www.biswbis.pb.edu.pl
CIVIL AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING 2 (2011) ISSN: 2081-3279 BUDOWNICTWO I INŻYNIERIA ŚRODOWISKA

MODYFIKACJA KOSZTOWA ALGORYTMU JOHNSONA DO SZEREGOWANIA ZADAŃ BUDOWLANYCH

Michał KRZEMIŃSKI, Paweł NOWAK*

Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska, ul. Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa

Streszczenie: W artykule zaprezentowano modyfikację algorytmu Johnsona, polegającą na dodaniu elementu badania kosztów realizacji zadań wybranych maszyn budowlanych. Jednym z elementów optymalizacji harmonogramów budowlanych jest szeregowanie zadań. Zdarza się, że wynikiem pracy algorytmów jest kilka różnych szeregów, których łączny czas jest sobie równy, natomiast różne jest ustawienie czynności wewnątrz nich. Bardzo rzadko zdarza się, aby różne ustawienia czynności generowały takie same koszty. Algorytm Johnsona szereguje w sposób optymalny pracę dwóch jednostek produkcyjnych na „n" działkach roboczych. Do algorytmu został dodany element funkcji kosztów przejścia poszczególnych jednostek produkcyjnych pomiędzy działkami roboczymi. Zaprezentowana modyfikacja algorytmu Johnsona nie wpłynęła na zwiększenie jego komplikacji obliczeń.

Słowa kluczowe: Algorytm Johnsona, szeregowanie zadań, koszty.

1. Wprowadzenie

Jednym z elementów optymalizacji harmonogramów budowlanych jest szeregowanie zadań. Istnieje kilka metod szeregowania zadań. Nie zawsze jednak dają one jedno rozwiązanie optymalne. Zdarza się, że wynikiem pracy algorytmów jest kilka różnych szeregów, których łączny czas jest sobie równy, natomiast różne jest ustawienie czynności wewnątrz nich (Marcinkowski, 2009). Bardzo rzadko zdarza się, aby różne ustawienia czynności generowały takie same koszty robót. W referacie przedstawiono propozycję Algorytm Johnsona szereguje w sposób optymalny pracę dwóch jednostek produkcyjnych na „n" działkach roboczych. Został dodany element funkcji kosztów przejścia poszczególnych jednostek produkcyjnych pomiędzy działkami roboczymi. Zaprezentowana modyfikacja algorytmu Johnsona nie wpłynęła na zwiększenie jego komplikacji obliczeń.

2. Modyfikacja kosztowa algorytmu Johnsona

Jednym z ważnych elementów optymalizacji harmonogramów budowlanych jest poprawne szeregowanie zadań. Istnieje kilka metod szeregowania zadań, należą do nich: algorytm symulacyjny, algorytm Johnsona, algorytm Łomnickiego i algorytm Browna – Łomnickiego. Wszystkie te metody podejmują temat z uwzględnieniem kryterium minimum czasu realizacji przedsięwzięcia. Nie zawsze jednak dają one jedno rozwiązanie optymalne. Zdarza się, że wynikiem pracy algorytmów jest kilka różnych szeregów, których łączny czas jest sobie równy, natomiast różne jest ustawienie czynności wewnątrz nich. Bardzo rzadko zdarza się, aby różne ustawienia czynności generowały takie same koszty.

W tym referacie została zaprezentowana modyfikacja algorytmu Johnsona, polegająca na dodaniu elementu kosztowego. Algorytm Johnsona szereguje w sposób optymalny pracę dwóch jednostek produkcyjnych na „n" działkach roboczych. Został dodany element rozpatrujący koszty przejścia poszczególnych maszyn pomiędzy działkami roboczymi.

2.1. Algorytm Johnsona

Algorytm Johnsona został opisany na podstawie Jaworskiego (2009). Algorytm został sformułowany przy założeniu, że harmonogramowanie jest wieloetapowym procesem planowania. Algorytm wykonuje optymalizację dla pracy dwóch jednostek produkcyjnych na „n" działkach roboczych. Poniżej znajduje się opis poszczególnych kroków algorytmu:

1. Przyjąć $r = 1$, $s = 1$;
2. Znaleźć najmniejszą liczbę spośród czasów a_j, b_j, ($j = 1, 2, ..., n$), gdzie a_j, b_j są zbiorami czasów pracy

* Autor odpowiedzialny za korespondencję. E-mail: p.nowak@il.pw.edu.pl

jednostek produkcyjnych na poszczególnych działkach roboczych;
3. Jeżeli liczbą tą jest a_k, to $p_r = k$ oraz $r := r + 1$, jeżeli zaś liczbą tą jest b_l, to $p_s = l$ oraz $s := s - 1$;
4. Usunąć ze zbioru czasów trwania parę (a_k, b_k) lub (a_l, b_l);
5. Powtórzyć postępowanie od punktu 2.

