

MODELOWANIE ZJAWISKA SYNCHRONIZACJI ODRYWAJĄCYCH SIĘ PĘCHERZY GAZOWYCH Z SĄSIADUJĄCYCH DYSZ

Romuald MOSDORF*, Tomasz WYSZKOWSKI*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

r.mosdorf@pb.edu.pl, wyszkowski.tomasz@gmail.com

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych oddziaływania kolumn pęcherzy powietrza generowanych z dwóch sąsiadujących dysz. W przypadku odległości pomiędzy dyszami równej 4 mm i częstotliwości 30 Hz obserwowano synchronizację odrywania się pęcherzy. W celu analizy struktury przepływu cieczy pomiędzy dwoma oddziałującymi pęcherzami przeprowadzono symulację w programie COMSOL Multiphysics, wykorzystując metodę level set. Chaotyczne zmiany częstotliwości odrywania się pęcherzy modelowano z zastosowaniem układu równań różniczkowych zwyczajnych opisujący zmiany masy gazu w układzie zasilania dysz. W trakcie symulacji, podobnie jak w eksperymencie, obserwowano występowanie ujemnej korelacji pomiędzy odrywającymi się pęcherzami. Oba przedstawione w pracy modele mają charakter jakościowy.

1. WSTĘP

Wiedza dotycząca dynamiki pęcherzy gazowych ma kluczowe znaczenie w fizyce, biologii, w medycynie a także w wielu gałęziach przemysłu. Stąd nieustanne próby wyjaśnienia wielu zjawisk fizycznych z nią związanych. Duża ilość parametrów fizycznych na przykład takich jak właściwości fizyczne faz, natężenie przepływu gazu oraz ciśnienie gazu i cieczy ma wpływ na formowanie się pęcherzy gazowych. Wiele badań dotyczących pęcherzy gazowych odnosi się do eksperymentów, w których gaz wydostaje się z dyszy lub otworów w płytach do cieczy. Wyniki tych badań zostały opublikowane między innymi w pracach (Peebles et al., 1953; Hughes et al., 1955; Davidson et al., 1956; Davidson et al., 1971; Kyriakides et al., 1997). Przewadzone są również badania eksperymentalne dotyczące dynamiki pęcherzy (Oguz et al., 1993; Sanada et al., 2005; Zhang et al., 2001). Pokazują one, że wraz ze wzrostem wydatku powietrza obserwuje się zjawisko łączenia się kolejno wydostających się pęcherzy gazowych (Zhang et al., 2001). Coraz częściej analizuje się proces oddziaływania kolejno odrywających się pęcherzy z przepływem turbulentnym generowanym przez ruch poprzednio oderwanego pęcherza (Luewisutthichat, et al., 1997; Zhang et al., 2001). Badanie dynamiki wzrostu pęcherzy zmusiło badaczy do szukania nowych metod analizy skomplikowanej dynamiki ruchu ścianki pęcherza (Mosdorf et al., 2003).

Istnieje wiele artykułów dotyczących chaotycznych zmian zachodzących w procesie powstawania i przepływu pęcherzy przez ciecz (Luewisutthichat, et al., 1997; Zhang et al., 2001; Tufaile et al., 2000a; Tufaile et al., 2000b; Ruzicka et al., 1997; Tritton et al., 1993; Ramakrishnan et al., 1969; Clift et al., 1978; Raymond et al., 2000). W badaniach omówionych w pracy (Luewisutthichat, et al., 1997) zaobserwowano chaotyczne zmiany kształtu i prędkości pęcherzy. Artykuł (Nguyen et al., 1996) opisuje zależności pomiędzy chaotycznym zachowaniem się pęcherzy

a niestabilnością przepływu wywołanego przez interakcje pomiędzy nimi. W pracy (Tritton et al., 1993) pokazano, że chaotyczne zmiany częstotliwości odrywania się pęcherzy poprzedzone są zjawiskiem występowania dwóch charakterystycznych częstotliwości odrywania się pęcherzy.

Wyniki badań przedstawione w pracy (Vazquez et al., 2008) pokazują, że chaotyczne zmiany sygnałów akustycznych generowanych przez pęcherze oraz zmiany ciśnienia gazu charakteryzują się różnymi sposobami manifestowania się chaosu. W pracy (Mosdorf et al., 2003) pokazano, że wzrostowi wydatku gazu towarzyszy wzrost wykładnika Lapunowa. Przejście z przepływu, w którym występują pojedyncze pęcherze do przepływu, w którym następuje łączenie się pęcherzy charakteryzuje się jako spadek entropii Kołmogorowa i wymiaru korelacyjnego (analizowano zmiany ciśnienia powietrza) (Ruzicka et al., 1997).

