

WYZNACZANIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ STOPU ALUMINIUM W ZŁOŻONYCH STANACH OBCIĄŻENIA W ZAKRESIE MAŁEJ LICZBY CYKLI

Karolina WALAT*, Tadeusz ŁAGODA*

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska,
ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

k.walat@po.opole.pl, t.lagoda@po.opole.pl

Streszczenie: W oparciu o badania zmęczeniowe w złożonym stanie odkształcenia stopu aluminium, w zakresie bardzo małej liczby cykli, w pracy zaproponowano wyrażenie na odkształcenie ekwiwalentne. Kryterium to bazuje na płaszczyźnie krytycznej wyznaczonej w oparciu o funkcję rodzaju materiału. Dzięki temu zaproponowany model jest słuszny zarówno dla materiałów sprężysto-kruchych, jak i sprężysto-plastycznych. Wyznaczona w ten sposób amplituda ekwiwalentna dla złożonych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych stanów obciążenia mieści się w paśmie rozrzutu o takim samym współczynniku jak dla prostych stanów obciążenia.

1. WPROWADZENIE

Większość współczesnych naprężeniowych, odkształceniowych czy też tak zwanych energetycznych kryteriów wieloosiowego zmęczenia bazuje na wyznaczaniu naprężenia ekwiwalentnego na płaszczyźnie krytycznej. Orientację płaszczyzny krytycznej należy rozumieć jako orientację otoczenia punktu materialnego w przestrzeni, a nie płaszczyznę złomu zmęczeniowego. Zależą one od rodzaju materiału. Materiały mogą być w stanach granicznych w stanie sprężysto-kruchym i sprężysto-plastycznym oraz wykazywać własności pośrednie, tak jak to jest w przypadku stopów aluminium (Walat i Łagoda, 2010). W pracy przedstawiono zależności zmian orientacji płaszczyzny krytycznej od stosunku granic zmęczenia dla rozciągania-ściskania i skręcania obustronnego według różnych modeli na podstawie propozycji Carpinteri i Spagnoli (1999). Celem niniejszej pracy jest zaproponowanie modelu oceny trwałości zmęczeniowej w złożonym stanie odkształcenia bazującego na płaszczyźnie krytycznej wyznaczonej w zależności od rodzaju materiału. Powyższa propozycja zostanie zweryfikowana na podstawie badań zmęczeniowych Zamrika (1972, 1973) wykonanych na próbkach ze stopów aluminium w zakresie bardzo małej liczby cykli.

2. ORIENTACJA PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ

Wyznaczeniu orientacji płaszczyzny krytycznej dokonano w oparciu o propozycję Carpinteri i Spagnoli

$$\alpha' = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right)^2 \right] 45^\circ, \quad (1)$$

gdzie kąt α' jest określony w stosunku do kierunku wyznaczonego przez maksimum w kierunku normalnym.

Ostatecznie kąt określający orientację płaszczyzny krytycznej (kierunek normalny) jest pod kątem α' w stosunku do płaszczyzny określonej przez maksimum naprężeń normalnych w przestrzeni.

W pracy Carpinteri i Spagnoli (2001) nie podano wyrowadzenia zależności (1). Jest ona przyjęta arbitralnie. W związku z tym w pracy Walat i Łagody (2011), zaproponowano też własne propozycje, które w sytuacjach skrajnych są słuszne dla materiałów zarówno w stanie sprężysto-plastycznym jak i sprężysto-kruchym. Daje to w efekcie kąt 0° dla stosunku granic zmęczenia na zginanie i skręcanie σ_{af}/τ_{af} równego 1, jak ma to miejsce w przypadku materiałów wykazujących cechy materiałów sprężysto-kruchych oraz 45° dla stosunku równego $\sqrt{3}$, co ma miejsce w przypadku materiałów sprężysto-plastycznych. Spełniające warunki graniczne są też na przykład następujące zależności:

$$\alpha' = \frac{9}{8} \left[1 - \left(\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right)^4 \right] 45^\circ, \quad (2)$$

