołanych trwałym odkształceniem podłoża stanowi wyjściowe kryterium w procesie projektowania budowli. Przyczyną odkształceń trwałych jest zmiana objętości gruntu lub przemieszczenie mas gruntowych.

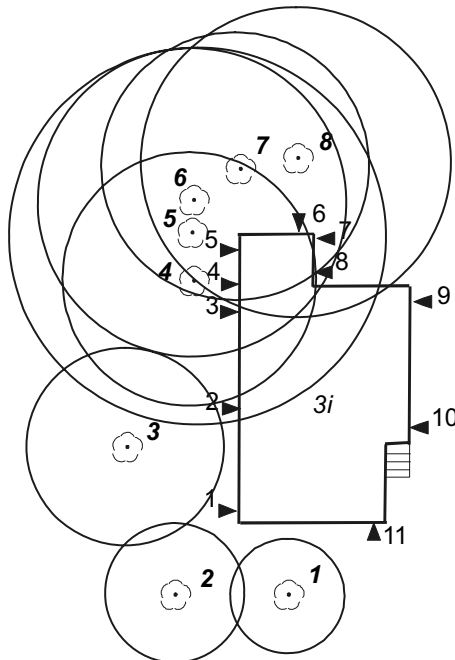
Monitoring geodezyjny wymaga zastosowania, oprócz odpowiedniego sprzętu pomiarowego, odpowiednich metod przetwarzania wyników danych eksperymentalnych w celu prawidłowego oszacowania przemieszczeń [Prószyński, Kwaśniak, 2006]. Oszacowanie wiarygodnych przemieszczeń polega na wyselekcjonowaniu punktów o istotnych przemieszczeniach oraz punktów zachowujących stabilność w okresie wykonywanych pomiarów. Tego rodzaju problem pojawia się w sytuacji braku możliwości nawią-

zania sieci do punktów wzajemnie stabilnych, położonych poza obszarem wpływów, jakie wywołują deformacje badanego obiektu [Wolski 2006].

W artykule zawarto propozycję wykorzystania sieci neuronowej Hopfielda do oceny stabilności punktów sieci geodezyjnej pomiarowo-kontrolnej, narażonej na działanie czynników uaktywniających ekspansywność gruntów.

PRZEBIEG BADAŃ

Dynamikę zjawiska nierównomiernych osiadań wywołanego zmianą reżimu hydrotechnicznego zaobserwowano na podstawie danych eksperymentalnych w postaci wartości przemieszczeń punktów pomiarowych. Zakresem badań został objęty budynek posadowiony na gruntach ekspansywnych, który był reprezentowany przez 11 punktów, zastabilizowanych w obrębie fundamentu budynku. Dokonano 13 pomiarów okresowych w równoodległych interwałach czasu jednego miesiąca. Dane doświadczalne uzupełnione zostały informacją na temat intensywności opadów atmosferycznych odpowiadających epokom pomiarowym oraz zasięgu strefy wpływu wysokich drzew (lipy, dęby), które w procesie transpiracji wywołują zmiany wilgotności podłoża gruntowego. Miesięczne zapotrzebowanie pojedynczego drzewa na wodę do transpiracji zależy od pory roku i wynosi maksymalnie: wiosną 15%, latem 25%, jesienią 5% rocznego zapotrzebowania na wodę [Praca zbiorowa pod redakcją Jerzego Przysiańskiego 1991].



Rys. 1. Szkic lokalizacji punktów pomiarowych na budynku w otoczeniu drzew (lipa, dąb)

Fig. 1. The outline of location of measuring points on a building surrounded by trees (lindens, oaks)

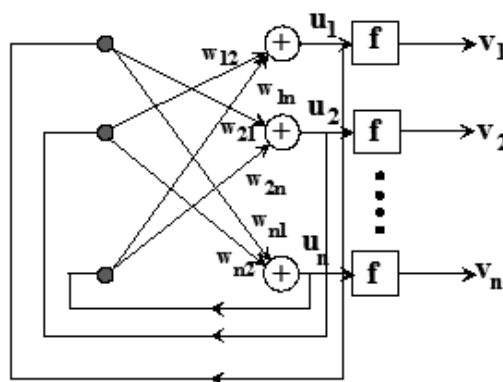
Do rozwiązywania problemów praktycznych można przyjąć, że strefa wpływu pojedynczego drzewa na zmiany wilgotności podłoża ma kształt odwróconego stożka o podstawie w przybliżeniu kołowej, przy czym promień koła wynosi około 1,5 wysokości drzewa.