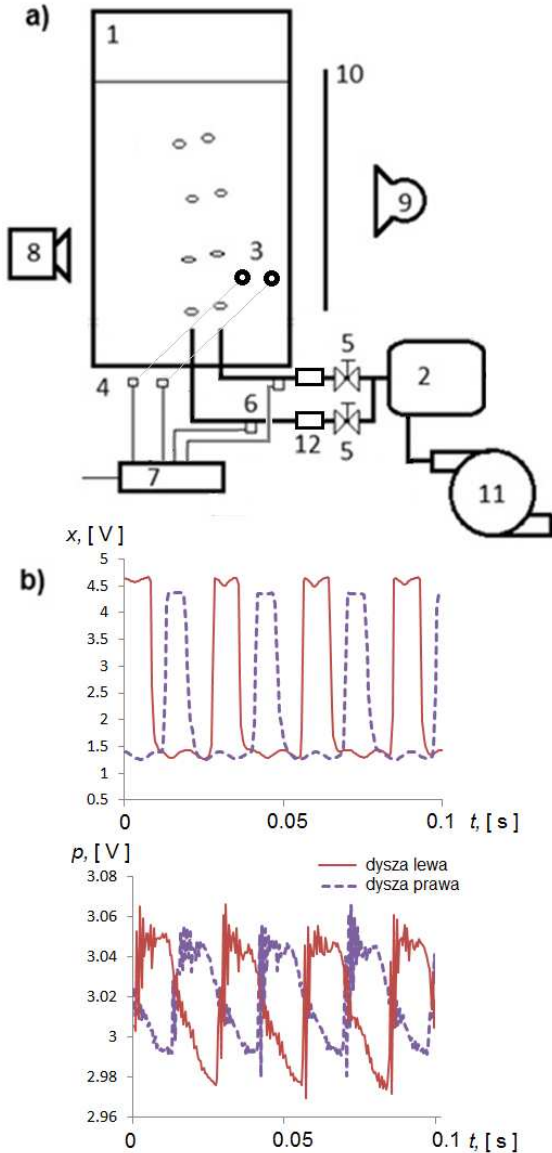
W prezentowanej pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych wzajemnego oddziaływania pęcherzy wydostających się z dwóch sąsiadujących dysz. Wykryto występowanie zjawiska synchronicznego odrywania się pęcherzy przy odległości pomiędzy dyszami równej 4 mm i częstotliwości 30 Hz.

Do modelowania zjawiska zastosowano dwa modele. Pierwszy w oparciu o metodę level set dla cieczy nieściślawych, opracowano w programie COMSOL Multiphysics z wykorzystaniem MES (Berthelsen, 2002; Smolianski 2005; Nagrath et al., 2006). Drugi posłużył do opisu zmian masy gazu w układzie zasilania dyszy, a także uwzględnił sprężyste oddziaływanie ścianki pęcherza na masę otaczającej go cieczy

Pierwszy model posłużył do opisu mechanizmu hydrodynamicznego oddziaływania pomiędzy pęcherzami wydostającymi się z sąsiednich dysz. Z uwagi na niestabilność metody numerycznej model ten może być stosowany tylko w krótkim przedziale czasu. Drugi model wykorzystano do modelowania zmian zachowań pęcherzy w długich przedziałach czasu.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na Rys. 1. Badania prowadzono w szklanym zbiorniku o wymiarach (300x300x1000 mm) wypełnionym wodą destylowaną.



Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego oraz przykładowe wyniki rejestrowanych danych a) Schemat stanowiska pomiarowego: 1 – szklany zbiornik, 2 – zbiornik z powietrzem, 3 – laser, 4 – fototranzystor, 5 – zawór powietrzny, 6 – czujnik ciśnienia, 7 – stacja akwizycji danych, 8 – kamera, 9 – oświetlenie, 10 – przesłona rozpraszająca światło, 11 – pompa, 12 – rotametry. b) Przykładowe zmiany w czasie rejestrowanego sygnału z fototranzystora (x) i czujnika ciśnienia (p)