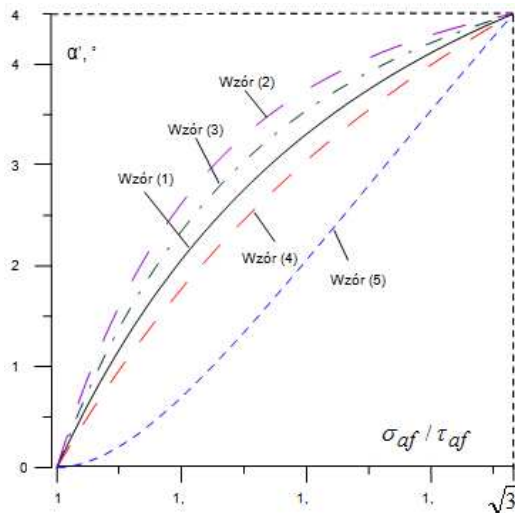
$$\alpha' = \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-1} \left[1 - \left(\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right)^3 \right] 45^\circ, \quad (3)$$

$$\alpha' = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \left[1 - \left(\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right) \right] 45^\circ, \quad (4)$$

$$\alpha' = \frac{3}{(\sqrt{3}-1)^2} \left[1 - \left(\frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right) \right]^2 45^\circ. \quad (5)$$

Na Rys. 1 przedstawiono graficzne interpretacje wzorów (1) – (5). Można zauważyć, że w zależności od przyjętego modelu wyznaczony kąt może znacząco się zmieniać.

Na przykład dla stosunku granic zmęczenia $\sigma_{af}/\tau_{af} = 1,4$, różnica może stanowić aż 16° , co w znaczący sposób może wpłynąć na obliczeniową trwałość zmęczeniową przy zastosowaniu wybranych kryteriów wieloosiowego zmęczenia (Łagoda i Ogonowski, 2005). W związku z tym należy na podstawie dostępnych badań eksperymentalnych wyznaczyć właściwy model uzależniający wyznaczony kąt od stosunku granic zmęczenia zarówno dla modeli naprężeniowych jak i odkształceniowych.



Rys. 1. Kąt względem maksymalnego naprężenia normalnego w zależności od stosunku granic zmęczenia na zginanie i skręcanie

3. BADANIA ZMĘCZENIOWE ZAMRIKA

Analizowane w niniejszej pracy badania zmęczeniowe zostały wykonane przez Zamrika i Frishmutha (1972, 1973) na cienkościennych próbkach wykonanych ze stopu aluminium T7075-T6 w warunkach czystego rozciągania - ściskania, skręcania obustronnego oraz kombinacji proporcjonalnego i nieproporcjonalnego rozciągania - ściskania ze skręcaniem o przesunięciach fazy 0° , 30° , 45° , 60° i 90° . Badanie te były zrealizowane przy różnym stosunku amplitud odkształceń pochodzących od rozciągania-ściskania oraz skręcania obustronnego. Własności statyczne badanego materiału to granica wytrzymałości $Re = 544$ MPa, granica plastyczności $Re = 476$ MPa, moduł wytrzymałości podłużnej $E = 71$ GPa, współczynnik Poissona $\nu = 0,321$.

Na podstawie normy ASTM (1998) wyznaczono charakterystyki zmęczeniowe odpowiednio na rozciąganie-ściskanie

$$\epsilon_a = \epsilon'_f (2N_f)^c = 0,078(2N_f)^{-0,256} \quad (6)$$

oraz skręcanie obustronne

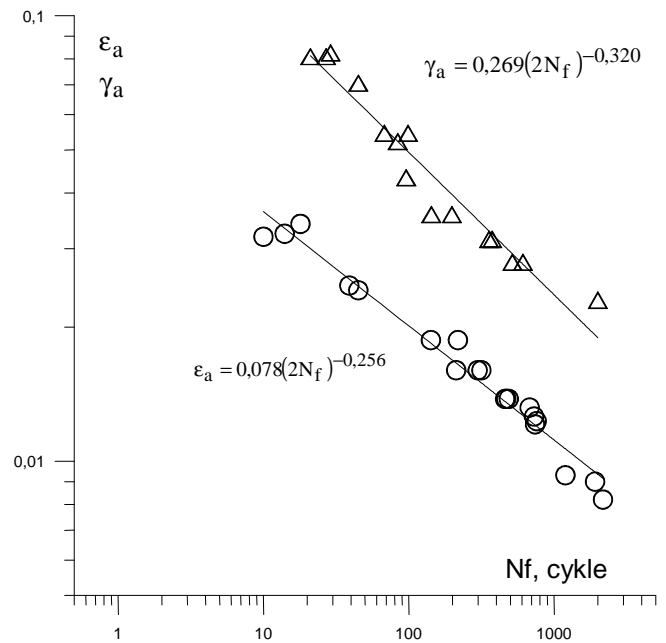
$$\gamma_a = \gamma'_f (2N_f)^{c_0} = 0,269(2N_f)^{-0,320} \quad (7)$$

Charakterystyki te zestawiono na rys. 2 wraz z punktami eksperymentalnymi.