Szkic lokalizacji punktów pomiarowych na budynku oraz lokalizacja drzew obok budynku w warunkach swobodnego wzrostu z zaznaczeniem strefy wpływów przedstawiono na rysunku 1. Zauważmy, że punkty 10 i 11 zostały zlokalizowane poza strefą wpływu zmian reżimu hydrotechnicznego (wpływ wysokich drzew).

MODEL CIĄGŁY SIECI NEURONOWEJ HOPFIELDA W ZASTOSOWANIU DO OCENY STABILNOŚCI PUNKTÓW SIECI GEODEZYJNEJ

Przemieszczenia punktów pomiarowych reprezentujących badany obiekt opisano dwoma modelami statycznymi sieci kontrolnej w zależności od sposobu definiowania własnego układu odniesienia dla badanego obiektu.

Według koncepcji autorów układ odniesienia może zostać zdefiniowany na podstawie identyfikacji takich zaobserwowanych zmian różnic wysokości, których wartości nie ulegają istotnej zmianie w interwale czasu prowadzonych badań. Do oceny intensywności zmian różnic wysokości wykorzystano sieć neuronową Hopfielda, której schemat realizujący model sieci ciągłej ilustruje rysunek 2.



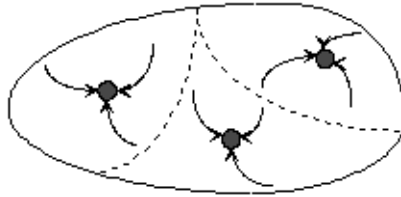
Rys. 2. Schemat sieci neuronowej typu Hopfielda

Fig. 2. The diagram of a neural network of Hopfield's type

W celu weryfikacji metody identyfikacji punktów odniesienia zaproponowanej przez autorów układ odniesienia definiowano metodą tradycyjną na podstawie wyrównań zmian różnic wysokości oraz minimalizacji sumy odchyleń bezwzględnych [Gil 1995], zaś ostateczne wartości przemieszczeń w obu przypadkach uzyskano na podstawie wyrównania zmian różnic wysokości z warunkiem na niewiadome (suma przemieszczeń punktów odniesienia równa zero).

Najogólniej można powiedzieć, że wykorzystanie sieci neuronowych typu Hopfielda do rozwiązania postawionego zadania wymaga realizacji procesu uczenia sieci, który polega na ukształtowaniu obszarów przyciągania (atrakcji) poszczególnych punktów

równowagi odpowiadających danym uczącym. Dla różnych inicjujących wektorów układ może ewaluować ku różnym stanom końcowym zwanym *atraktorami*. Podział przestrzeni na regiony atrakcji dla 3 atraktorów przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Ilustracja przestrzeni atraktorów
Fig. 3. The picture of attractors' space

W rozwiązaniu zagadnienia stabilności punktów sieci pomiarowo-kontrolnej przyjmujemy model ciągły sieci neuronowej (pracę sieci opisują równania różniczkowe), w której sygnały wyjściowe mogą przyjmować dowolne wartości z zakresu $(-1, 1)$ jako wartości bipolarnej funkcji aktywacji o postaci $f(x) = \tanh(\alpha x)$. Jeżeli sygnały analogowe oznaczymy przez v_i , wówczas [Osowski 1996]:

$$v_i = f(u_i) = f\left(\sum_{j=1}^n W_{ij} v_j\right), \quad (1)$$

gdzie W_{ij} ($i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n$) jest zdefiniowaną macierzą wag. Dla układu w stanie ustalonym zachodzi równość:

$$-v_i + f\left(\sum_{j=1}^n W_{ij} v_j\right) = 0. \quad (2)$$

Jeżeli w stanie ustalonym równanie sieci napiszemy w postaci:

$$-u_i + \sum_{j=1}^n W_{ij} v_j = 0 \quad (3)$$

wówczas stan dynamiczny sieci można opisać równaniem różniczkowym:

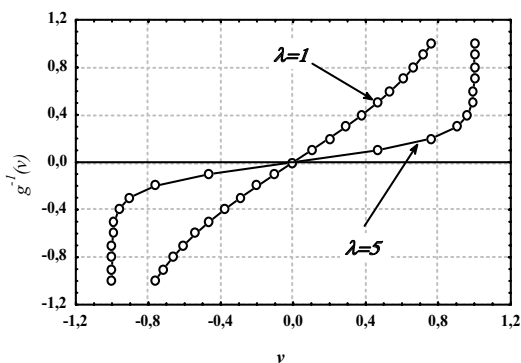
$$\tau_i \frac{du_i}{dt} = -u_i + \sum_{j=1}^n W_{ij} f(u_j) \quad (4)$$

gdzie τ_i oznacza stałą czasową procesu adaptacyjnego (krok czasowy metody). W stanie ustalonym zmiany u_i oraz v_i są zerowe i sieć znajduje się w stanie równowagi.

W procesie analizy sztucznych sieci neuronowych często stosowanym pojęciem jest pojęcie funkcji energetycznej. Funkcja energetyczna sieci neuronowej w procesie dopasowania do wzorca maleje lub pozostaje stała. Dla sieci analogowej Hopfield zdefiniował funkcję energetyczną w postaci:

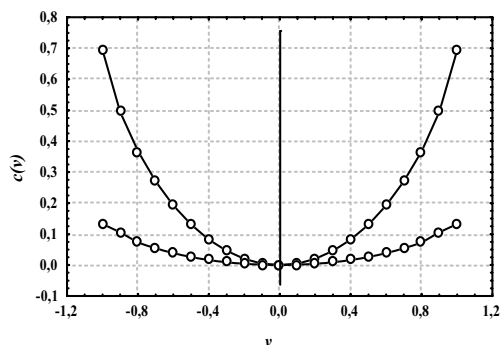
$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} v_i v_j + \sum_{i=1}^n \int_0^{v_i} g^{-1}(v) dv \tag{5}$$

w której $v_i = f(u_i)$. Funkcja energetyczna (5) jest funkcją nierosnącą w czasie (*funkcja Lapunowa*), zaś symbol g oznacza funkcję odwrotną $v = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+y}{1-y}\right) / \lambda$ funkcji aktywacji $y = \tanh(\lambda v)$ [Mańdziuk 2000].



Rys. 4. Wykres funkcji g^{-1} dla różnych wartości λ w funkcji g

Fig. 4. The graph of a function g^{-1} for different values λ in the function g



Rys. 5. Wykres całki $c(v)$ w granicach całkowania dla różnych wartości λ w funkcji g

Fig. 5. The graph of integral $c(v)$ in the integration limit for different values λ in the function g

W procesie dopasowania wektora wejściowego do jednego z zapamiętanych wzorców funkcja energetyczna osiąga minimum lokalne w jednym z atraktorów.

Przedstawiony na rysunku 2 schemat sieci neuronowej Hopfielda wskazuje, że sieć jest typu rekurencyjnego, której charakterystycznym przedstawicielem jest pamięć autoasocjacyjna. Zasadniczym zadaniem pamięci autoasocjacyjnej jest zapamiętanie określonego zbioru wzorców uczących w taki sposób, aby podczas prezentacji nieznanego wzorca układ mógł wygenerować jeden z zapamiętanych wzorców, który jest najbliższym położony w sensie odległości Hamminga względem wzorca testowanego.