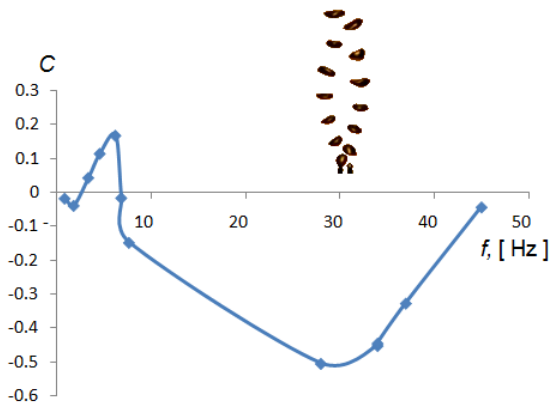
Pęcherze powietrza generowane były z mosiężnych dysz o średnicy wewnętrznej \varnothing 1.1 mm. Układ zasilający dysze w powietrze wyposażony został w pompkę pneumatyczną oraz zbiornik. Wydatek powietrza regulowano zaworami. System pomiarowy wyposażony był w: kamerę

Casio EX FX1 rejestrującą obraz z szybkością 600 klatek na sek., dwa systemy składające się z laserów oraz fototranzystorów, których zadaniem było badanie częstotliwości odrywających się pęcherzy. Fluktuacje ciśnienia w układzie zasilania w powietrze rejestrowano z zastosowaniem czujników ciśnienia MPX12DP (o zakresie pomiarowym 0 – 10 kPa). System laserów z fototranzystorami a także czujniki ciśnienia podłączone były do stacji akwizycji danych DT9800 o częstotliwości próbkowania 1 kHz. Badania prowadzono dla częstotliwości odrywania się pęcherzy w zakresie od 1 do 40 Hz. Dane rejestrowano dla przypadku, gdy częstotliwości odrywania się pęcherzy z dwóch sąsiadujących dysz różniły się o mniej niż 1 Hz. Wiązka lasera umieszczona była na wysokości 3 mm ponad wylotem dyszy.

Przykładowy sygnał rejestrowany w trakcie eksperymentu pokazano na Rys. 1a. Do ilościowego opisu synchronicznego odrywania się pęcherzy zastosowano współczynnik korelacji wyznaczony pomiędzy fluktuacjami ciśnienia w lewej i prawej dyszy, opisany zależnością:

$$C = \frac{cov(p_l, p_p)}{\sigma_l \sigma_p} \quad (1)$$

gdzie: σ_l , σ_p – odchylenie standardowe zmian ciśnienia w dyszach, cov – kowariancja wyznaczona pomiędzy zmianami ciśnienia w prawej i lewej dyszy.



Rys. 2. Zmiany współczynnika korelacji (1) w funkcji częstotliwości odrywania się pęcherzy. Odległość pomiędzy dyszami wynosiła 4 mm. Zdjęcie wykonano przy częstotliwości 32 Hz

Zmiany współczynnika korelacji w funkcji częstotliwości odrywania się pęcherzy pokazano na Rys. 2. Przy niskich częstotliwościach odrywania się pęcherzy współczynnik korelacji przyjmuje wartości bliskie zero, co oznacza, że pęcherze odrywają się w sposób nieskorelowany. Natomiast przy częstotliwości około 30 Hz wartość współczynnika korelacji zmniejsza się do wartości -0.5 , co oznacza, że pęcherze odrywają się w sposób skorelowany – na przemian z sąsiadujących dysz. Na Rys. 2 pokazano zdjęcie ilustrujące synchroniczne odrywanie się pęcherzy z sąsiednich dysz. Wzrost częstotliwości odrywania się pęcherzy powoduje zanik zjawiska synchronizacji.

3. MODELOWANIE HYDRODYNAMICZNEGO ODDZIAŁYWANIA PĘCHERZY Z WYKORZYSTANIEM MES

W pracy zjawisko oddziaływania a także strukturę i mechanizm przepływu cieczy pomiędzy pęcherzami wydostającymi się z dwóch sąsiadujących dysz modelowano przy użyciu programu COMSOL Multiphysics. Przepływ cieczy modelowano z zastosowaniem metody elementów skończonych, natomiast do ustalenia położenia granicy rozdziału faz wykorzystano metodę level set. Jest to metoda numeryczna, którą stosuje się w symulacji przepływów dwufazowych mieszanin nieściśliwych (COMSOL Multiphysics). Zakłada się w niej, że ciecze są lepkie i nie mieszają się, natomiast powierzchnia rozdziału faz ma zerową grubość (COMSOL Multiphysics; Berthelsen, 2002).