Na podstawie wzorów (6) i (7) można wyznaczyć stosunek odkształceń. Ponieważ charakterystyki zmęczeniowe nie są równoległe $c \neq c_0$ wybrano liczbę z wartości po-

średniej dla jakiego wyznaczono charakterystyki zmęczeniowe czyli dla liczby cykli $N_f = 100$ wartość ta wynosi

$$k' = \frac{\gamma_a(N_f = 100)}{\epsilon_a(N_f = 100)} = 2,4577 \quad (8)$$



Rys. 2. Odkształceniowe charakterystyki zmęczeniowe w prostych stanach obciążenia

4. MODEL ODKSZTAŁCENIOWY

Wiedząc, że zależności pomiędzy amplitudą odkształcenia i amplitudą naprężenia odpowiednio dla rozciągania-ściskania oraz skręcania obustronnego dane są wzorami:

$$\epsilon_a = \epsilon_{ae} + \epsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{1/n'} \quad (9)$$

i

$$\gamma_a = \gamma_{ae} + \gamma_{ap} = \frac{\tau_a}{G} + \left(\frac{\tau_a}{K'_0} \right)^{1/n'_0} \quad (10)$$

można wyznaczyć stosunek amplitud odkształceń na skręcanie obustronne i rozciąganie-ściskanie. Stosunek ten zależy od rodzaju materiału. Przez wielu autorów stosunek ten przedstawiany jest różnorodnie. Nie ma jednego przyjętego uniwersalnego modelu. Najczęściej stosunek ten podawany jest dla odkształceniowych współczynników zmęczeniowych ϵ'_f i γ'_f . Są to propozycje:

– Kim i inni (2002) w zależności od przyjętego kryterium Hubera-Misesa-Henckego:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = \sqrt{3} \quad (11)$$

Treści:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = 1,5; \quad (12)$$

- Shamsaei i Fatemi (2009) proponują wzory (11) i (12) oraz dla maksymalnego odkształcenia normalnego:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = 2 ; \quad (13)$$

- Kim i Park (1999) proponują ogólny wzór w postaci:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = 1,5 + 0,5S , \quad (14)$$

gdzie S zależy od rodzaju materiału;

- Liu i Mahadevan (2005) sugerują, że stosunek ten mieści się w przedziale:

$$2\sqrt{\frac{(1+v_{eff})^2}{4-(1-v_{eff})^2}} < \frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} < 2 \quad (15)$$

co przy przyjęciu idealnej plastyczności, czyli $v_{eff} = 0,5$ otrzymuje się ostatecznie:

$$1,5492 < \frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} < 2 . \quad (16)$$

W sytuacjach skrajnych możemy mieć do czynienia z materiałem w stanie sprężysto-kruchym i stanie sprężysto-plastycznym.

Poniżej zostaną wyprowadzone wzory na poszukiwany stosunek amplitud odkształceń. Dla materiałów sprężysto-kruchych części plastyczne równań (9) i (10) dążą do zera w związku z tym dzieląc stronami równania (10) i (9) otrzymuje się:

$$\frac{\gamma_a}{\epsilon_a} = \frac{\tau_a E}{\sigma_a G} . \quad (17)$$

Podstawiając do wzoru (18):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (18)$$

oraz wiedząc że w stanie granicznym dla materiałów kruchych zachodzi zależność:

$$\tau_a = \sigma_a . \quad (19)$$

otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = 2(1+\nu) . \quad (20)$$

Natomiast dla materiałów sprężysto-plastycznych w sytuacji granicznej część sprężystą dla bardzo małej liczby cykli można pominąć. W takim razie dzieląc stronami równania (9) i (10) otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = \frac{\left(\frac{\tau_a}{K'_o}\right)^{1/n'_o}}{\left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{1/n'}} \quad (21)$$

Przyjmując za Li i inni (2010), że:

$$n'_o = n' \quad (22)$$

oraz:

$$K'_o = 3 \frac{1+n'}{2} K' \quad (23)$$

otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = \left(\frac{\tau_a}{\sigma_a 3 \frac{1+n'}{2}} \right)^{1/n'} \quad (24)$$

Ponadto w stanie granicznym:

$$\tau_a = \sqrt{3}\sigma_a . \quad (25)$$

Ostatecznie po przekształceniach otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = \sqrt{3} \quad (26)$$

W takim razie otrzymuje się, zależność pomiędzy amplitudą odkształceń postaciowych pochodzących dla skręcania obustronnego oraz odkształceń normalnych pochodzących od rozciągania-ściskania:

$$\sqrt{3} \leq \frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} \leq 2(1+\nu) \quad (27)$$

Rozpatrywany stosunek w sytuacjach skrajnych dla materiałów w stanie sprężysto-plastycznym osiąga wartość minimalną $\sqrt{3}$, a w stanie sprężysto-kruchym wartość maksymalną $2(1+\nu)$.