Z tego względu istotnym parametrem pamięci autoasocjacyjnej jest jej pojemność, czyli zdolność do efektywnego zapamiętania określonej liczby wzorców. Pojęcie pojemności jest związane z parametrem:

$$c_i^{(l)} = -x_i^{(l)} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^p x_i^{(k)} x_j^{(k)} x_j^{(l)} \tag{6}$$

zwanym przesłuchem (składnik szumowy). Jeżeli dla l -tego wzorca uczącego parametr $c_i^{(l)} < 1$, wówczas pomimo pewnej niezgodności bitów składowa $x_i^{(l)}$ jest stabilna, ponieważ składnik przesłuchu $c_i^{(l)}$ ma ten sam znak co $x_i^{(l)}$. Niestabilność rozumiana jako zmiana stanu wyjściowego neuronu pojawia się wówczas, gdy nastąpi przekroczenie maksymalnej pojemności pamięci. Rozkład wartości parametru $c_i^{(l)}$ jest rozkładem dwumianowym, który dla dużych wartości np zbliża się do rozkładu normalnego. Wartość prawdopodobieństwa:

$$\omega = P(c_i^{(l)} > 1) \quad (7)$$

wzrasta równocześnie ze wzrostem zapamiętanych wzorców p oraz wymiarem n wektora x .

DYNAMIKA SIECI W POBLIŻU ATRAKTORA

Rozważymy rozwiązanie systemu w czasie t w pobliżu atraktora, przyjmując: u_i^* – atraktor, u_i – aktualny punkt działania systemu (punkt pracy). Zatem możemy napisać, że:

$$u_i = u_i^* + \delta_i \quad (8)$$

gdzie δ_i – niewielka pod względem wartości różnica między wartością punktu pracy systemu a wartością atraktora [Osowski 1996]. Wobec tego:

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{d\delta_i}{dt} \quad (9)$$

oraz:

$$f(u_i^* + \delta_i) = f(u_i^*) + f'(u_i^*)\delta_i. \quad (10)$$

Dalej, uwzględniając równanie (4) mamy:

$$\tau \frac{d\delta_i}{dt} = -\delta_i + \sum_{j=1}^n W_{ij} f'(u_j^*) \delta_j + \left[-u_i^* + \sum_{j=1}^n W_{ij} f(u_j^*) \right]. \quad (11)$$

Biorąc pod uwagę, że w stanie ustalonym równanie sieci przyjmuje postać:

$$-u_i + \sum_{j=1}^n W_{ij} v_j = 0, \quad (12)$$

równanie dynamiczne sieci zlinearyzowanej wyraża zależność:

$$\tau_i \frac{d\delta_i}{dt} = -\delta_i + \sum_{j=1}^n W_{ij} f'(u_j^*) \delta_j. \tag{13}$$

Układ równań (13) zapisany w postaci zwartej przedstawia się następująco:

$$\frac{d\delta}{dt} = -\mathbf{T}^{-1}[\mathbf{1} - \mathbf{GW}]\delta, \tag{14}$$

gdzie: $\mathbf{T} = \text{diag}[\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$, $\mathbf{G} = \text{diag}[f'(u_1), f'(u_2), \dots, f'(u_n)]$, $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$,
zaś:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{n1} & W_{n2} & \dots & W_{nn} \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Równanie systemu zlinearyzowanego jest równaniem liniowym, którego rozwiązanie przebiega według funkcji wykładniczej w czasie $t \rightarrow \infty$. Czas ten można skutecznie ograniczyć na podstawie arbitralnie zadeklarowanej wartości δ , zależnej od dokładności wyznaczanych współrzędnych wektora przemieszczeń.