Modelowanie ruchu powierzchni międzyfazowej odbywa się z wykorzystaniem ciągłej funkcji ϕ zdefiniowanej jako funkcja odległości w postaci: (Berthelsen, 2002).

$$\phi(x, t) = \begin{cases} < 0 \text{ dla } x \in \Omega_1 \\ = 0 \text{ dla } x \in \Gamma \\ > 0 \text{ dla } x \in \Omega_2 \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: x reprezentuje geometryczne położenie powierzchni międzyfazowej, Ω_1 i Ω_2 – oznacza obszary wypełnione jedną fazą: cieczą lub gazem, Γ – oznacza granicę rozdziału faz.

Wymiar funkcji level set jest o jeden większy od liczby wymiarów, w których prowadzona jest symulacja. Położenie granicy rozdziału faz, Γ , określane jest poprzez warunek (Nagrath, 2006):

$$\Gamma = \{x | \phi(x, t) = 0\} \quad (3)$$

Funkcja ϕ pozwala na aproksymację normalnej do powierzchni międzyfazowej oraz jej krzywizny w oparciu o następujące zależności (COMSOL):

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \Big|_{\phi=0} \quad (4)$$

$$n = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \Big|_{\phi=0} \quad (5)$$

Ponieważ granica rozdziału faz przemieszcza się zgodnie z przepływem adwekcyjnym dlatego zmiany wartości ϕ opisuje równanie (COMSOL):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (6)$$

Wartość prędkości obliczana jest w oparciu o równanie Navier'a-Stokesa na płaszczyźnie (x, y) . Uwzględnia ono zależności pomiędzy ciśnieniem, prędkością i gęstością cieczy nieściśliwych (COMSOL). Układ równań opisujący przepływ cieczy i gazu ma postać:

$$\rho(\phi) \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) - \nabla [\mu(\phi)(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)] + \nabla p = \sigma \kappa \vec{n} \delta + \rho(\phi) \vec{g} \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (8)$$

W równaniu (7) wyrażenie $\sigma \kappa \vec{n} \delta$ opisuje siłę napięcia powierzchniowego, gdzie δ jest funkcją, której całka ma wartość jeden i przyjmuje wartość maksymalną na granicy międzyfazowej a w pozostałej części obszaru ma wartość równą zero. Siła masowa działająca na ciecz opisana jest zależnością $\rho(\phi) \vec{g}$, gdzie ρ jest odpowiednio gęstością

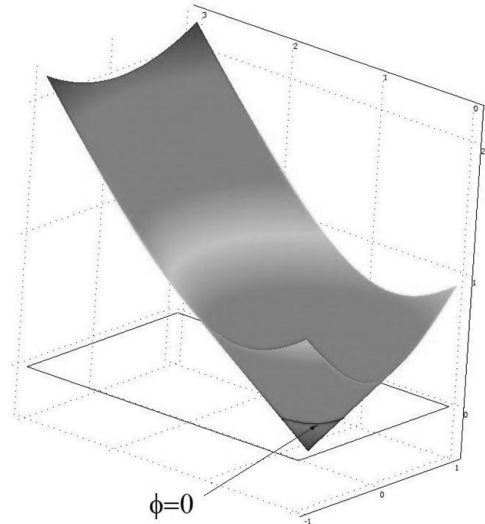
cieczy i gazu uzależnioną od wartości funkcji ϕ (COMSOL).

Na Rys. 3 pokazano sposób modelowania położenia powierzchni rozdziału faz z zastosowaniem powierzchni stożkowej opisanej zależnością:

$$\phi(0, x, y) = \sqrt{\left\{ \left[(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 \right] \right\}} - D \quad (9)$$

gdzie: x_p, y_p – położenie pęcherza, D – średnica pęcherza.

Przecięcie funkcji ϕ z płaszczyzną (x, y) wyznacza położenie powierzchni międzyfazowej. Granicę powierzchni pęcherza zaznaczono czarnym okręgiem na Rys. 3.



Rys. 3. Funkcja ϕ w chwili czasu $t = 0$.

Ponieważ powierzchnia ϕ wraz z granicą rozdziału faz zmienia położenie w trakcie trwania symulacji, dlatego dochodzi do zmian objętości pęcherzy. Jest to wynik błędów numerycznych spowodowanych niedokładnością obliczeń podczas rozwiązywania równania ruchu powierzchni międzyfazowej. Aby wyeliminować zmiany objętości nieściśliwych faz zachodzi potrzeba ciągłej re-inicjalizacji funkcji ϕ (Smolianski, 2005; Berthelsen, 2002). Istnieje wiele technik re-inicjalizacji. Jedną z metod została zaproponowana przez Sussmana (Berthelsen, 2002).