Mając wyznaczone wartości graniczne stosunku amplitud na skręcanie obustronne oraz rozciągnię-ściskanie można wyznaczyć kąt płaszczyzny krytycznej, który jest nachylony pod kątem α' w stosunku do kierunku wyznaczonym przez maksymalne naprężenia styczne. Analogicznie do przedstawionych wzorów (1) - (5) we wprowadzeniu zaproponowano następującą postać:

$$\alpha' = \frac{[2(1+\nu)]^2 - \left(\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a}\right)^2}{[2(1+\nu)]^2 - (\sqrt{3})^2} 45^\circ \quad (28)$$

analogicznie do wzoru (1) zaproponowanego dla złożonego stanu naprężenia.

Wzory określające przebieg czasowy odkształcenia normalnego pod danym kątem α oraz pod tym samym kątem połowy odkształcenia postaciowego można wyrazić odpowiednio wzorami:

$$\epsilon_{\eta}(t) = \epsilon_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \epsilon_{yy}(t) \sin^2 \alpha + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \sin 2\alpha \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\eta s}(t) = \frac{\gamma_{\eta s}(t)}{2} = & -0,5\epsilon_{xx}(t) \sin 2\alpha \\ & + 0,5\epsilon_{yy}(t) \sin 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (30)$$

Przy przyjęciu idealnej plastyczności można przyjąć $\nu_p = 0,5$. W związku z tym odkształcenie:

$$\varepsilon_{yy}(t) = -0,5\varepsilon_{xx}(t) \quad (31)$$

Ostatecznie podstawiając (31) do wzorów (29) i (30) otrzymuje się:

$$\varepsilon_{\eta}(t) = \varepsilon_{xx}(t) \left(\cos^2 \alpha - 0,5 \sin^2 \alpha \right) + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \sin 2\alpha \quad (32)$$

i

$$\varepsilon_{\eta_s}(t) = \frac{\gamma_{\eta_s}(t)}{2} = -0,75\varepsilon_{xx}(t) \sin 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \cos 2\alpha \quad (33)$$

Przebieg odkształcenia ekwiwalentnego w płaszczyźnie krytycznej może być zapisany jako:

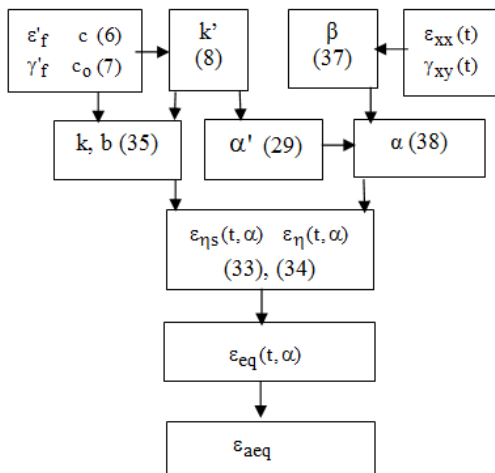
$$\varepsilon_{eq}(t) = k\varepsilon_{\eta}(t) + b\varepsilon_{\eta_s}(t) \quad (34)$$

gdzie stałe b i k zależą od szczególnej postaci kryterium i muszą być wyprowadzane na podstawie prostych stanów obciążenia na przykład na podstawie próby jednoosiowego rozciągania-ściskania i skręcania obustronnego.