2.2. Ustalenie kosztów przejścia jednostek produkcji pomiędzy poszczególnymi działkami roboczymi

Algorytm Johnsona został opracowany na potrzeby szeregowania zadań dla „n” działek roboczych. W opracowanej modyfikacji modelu, należy ustalić koszty przejść jednostek produkcyjnych pomiędzy działkami roboczymi. Algorytm podstawowy ustala optymalną kolejność dla „n” działek roboczych i dwóch rodzajów jednostek produkcyjnych, kryterium jest czas minimalny. Koszty przejścia powinny być zdefiniowane dla dwóch jednostek produkcyjnych osobno. Jest to powodowane tym, że koszt przeprowadzenia maszyny A z działki i na działkę j może być różny od kosztu przeprowadzenia maszyny B z działki i na działkę j. Koszty przejść pomiędzy działkami dla obu maszyn zostały zdefiniowane w postaci macierzowej. Macierze nie muszą być symetryczne (Paszula, 2007), koszt przejścia z działki i na działkę j nie musi być równy kosztowi przejścia z działki j na działkę i. Poniżej znajdują się definicje macierzy kosztów (1):

$$K_{ij}^A = \begin{bmatrix} k_{11}^A & k_{12}^A & \dots & k_{1j}^A \\ k_{21}^A & k_{22}^A & \dots & k_{2j}^A \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{i1}^A & k_{i2}^A & \dots & k_{ij}^A \end{bmatrix}$$
$$K_{ij}^B = \begin{bmatrix} k_{11}^B & k_{12}^B & \dots & k_{1j}^B \\ k_{21}^B & k_{22}^B & \dots & k_{2j}^B \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{i1}^B & k_{i2}^B & \dots & k_{ij}^B \end{bmatrix} \tag{1}$$

gdzie: $i, j \in N$; $i = 1, 2, ..., n$; $j = 1, 2, ..., n$.
K_{ij}^A jest macierzą kosztów przejścia dla jednostki produkcyjnej typu A, K_{ij}^B jest macierzą kosztów przejścia dla jednostki produkcyjnej typu B, k_{ij}^A jest kosztem przejścia jednostki produkcyjnej typu A z działki i na działkę j, k_{ij}^B jest kosztem przejścia jednostki produkcyjnej typu B z działki i na działkę j.

2.3. Określenie rozwiązania optymalnego za pomocą zmodyfikowanego Algorytmu Johnsona

W zmodyfikowanym Algorytmie Johnsona optymalizacja prowadzona będzie na podstawie dwóch kryteriów. Pierwszym kryterium będzie minimalizacja czasu produkcji (Jaworski, 2004). Drugim będzie minimalizacja kosztów towarzyszących danej produkcji budowlanej. W zmodyfikowanym modelu ustalono, że kryterium nadrzędnym jest kryterium czasowe. Tak więc, pierwszym krokiem będzie ustalenie kolejności odpowiadającej minimalnemu czasowi realizacji prac na obu działkach roboczych. Tak jak napisano we wstępie istnieje jednak możliwość otrzymania kilku ciągów, których czas realizacji będzie najmniejszy i taki sam. Klasyczny algorytm Johnsona nie odpowiada na pytanie, który wybrać. Jeżeli jednak nastąpi taka sytuacja, należy zastosować kryterium kosztowe. Mając dane macierze kosztów, określające koszty przejść poszczególnych środków produkcji pomiędzy poszczególnymi działkami, istnieje możliwość określenia kosztu dla każdego z możliwych wariantów uzyskanych z kryterium czasowego. Wariant posiadający minimalny czas i koszt uznaje się za optymalny.

2.4. Przykład zastosowania zmodyfikowanego Algorytmu Johnsona

Dwie maszyny mają wykonać pracę na 6 działkach roboczych. Zbiór A (2) określa czasy pracy maszyny A na działkach roboczych, zbiór B (2) natomiast określa czasy pracy maszyny B na działkach roboczych. Na każdej działce praca musi być wykonana najpierw przez maszynę A, a dopiero potem przez maszynę B. Podane zostały również w postaci macierzowej koszty przejścia maszyn pomiędzy poszczególnymi działkami. Koszty podane zostały w macierzach K_{ij}^A i K_{ij}^B (3). Należy uszeregować zadania tak, aby czas realizacji i koszt były jak najmniejsze.