W pracy zastosowano metodą re - inicjalizacji opartą na wprowadzeniu do równania ruchu powierzchni ϕ dodatkowego członu opisującego sztuczny strumień dyfuzji kompensujący zmiany objętości faz wywołane błędami numerycznymi. Wówczas równanie ruchu powierzchni ϕ przyjmuje postać (COMSOL):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \phi = \delta(\phi) \cdot \nabla \cdot (D \nabla \phi) \quad (10)$$

Funkcja δ przyjmuje wartość maksymalną na granicy rozdziału faz. W ten sposób strumień dyfuzji występuje tylko na granicy rozdziału faz. Dobór odpowiedniej wartości współczynnika dyfuzji odbywa się na podstawie kolejnych przybliżeń w oparciu o zmiany współczynnika $M = \int \rho(t) dx dy / \int \rho(t_0) dx dy$. W pracy przyjęto, że zmiany te powinny być mniejsze od 0.1%. Wartości współczynnika M zmieniają się w czasie, dlatego zastosowana metoda eliminacji zmian objętości faz pozwala

na prowadzenie obliczeń tylko w krótkich przedziałach czasu. W pracy czas ten wyniósł 0.05s.

Gęstość substancji oraz jej lepkość zmienia się w zależności od fazy. Zależność ta opisana została w następujący sposób (Nagrath et al., 2006):

$$\mu(\phi) = \mu_g + H(\phi)(\mu_l - \mu_g) \quad (11)$$

$$\rho(\phi) = \rho_g + H(\phi) \cdot (\rho_l - \rho_g) \quad (12)$$

gdzie: $H(\phi)$ jest funkcją Heaviside'a. W obliczeniach zastosowano następującą postać funkcji (COMSOL):

$$H_\varepsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \phi < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) \right] & \text{dla } \phi = 0 \\ 1 & \text{dla } \phi > \varepsilon \end{cases} \quad (13)$$

Obliczenia przeprowadzono dla wody i powietrza o parametrach: $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 1 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0.07 \text{ N/m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\nu = 0.075 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Symulację wykonano w obszarze roboczym 2D o wymiarach 40mmx15mm, podzielonym na trójkątne elementy skończone. Siatka zawierała 6400 elementów.

Przyjęto, że prędkość płynu na granicy zbiornika równa jest zero, natomiast dla równania opisującego metodę level-set przyjęto, że strumień ϕ jest równy zero.

Jako warunek początkowy dla równania Navier'a-Stokesa przyjęto, że $u(0,x,y) = 0$, zaś ϕ opisane jest zależnością:

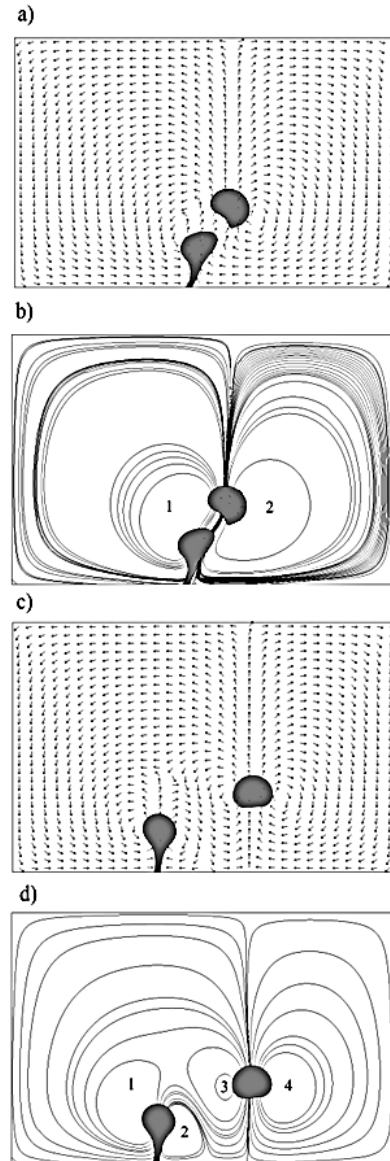
$$\phi(0,x,y) = \min \left\{ \sqrt{[(x+d/2)^2 + (y-y_p)^2]} - D, \sqrt{[(x-d/2)^2 + (y-y_p)^2]} - D \right\} \quad (14)$$

gdzie: d – pozioma odległość pomiędzy pęcherzami, y_p - pionowe położenie pęcherzy, D – średnica pęcherzy.