5. WYZNACZENIE ODKSZTAŁCEŃ EKWIWALENTNYCH

Zaproponowany algorytm wyznaczania amplitudy odkształcenia ekwiwalentnego ε_{aeg} przedstawiono na Rys. 3. Zgodnie ze wzorem (28) na początku wyznaczany jest kąt płaszczyzny krytycznej, który jest nachylony pod kątem α' do kierunku wyznaczonego przez maksymalne naprężenia styczne, odwrotnie niż to było w przypadku modelu naprężeniowego. Kąt ten dla analizowanego materiału wynosi $\alpha' = 11^\circ$, co zilustrowano na Rys. 4. W dalszym kroku wyznaczono wyrażenie na ekwiwalentny przebieg odkształcenia na podstawie próby w prostych stanach obciążenia: jednoosiowego rozciągania-ściskania oraz skręcania obustronnego z wykorzystaniem wcześniej wyznaczonego kąta α' o postaci

$$\varepsilon_{eq}(t) = 0,9946\varepsilon_{\eta}(t) + 0,4758\varepsilon_{\eta_s}(t) \quad (35)$$



Rys. 3. Algorytm wyznaczania amplitudy ekwiwalentnego odkształcenia

Następnie dla poszczególnych kombinacji wyznaczono kąt określający kierunek normalny poprzez poszukiwanie maksimum wariancji naprężenia ekwiwalentnego według formuły:

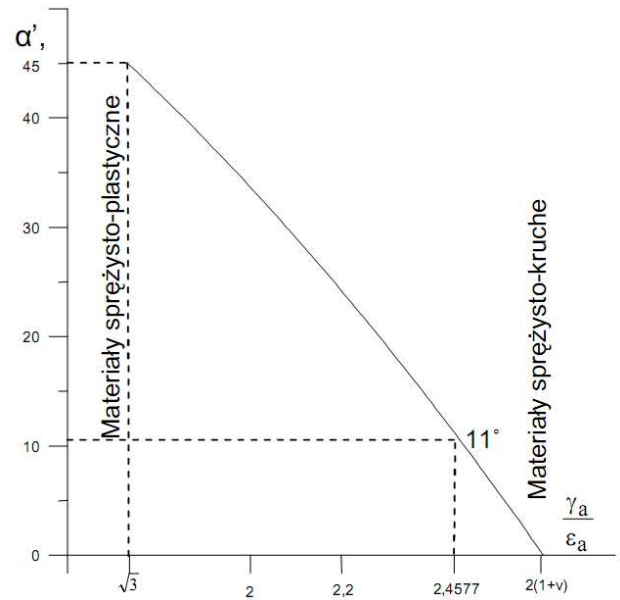
$$\mu_{\varepsilon} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varepsilon_{\eta}(t) \dot{\varepsilon}_{\eta}(t) dt \quad (36)$$

gdzie T_0 jest czasem obserwacji, $\varepsilon_{\eta}(t)$ jest przebiegiem odkształcenia normalnego zorientowanego pod kątem β w stosunku do odkształcenia $\varepsilon_{xx}(t)$.

Ostatecznie przebieg odkształcenia ekwiwalentnego wyznaczany jest w oparciu o wyprowadzone wyrażenie (28) pod kątem:

$$\alpha = \beta + \alpha' \quad (37)$$

gdzie kąt β wyznaczony jest na podstawie analizy maksimum wariancji naprężenia normalnego zgodnie ze wzorem (36).



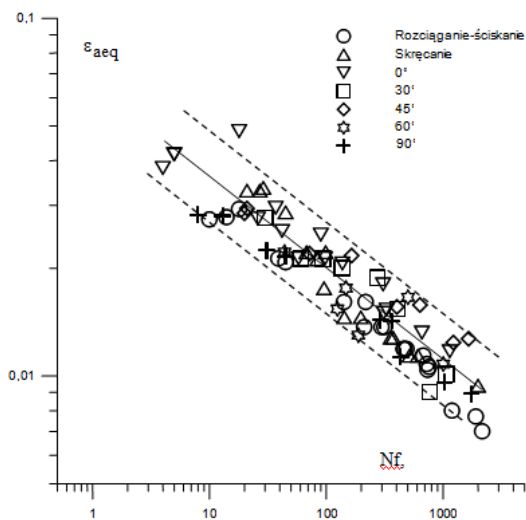
Rys. 4. Interpretacja wyznaczania kąta α' , przesunięcia w stosunku do kierunku stycznego

Z przebiegu odkształcenia ekwiwalentnego danego wzorem (35) wyznaczana jest amplituda ekwiwalentna. Wyznaczone amplitudy ekwiwalentne zestawiono wraz z liczbą eksperymentalną zestawiono na Rys. 5 na tle charakterystyki zmęczeniowej dla czystego rozciągania-ściskania. Wyznaczona w ten sposób amplituda ekwiwalentna dla złożonych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych stanów obciążenia, mieści się w paśmie rozrzutu o takim samym współczynniku, jak dla prostych stanów obciążenia. Wyniki te w większości mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3.