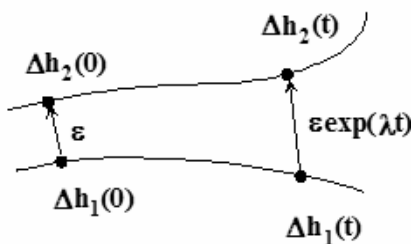
RODZAJE EWOLUCJI CZASOWYCH

Koncentrując się na układzie z czasem ciągłym, rozpatrzmy rodzinę krzywych zmian różnic wysokości. Biorąc pod uwagę dwie krzywe, czyli część opisującego ewolucję czasową układu dla warunków początkowych wyznaczających te dwie sąsiednie trajektorie, będziemy rozpatrywać kierunki ich stabilności. Zbieżność względnie rozbieżność trajektorii może zostać opisana za pomocą wykładników Lapunowa [Kosiński 2002, 2004].

Dwie sąsiednie trajektorie $\Delta h_1(0)$ i $\Delta h_2(0)$ początkowo odległe o $\varepsilon(0)$, po upływie czasu t będą odległe o:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon e^{\lambda t}, \tag{16}$$

gdzie λ jest wykładnikiem Lapunowa (rys. 6).



Rys. 6. Odległości trajektorii w czasie
Fig. 6. The distance of a trajectory in time

Wzór (16) przekształćmy do postaci:

$$f[\Delta h_2(t)] - f[\Delta h_1(t)] = \varepsilon e^{\lambda t} \quad (17)$$

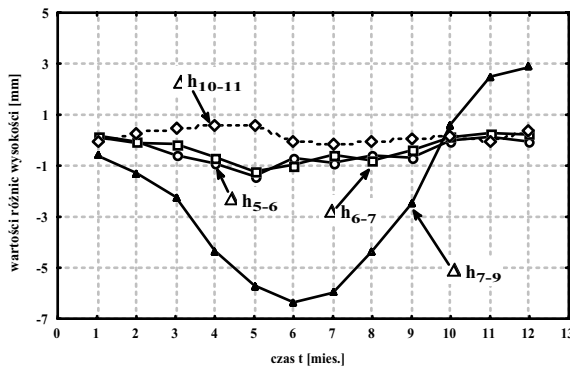
skąd:

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \{ f[\Delta h_2(t)] - f[\Delta h_1(t)] / \varepsilon \}. \quad (18)$$

Jeżeli $\lambda < 0$, trajektorie się zbiegają, natomiast w przeciwnym przypadku mamy do czynienia z ruchem chaotycznym.

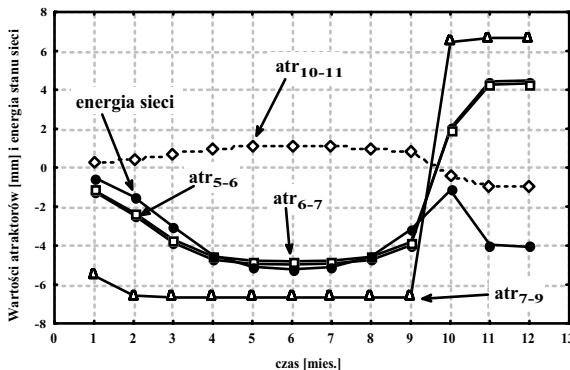
PRZYKŁAD LICZBOWY

Przykład liczbowy podamy na podstawie analizy czterech zmian różnic wysokości, których trajektorie ilustruje rysunek 7.



Rys. 7. Trajektorie zmian różnic wysokości na podstawie zrealizowanych pomiarów

Fig. 7. The trajectories of height difference changes on the basis of the measurements



Rys. 8. Minimalne wartości energii sieci oraz atraktory odpowiadające poszczególnym wzorcom

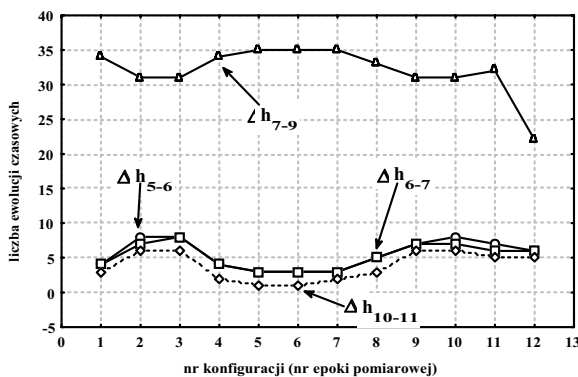
Fig. 8. The minimum values of net energy and attractors corresponding to the individual formula

Zauważmy, że zmiany różnic wysokości Δh_{5-6} i Δh_{6-7} są pod względem wartości sobie bliskie, zaś kierunki ich trajektorii zgodne. Z rysunku 7 można też odczytać, że zmiany różnicy wysokości Δh_{10-11} są niewielkie, natomiast zmiany różnicy wysokości Δh_{7-9} są znaczne.