Celem przeprowadzonych symulacji była identyfikacja mechanizmu oddziaływania pęcherzy znajdujących się w sąsiednich kolumnach pęcherzy. Mechanizm ten jest odpowiedzialny za zjawisko synchronizacji odrywania się pęcherzy z sąsiadujących dysz. Badania eksperymentalne pokazały, że do zjawiska synchronizacji dochodzi w przypadku gdy pęcherza odrywają się z sąsiednich dysz naprzemian. Dlatego w wykonanych symulacjach początkowa pionowa odległość pomiędzy pęcherzami wynosiła 3 mm. Pęcherz położony niżej odpowiada pęcherzowi znajdującemu się w końcowej fazie wzrostu, zaś pęcherz położony wyżej był pęcherzem, który oderwał się od sąsiadującej dyszy. Wykonano dwie symulacje dla różnych poziomych odległości pomiędzy pęcherzami. Średnica pęcherzy w chwili $t = 0$ wynosiła $D = 5 \text{ mm}$ co odpowiada średnicy pęcherzy obserwowanych w eksperymencie. Wyniki obu symulacji przedstawiono na Rys.4.

Na Rys. 4 pokazano strukturę przepływu adwekcyjnych indukowanych przez pęcherze o różnej początkowej odległości poziomej. Na Rys. 4a, b przedstawiono pola prędkości oraz położenie pęcherzy. Natomiast na Rys. 4 b, d pokazano linie prądu. W przypadku gdy początkowa pozioma odległość pęcherzy wynosiła 4 mm (Rys. 4 a, b) indukowany przez pęcherze adwekcyjny przepływ cieczy uformował dwie komórki oznaczone numerami 1 i 2 (Rys. 4 b). W tym przypadku oba pęcherze poruszają się wzdłuż

obszaru łączącego komórki adwekcyjne, w którym pionowa składowa prędkości cieczy jest dodatnia. Następuje przyciąganie się pęcherzy - zachodzi zjawisko formowania się wspólnego łańcucha pęcherzy.



Rys. 4. Struktura przepływu cieczy i linie prądu w pobliżu pęcherzy formujące się po czasie $t = 0.05 \text{ s}$ przy różnych początkowych odległościach poziomych pomiędzy pęcherzami. a, b – 4 mm, c, d – 10 mm

Na Rys. 4 d pokazano 4 komórki adwekcyjne uformowane w wyniku przepływu indukowanego przez pęcherze gdy ich odległość początkowa wynosiła 10 mm. Między pęcherzami występują komórki adwekcyjne o numerach 2 i 3 w obszarze pomiędzy tymi komórkami pionowa składowa prędkości cieczy przyjmuje wartość ujemną. Pęcherze poruszają się w obszarach cieczy oddzielających odpowiednio komórki 1, 2 i 3, 4. W tym przypadku nie występuje formowanie się wspólnego łańcucha pęcherzy.

Podsumowując można stwierdzić, że jeżeli pęcherze są dostatecznie blisko siebie wówczas poruszają się we wspólnym przepływie cieczy tworzonym przez wyżej położony pęcherz, tak jak pokazano to na Rys. 4 a,b.

4. MODELOWANIE ODDZIAŁYWANIA PĘCHERZY W DŁUGIM PRZEDZIALE CZASU

W pracach (Mosdorf et al., 2010a, Mosdorf et al., 2010b) przedstawiono model numeryczny symulujący chaotyczne zmiany strumienia powietrza pobieranego przez kolejno odrywające się pęcherze. Model ten opracowano w oparciu o wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzonych dla pojedynczej i dwóch dysz. Uwzględniał on dwa podstawowe założenia:

- reakcja układu pęcherz + układ zasilania dyszy w powietrze na oddziaływanie z cieczą ma charakter nieliniowy;
- wielkość odrywającego się pęcherza zależy od oddziaływania pęcherza z cieczą.

W prezentowanej pracy zmodyfikowano model przedstawiony w pracy (Mosdorf et al., 2010b). Zmiana ilości masy gazu, M_g , w układzie zasilania dyszy opisana była równaniem różniczkowym o postaci:

$$\frac{dM_g}{dt} = j_g - j_p \quad (15)$$

gdzie: j_g – masowy strumień gazu dostarczany do układu zasilania dyszy, j_p – masowy strumień gazu wydostający się z układu poprzez pęcherz.

Dla uproszczenia przyjęto, że strumień j_g jest stały w czasie. Na podstawie wyników badań eksperymentalnych przyjęto, że czas napełniania się pęcherza gazem wynosi 0.02 s. Strumień gazu j_p opisano uproszczoną zależnością:

$$j_p = \begin{cases} A \{ \sin[\omega(t - t_p) + \pi/2] + 1 \} \text{ gdy } M_g > M_{gk} \\ 0 \text{ gdy } M_g \leq M_{gk} \end{cases} \quad (16)$$

dla $t_p = 0.02$ s

gdzie: t_p – czas początkowy, w którym rozpoczyna się napełnianie pęcherza, M_{gk} – masa gazu u układzie zasilania, przy której rozpoczyna się napełnianie pęcherza gazem, A – współczynnik określający wielkość pęcherza.