Należy przeprowadzić dalsze obliczenia dla innych modeli wyznaczania położenia płaszczyzny krytycznej analogicznie jak dla wzorów naprężeniowych danych wzorami (2)-(5)

6. WNIOSKI

1. Zaproponowany model w oparciu o propozycję Carpinteri wyznaczenia położenia płaszczyzny krytycznej dla złożonego stanu odkształcenia może być przydatnym narzędziem w ocenie trwałości zmęczeniowej w zakresie bardzo małej liczby cykli.
2. Wyrażenie na odkształcenie ekwiwalentne uwzględnia zarówno przebieg odkształceń normalnych jak i stycznych w płaszczyźnie krytycznej z odpowiednimi funkcjami wagowymi.
3. Wyznaczona w ten sposób amplituda ekwiwalentna dla złożonych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych stanów obciążenia mieści się w paśmie rozrzutu o takim samym współczynniku jak dla prostych stanów obciążenia.



Rys. 5. Wyznaczone amplitudy odkształceń ekwiwalentnych na tle charakterystyki zmęczeniowej na rozciąganie-ściskanie

LITERATURA

1. **ASTM E 739-91** (1998): Standard practice for statistical analysis of linearized stress-life (S-N) and strain life (ϵ -N) fatigue data, *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 03.01, Philadelphia, 614–620.
2. **Carpinteri A, Spagnoli A.**, (2001), Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals, *Int J Fatigue*, Vol. 23, 135–145.
3. **Kim K.S., Chen X., Han C., Lee H.V.**, (2002), Estimation methods for fatigue properties of steels under axial and torsional loading, *Int. J. Fatigue*, Vol. 24, 783-793.
4. **Kim K.S., Park J.C.**, (1999), Shear strain based multiaxial fatigue parameters applied to variable amplitude loading, *Int. J. Fatigue*, Vol. 21, 475-483.
5. **Li J., Hang Z.P., Sun Q., Li C.W., Li R.-S.**, (2010), A simple relationship between axial and torsional cyclic parameters, ASME International, *J. of Materials Engineering and Performance*, DOI: 10.1007/s11665-010-9748-4.
6. **Liu Y., Mahadevan S.**, (2005), Strain-based multiaxial fatigue damage modelling, *Fatigue Fracture Engng Mater. Struct.*, Vol.28, 1177-1189.
7. **Łagoda T., Ogonowski P.**, (2005), Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.*, Vol.36, 429-437.
8. **Shamsaei N., Fatemi A.**, (2009), Deformation and fatigue behaviors of case-hardened steels in torsion: Experiments and predictions, *Int. J. Fatigue*, Vol.31, 1386-1396.
9. **Walat K., Łagoda T.**, (2010), Trwałość zmęczeniowa aluminiowych złączy spawanych według kryteriów opartych na położeniu płaszczyzny krytycznej wyznaczanych trzema metodami, *Transport przemysłowy i maszynowy*, 2(8), 68-72.
10. **Walat K., Łagoda T.**, (2011), *Orientacje płaszczyzn krytycznych w kryteriach wieloosiowego zmęczenia dla stopów aluminium*, Nowe kierunki rozwoju mechaniki – Hucisko, Politechnika Częstochowska.
11. **Zamrik S. Y.**, (1972), *An investigation of strain cyclic behavior of 7075-T6 aluminium under combined state of strain—the effect of out-of-phase*, Biaxial strain cyclic on low cycle fatigue, Report NASA – CR – 72843, Pennsylvania State University, 72.
12. **Zamrik S.Y., Frishmuth R.E.**, (1973) The effects of out-of-phase biaxial-strain cyclic on low-cycle fatigue, *Experimental Mechanics*, May, 204-208.

DETERMINATION OF FATIGUE LIFE OF THE ALUMINIUM ALLOY UNDER COMPLEX LOADINGS AND LOW-CYCLE FATIGUE

Abstract: The paper presents a new expression of the equivalent strain, formulated on the basis of fatigue tests of the aluminium alloy performed under complex strain state in the case of a very low number of cycles. This criterion uses the critical plane determined on the basis of the material kind function. Thus, the proposed model is right for both elastic-brittle and elastic-plastic materials. The equivalent amplitude determined for complex proportional and non-proportional loadings states is included into the scatter band of the same coefficient as in the case of simple loadings.