Dla poszczególnych wektorów przemieszczeń, reprezentujących stany rozważanej sieci, minimalne wartości energii odpowiadają wzorcom zapamiętanym w sieci jako atraktorom, osiąganym w czasie ewolucji czasowej. Znajomość atraktorów umożliwia rozpoznanie ewolucji czasowej układu, która może mieć charakter regularny, quasi-okresowy bądź chaotyczny. Atraktory chaotyczne często występują w sieci z neuronami o wartościach ciągłych, omawianych w prezentowanej pracy.

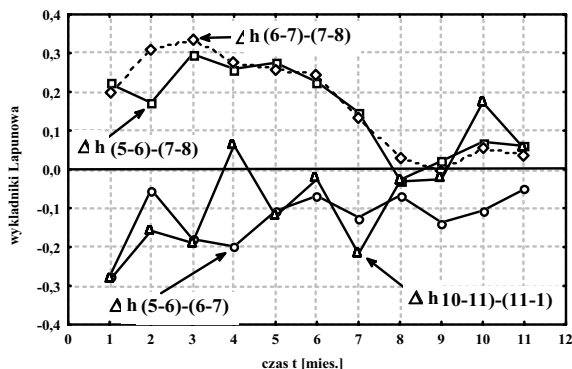
Wartości energii sieci odpowiadające atraktorom, które określają asymptotyczne zachowanie układu, zostały przedstawione na rysunku 8. Z porównania zamieszczonych wyżej rysunków można zaobserwować interesujące zjawisko. Atraktory odpowiadające relatywnie niewielkim zmianom różnic wysokości h_{5-6} i h_{6-7} osiągnęły duże wartości, natomiast z drugiej strony – dla małych zmian różnicy wysokości Δh_{10-11} zostały wygenerowane małe wartości atraktorów. Takie zjawisko sugeruje (ale nie przesądza) równoległe przemieszczenia punktów 5, 6 i 7 oraz stabilność punktów 10 i 11.

W procesie ewolucji czasowej sieć przechodzi od stanów z mniejszym prawdopodobieństwem wystąpienia do stanów bardziej prawdopodobnych, czyli przechodzi od stanów z energią wyższą do stanów z energią niższą, zgodnie z zasadą zachowania się energii układów dynamicznych. Liczbę ewolucji czasowych dochodzenia wyszczególnionych różnic wysokości do atraktorów (stanów prawdopodobnych) zilustrowano na rysunku 9.



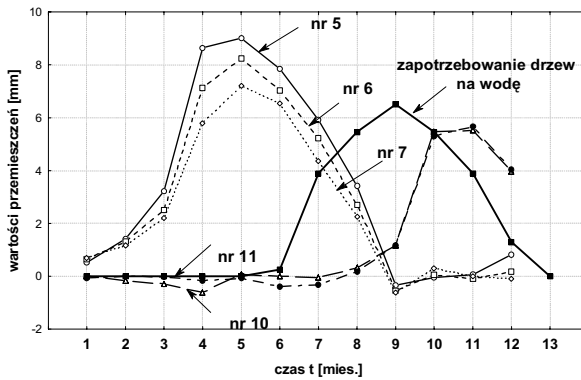
Rys. 9. Liczba ewolucji czasowych dochodzenia różnic wysokości do atraktorów