W zależności (16) zastosowano funkcję \sin w celu zapewnienia ciągłości funkcji $j_p(t)$ oraz jej pochodnej w trakcie numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych. Zjawiska zachodzące nad dyszą takie jak hydrodynamiczne oddziaływanie kolejno odrywających się pęcherzy oraz ich łączenie się zmieniają częstotliwość oraz wielkość odrywających się pęcherzy. Dlatego przyjęto, że wielkość współczynnika A oraz częstotliwość odrywania się pęcherzy ω zależy od sił hydrodynamicznych działających na powstającą pęcherz. Na pęcherz działają następujące siły:

- siła wyporu, opisana zależnością (Zhang et al., 2001):

$$F_B = V(\rho_c - \rho_g)g \quad (17)$$

gdzie: ρ_c – gęstość wody, ρ_g – gęstość powietrza, V – objętość

- strumień pędu gazu, opisany zależnością (Zhang et al., 2001):

$$F_M = \rho_p \frac{q^2}{\left(\frac{\pi}{4}\right)D_0^2} \quad (18)$$

gdzie: D_0 – średnica dyszy, q – objętościowy strumień dostarczanego gazu;

- siła napięcia powierzchniowego u podstawy pęcherza, opisana zależnością (Zhang et al., 2001):

$$F_\sigma = \pi D_0 \sigma \quad (19)$$

gdzie: σ – napięcie powierzchniowe wody.

- siła inercji związana z poruszaniem się dodanej masy cieczy (Zhang et al., 2001):

$$F_i = (\rho_g + \xi_1 \rho_c) \frac{d}{dt} \left(V \frac{dx}{dt} \right) \quad (20)$$

gdzie: ξ_1 – współczynnik dodanej masy.

- siła oporu cieczy, opisana zależnością (Zhang et al., 2001):

$$F_d = \frac{1}{2} \rho_c \frac{\pi}{4} (D)^2 C_D \left(\frac{dx}{dt} - v_{pp} \right) \left| \frac{dx}{dt} - v_{pp} \right| \quad (21)$$

gdzie: dx/dt jest prędkością środka masy pęcherza, v_{pp} jest prędkością cieczy wywołaną przez wcześniej odrywające się pęcherze, D – średnica pęcherza, zaś $C_D = 18,5/Re_B^{0,6}$ dla $1 < Re_B < 1000$ oraz $C_D = 0,44$ dla $Re_B > 1000$. Natomiast $Re_B = (D(dr/dt))/\gamma$, gdzie: γ – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy.

Warunek wzrostu pęcherza zapisuje się w postaci (Zhang et al., 2001):

$$F_B + F_M > F_\sigma + F_i + F_d \quad (22)$$

Masę gazu u układzie zasilania, przy której rozpoczyna się napełnianie pęcherza gazem, M_{gk} , można zatem wyznaczyć z warunku: $F_B + F_M = F_\sigma + F_i + F_d$.

Wydostający się z dyszy pęcherz unosi ciecz znajdującą się przed jego czołem. Następnie ciecz ta opada w trakcie odrywania się pęcherza. W przypadku periodycznie odrywających się pęcherzy przyjęto, że wprawiają one w ruch pionowy (w górę i w dół) ciecz o stałej masie M . Dla dysku o średnicy D masa ta nazywa się masą dodaną (Martin, 1998) i wynosi:

$$M = \frac{8}{3} (D/2)^3 \rho_c \quad (23)$$

Siły działające na masę M ze strony wzrastającego pęcherza wynoszą:

$$F_{MW} = (F_B + F_M) - (F_\sigma + F_i + F_d) = F_N - F_t \quad (24)$$

gdzie: F_N – siła unosząca pęcherz i tym samym masę M zaś F_t – siła hamująca ruch pęcherza.