$$A = \{2,3,1,4,2,3\}$$
$$B = \{1,4,2,2,2,1\} \tag{2}$$

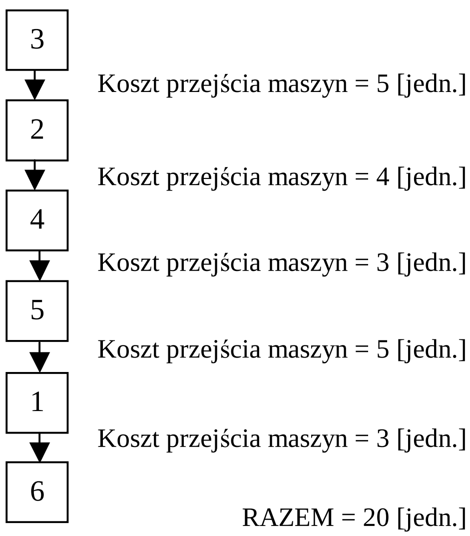
$$K_{ij}^A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$
$$K_{ij}^B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 4 & 4 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

W celu rozwiązania zadania należy najpierw wykonać optymalizację z uwzględnieniem kryterium czasowego. Po wykonaniu tej optymalizacji otrzymane zostaną szeregi preferencyjne. Wszystkim wyznaczonym szeregom odpowiada najkrótszy cykl realizacji. Nie jest jednak wiadomo, który z szeregów będzie generował najmniejsze koszty. W tabeli 1 przedstawiono szeregi preferencyjne wraz z odpowiadającymi im kosztami. Kolumna pierwsza prezentuje szeregi preferencyjne, w kolumnie drugiej znajdują się koszty jakie odpowiadają każdemu z szeregów.

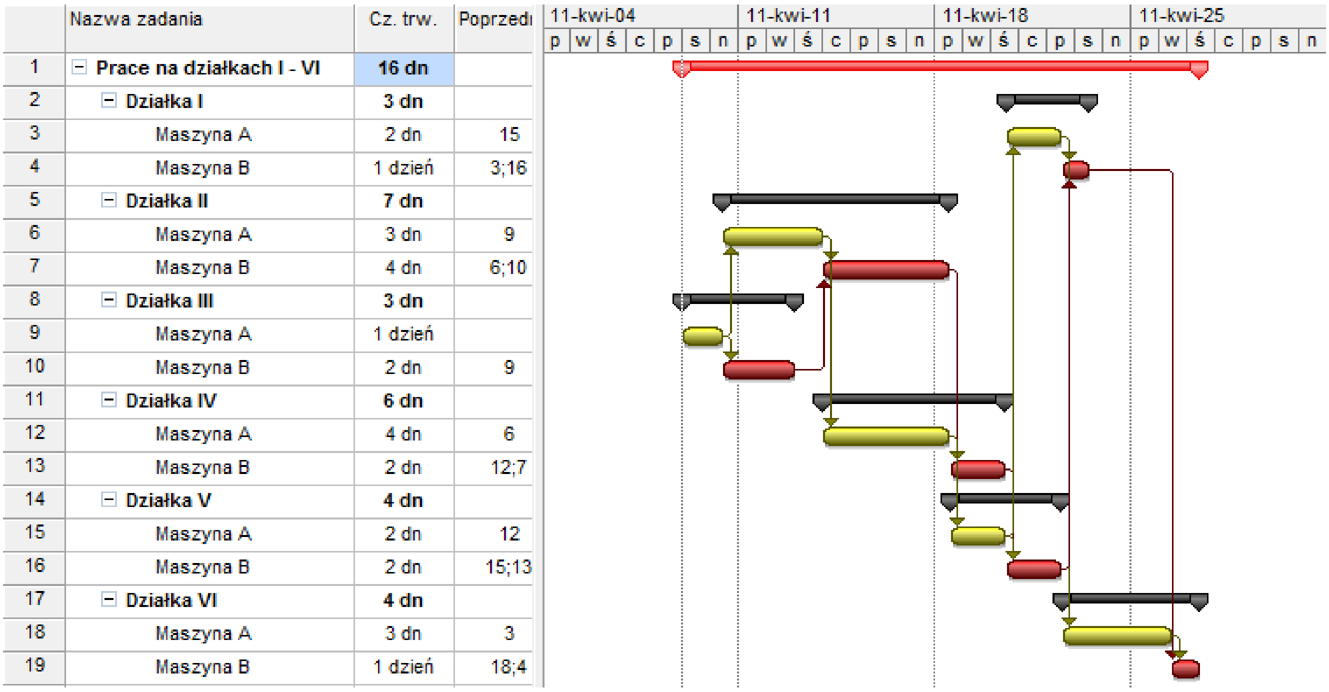
W tabeli 1 znajdującej się powyżej przedstawiono sześć możliwości rozwiązań danego zadania. W każdym z przypadków czas był minimalny i wynosił 16 jednostek. Czas we wszystkich przypadkach jest taki sam. Jeżeli jednak przeprowadzimy dodatkową analizę kosztową okazuje się, że koszty ponoszone w zależności od wybranego wariantu mogą się różnić między sobą nawet o kilkadziesiąt procent. Jako rozwiązanie optymalne został wybrany przypadek numer 5 o czasie trwania 16 jednostek i łącznym koszcie wynikającym z przenoszenia stanowisk roboczych maszyny A i B wynoszącym 20 jednostek. Preferencyjny szereg rozwiązań został zestawiony na rysunku 1 pod postacią diagramu Hassego. Harmonogram optymalnego wykonania prac z uwzględnieniem kosztów przejść maszyn pomiędzy działkami roboczymi został pokazany na rysunku 2.