Fig. 9. The number of time evolution of differences approaching the attractors



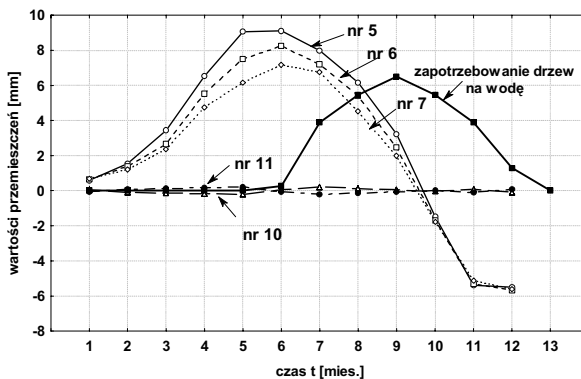
Rys. 10. Wartości wykładników Lapunowa

Fig. 10. The value of attractors' exponents



Rys. 11. Przemieszczenia punktów wyznaczone metodą tradycyjną

Fig. 11. Points displacements determined by a traditional method



Rys. 12. Przemieszczenia punktów wyznaczone według koncepcji autorów

Fig. 12. Points displacements determined by a method suggested by this article's authors

Wykładniki Lapunowa są miarą wrażliwości na warunki początkowe, które informują o kierunkach stabilności trajektorii zmian różnic wysokości zostały przedstawione na rysunku 10. Biorąc pod uwagę wszystkie 17 zmian różnic wysokości i odległości między nimi we wszystkich kombinacjach, warunek początkowy osiągnął wartość $\varepsilon = 0,51$ mm, który został powiększony o bezwzględną wartość błędu średniego zmiany różnicy wysokości $|m| = 0,2$ mm. Wynika stąd, że jedynie dwie trajektorie zmian różnic wysokości Δh_{5-6} i Δh_{6-7} charakteryzują się brakiem rozbieżności, ponieważ w okresie prowadzonych badań wykładniki Lapunowa przyjmują wartości ujemne, natomiast wszystkim pozostałym zmianom różnic wysokości można przypisać ruch chaotyczny. Na tej podstawie oraz na podstawie liczby ewolucji czasowych dochodzenia zmian różnic wysokości Δh_{5-6} i Δh_{5-7} do atraktorów można sądzić, że punkty 5, 6 i 7 doznały równoległego przemieszczenia, natomiast punkty 10 i 11 zlokalizowane poza zasięgiem strefy wpływu oddziaływania drzew na budynek zachowały wzajemną stałość, ponieważ zmiany różnicy wysokości Δh_{10-11} o wartości średniej na poziomie dokładności wykonywanych pomiarów mają charakter stochastyczny.

7. WNIOSKI

Realizacja pamięci asocjacyjnych dynamicznych za pomocą sieci rekurencyjnych umożliwiła w efekcie podjęcie decyzji dotyczącej ustalenia zbioru punktów o stwierdzonej wzajemnej stabilności zwłaszcza wtedy, gdy występują obiektywne trudności w nawiązaniu sieci pomiarowo-kontrolnej do punktów zlokalizowanych poza zasięgiem wpływów otoczenia na deformacje badanego obiektu.

Do oszacowania punktów stabilnych wykorzystano pamięć dynamiczną o strukturze sieci Hopfielda, która odtwarza zapamiętane asocjacje zbliżone do wzorców. Stan pamięci asocjacyjnej Hopfielda charakteryzuje jej funkcja energii, która osiąga minimum lokalne w procesie aktualizacji sieci w pobliżu rzeczywistego atraktora. Liczba ewolucji czasowych w dochodzeniu do atraktora zmian różnic wysokości, wyznaczona zgodnie ze wzorem (17), informuje o liczbie stałych czasowych niezbędnych do uzyskania stanu równowagi, w którym zmiany różnic wysokości pozostają w granicach dokładności pomiaru. Niewielkie pod względem wartości liczby ewolucji czasowych w dochodzeniu do atraktorów dotyczą zmian różnic wysokości (5-6), (6-7) oraz (10-11), natomiast dojścia do atraktorów pozostałych różnic wysokości w liczbie 14 np. (7-9) są odległe w czasie (rys. 9). Atraktory umożliwiają dokonanie analizy ruchu układu, który może być regularny bądź chaotyczny.

Minimalna liczba ewolucji czasowych w dochodzeniu do atraktora zmiany różnicy wysokości nie wystarcza jednak do stwierdzenia, czy dwa punkty zachowują stabilność, ponieważ mogą ulegać równoległemu przemieszczeniu. Do stwierdzenia stabilności punktów konieczne staje się określenie wykładników Lapunowa dwóch sąsiednich trajektorii zmian różnic wysokości. Ujemne wykładniki Lapunowa świadczą o zbieżności trajektorii, ale wystarcza jeden wskaźnik dodatni, ażeby zmianom różnic wysokości przyporządkować ruch chaotyczny.

Na podstawie rysunku 10 można stwierdzić, że wszystkie wykładniki Lapunowa trajektorii zmian różnic wysokości (5-6) i (6-7) są ujemne, co uzasadnia zbieżność trajektorii. Ta asymptotyczna zbieżność wymienionych trajektorii oraz niewielka liczba ewolucji czasowych w dochodzeniu do atraktora stanowią dowód, że punkty 5, 6 i 7 uległy równoległemu przemieszczeniu.

Nieco inną sytuację można zaobserwować w przypadku sąsiednich trajektorii zmian różnic wysokości (10-11) i (11-1). Trzy dodatnie wykładniki Lapunowa wskazują, że trajektorie zmian różnic wysokości mogą rozbiegać się wykładniczo, co wyklucza zbieżność trajektorii. Mając dalej na uwadze, że liczba ewolucji czasowych dojścia do atraktorów zmian różnicy wysokości (10-11) jest najmniejsza ze wszystkich możliwych oraz stochastyczny charakter zmian tej różnicy ze średnią równą 0,25, można zaryzykować stwierdzenie, że tylko punkty 10 i 11 zachowują stabilność w granicach dokładności pomiaru. Według koncepcji autorów stabilność punktów sieci geodezyjnej pomiarowo-kontrolnej względnie przemieszczenia równoległe punktów można oszacować na podstawie:

- liczby ewolucji czasowych dojścia zmian różnic wysokości do atraktorów z ustaloną z góry dokładnością,
- wykładników Lapunowa,
- analizy wartości zmian różnic wysokości.

PIŚMIENNICTWO

- Gil J., 1995. Badanie nieliniowego geodezyjnego modelu kinematycznego przemieszczeń, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze, Zielona Góra.
- Kosiński R.A., 2002. 2004. Sztuczne sieci neuronowe; dynamika nieliniowa i chaos, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Mańdziuk J., 2000. Sieci neuronowe typu Hopfielda; teoria i przykłady zastosowań, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Oowski S., 1996. Sieci neuronowe, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa.
- Prószyński W., Kwaśniak B., 2006. Podstawy geodezyjnego wyznaczania przemieszczeń. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Praca zbiorowa pod redakcją Jerzego Przysańskiego, 1991. Posadowienie budowli na gruntach ekspansywnych, Rozprawy nr 244, Poznań.
- Wolski B., 2006. Monitoring metrologiczny obiektów geotechnicznych. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej.

CONTINUOUS MODEL OF THE NEURAL NET OF THE HOPFIELD TYPE APPLIED TO ESTIMATION THE STABILITY OF POINTS OF VERTICAL GEODETIC CONTROL NETWORK

Summary. The idea of selection of points of a geodetic vertical measuring- controlling net was presented in the paper. These points remained stable in the course of the measurements. The procedure of points identification within their mutual stability consists in defining the energizing levels of Hopfield's neural network having a minimum value. The network reaches an attractor as a final state of a dynamical system at the energizing minimum. Defining of time courses of approaching the individual height difference changes to an appropriate attractor and the research on behaviour of neighbouring trajectories of height difference changes on the basis of Lapunow's determined exponents enables the points identification within their identified stability.

Key words: a system dynamics, attractors, Lapunow's exponents

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 18.12.2007