Tab. 1. Szeregi preferencyjne uzyskane po optymalizacji z zastosowaniem kryterium czasowego wraz z odpowiadającymi im kosztami

L.p.	Szeregi preferencyjne – kryterium czasowe	Koszty wybranych szeregów preferencyjnych
1	3 → 5 → 2 → 4 → 6 → 1	Maszyna A → 3 + 4 + 1 + 4 + 1 = 13 Maszyna B → 3 + 2 + 3 + 3 + 3 = 14 RAZEM 27
2	3 → 2 → 4 → 5 → 6 → 1	Maszyna A → 2 + 1 + 1 + 3 + 1 = 8 Maszyna B → 3 + 3 + 2 + 4 + 3 = 15 RAZEM 23
3	3 → 2 → 5 → 4 → 6 → 1	Maszyna A → 2 + 4 + 1 + 4 + 1 = 12 Maszyna B → 3 + 1 + 2 + 3 + 3 = 12 RAZEM 24
4	3 → 5 → 2 → 4 → 1 → 6	Maszyna A → 3 + 4 + 1 + 5 + 1 = 14 Maszyna B → 3 + 2 + 3 + 5 + 2 = 15 RAZEM 29
5	3 → 2 → 4 → 5 → 1 → 6	Maszyna A → 2 + 1 + 1 + 2 + 1 = 7 Maszyna B → 3 + 3 + 2 + 3 + 2 = 13 RAZEM 20
6	3 → 2 → 5 → 4 → 1 → 6	Maszyna A → 2 + 4 + 1 + 5 + 1 = 13 Maszyna B → 3 + 1 + 2 + 5 + 2 = 13 RAZEM 26



Rys. 1. Diagram Hassego dla optymalnego uszeregowania działek roboczych



	Nazwa zadania	Cz. trw.	Poprzedn
1	**Prace na działkach I - VI**	**16 dn**	
2	**Działka I**	**3 dn**	
3	Maszyna A	2 dn	15
4	Maszyna B	1 dzień	3;16
5	**Działka II**	**7 dn**	
6	Maszyna A	3 dn	9
7	Maszyna B	4 dn	6;10
8	**Działka III**	**3 dn**	
9	Maszyna A	1 dzień	
10	Maszyna B	2 dn	9
11	**Działka IV**	**6 dn**	
12	Maszyna A	4 dn	6
13	Maszyna B	2 dn	12;7
14	**Działka V**	**4 dn**	
15	Maszyna A	2 dn	12
16	Maszyna B	2 dn	15;13
17	**Działka VI**	**4 dn**	
18	Maszyna A	3 dn	3
19	Maszyna B	1 dzień	18;4

Rys. 2. Harmonogram optymalnego uszeregowania działek roboczych

3. Wnioski

Z rozważań wynikają wnioski o charakterze praktycznym. Zaprezentowana modyfikacja algorytmu Johnsona nie wpłynęła na zwiększenie jego komplikacji obliczeń. Zastosowanie kryterium kosztowego pozwala natomiast jeszcze dokładniej dobrać szereg rozwiązań preferencyjnych. Wybrany na podstawie algorytmu szereg charakteryzuje się nie tylko minimalnym czasem realizacji, ale również minimalnym kosztem, jaki będzie towarzyszył przenoszeniu brygad roboczych pomiędzy działkami.

Literatura

Jaworski K. M (2004). Podstawy organizacji budowy. *Wydawnictwo Naukowe PWN*, Warszawa

Jaworski K. M. (2009). Metodologia projektowania realizacji budowy. *Wydawnictwo Naukowe PWN*, Warszawa.

Marcinkowski R. (2009). Jakość harmonogramów produkcji budowlanej. *Warsztaty Inżynierów Budownictwa*, Puławy.

Paszula M. (2007). Koszty w układzie rodzajowym – zużycie materiałów i energii. *Delfin*, Warszawa.

JOHNSON ALGORITHM COST MODYFICATION FOR SCHEDULLING OF CONSTRUCTION PROJECTS

Abstract: The paper presents cost modification of the Johnson Algorithm (JA). JA optimizes scheduling of construction projects by checking the shortest possible time of operations of two machines on unrestricted number of section of the building / construction object. Algorithm could give many "optimal answers" for different time of the machine work. Suggested modification helps to choose the optimal solution with taking cost of works under consideration, without mathematical complication of the algorithm