Siły powodujące wzrost pęcherza F_N to siła wyporu i strumień pędu gazu wydostającego się z dyszy. Przy założeniu, że q jest stałe, zmiany w czasie siły napędzającej ruch pęcherza będą związane jedynie ze zmianą objętości pęcherza. W pracy (Mosdorf et al., 2010a) oszacowano zmianę siły unoszącej ciecz i występującej w wyniku zmiany objętości kulistego pęcherza. Równanie opisujące siłę ma postać:

$$\Delta F_s = 3 \cdot (r_1 + \Delta r)^2 \cdot m \cdot R \cdot T \cdot \left[\frac{C_2(p_r, T_r)}{(r_1 + \Delta r)^3 + V_o} - \frac{C_1(p_r, T_r)}{r_1^3 + V_o} \right] \quad (25)$$

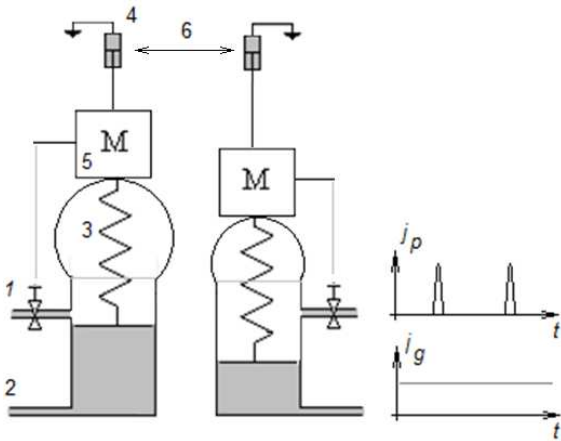
gdzie: V_o – objętość powietrza w układzie zasilania poniżej pęcherza.

Siła (25) ma charakter nieliniowej siły sprężystej, występującej na skutek zmiany promienia pęcherza, związanej z oddziaływaniem pęcherza z cieczą. Nieliniowość występuje na skutek kulistego kształtu pęcherza oraz proporcji

między objętością pęcherza a objętością układu zasilania dyszy w powietrze. Zależność (25) określa zmianę siły oddziaływania pęcherza na ciecz w odniesieniu do chwilowej wielkości pęcherza. Wielkość pęcherza zależy od ilości gazu znajdującego się w układzie zasilania, dlatego siłę modelowano poprzez nieliniową sprężynę, której jeden koniec przytwierdzony jest do masy M a położenie drugiego określone jest przez ilość gazu w układzie zasilania dyszy. Siłę F_s opisuje równanie:

$$F_s = -\kappa \cdot \text{sign}(x - m_g - \delta) \cdot (x - m_g - \delta)^a \quad (26)$$

gdzie: m_g położenie końca sprężyny związanej z ilością gazu w układzie zasilania, $m_g = (M_g/\rho_g)/(\pi(D_0/2)^2)$, D_0 – średnica dyszy, δ – wymiar sprężyny, w modelu – 10 mm, a – współczynnik nieliniowości sprężyny – w modelu $a=2$ (Mosdorf et al., 2010a), x – położenie masy cieczy M .



Rys. 5. Model układu oddziaływania pomiędzy układami zasilania dwóch sąsiadujących dysz. 1. wypływ gazu na skutek oderwania się pęcherza, 2. dopływ gazu z układu zasilania w gaz, 3. model siły oddziaływania pęcherza na ciecz, 4. tłumienie ruchu cieczy, 5. masa cieczy wprawianej w ruch przez pęcherze, 6. oddziaływanie pomiędzy pęcherzami

Siła hamująca ruch pęcherza jest sumą sił: oporu lepkiej cieczy, inercji oraz napięcia powierzchniowego. Dla uproszczenia zapisano ją w postaci:

$$F_t = \Gamma v \quad (27)$$

gdzie: współczynnik Γ opisuje tłumienie przepływu, v jest prędkością środka masy cieczy M .

Ruch środka ciężkości masy M opisano z zastosowaniem drugiej zasady dynamiki Newtona, w postaci:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = F_N - F_t \quad (28)$$

W końcowej fazie wzrostu pęcherza siła oporu cieczy F_d zależy od prędkości cieczy otaczającej pęcherz. Tym samym siły hydrodynamiczne zmieniają wielkość odrywającego się pęcherza (zmiany takie obserwowano w badaniach eksperymentalnych). Przyjęto, że współczynnik A we wzrozie (16) jest funkcją położenia masy M (Mosdorf et al., 2010a). Ponieważ pęcherze odrywający się z sąsiedniej dyszy generują dodatkowy przepływ cieczy dlatego współ-

czynnik Γ jest funkcją prędkości masy M . Na Rys. 5 pokazano schemat układu wykorzystanego do modelowania oddziaływania pęcherzy wydostających się z sąsiednich dysz.

Układ równań opisujący ruch pęcherzy ma postać (29). Występujące w układzie równań (29) stałe dobrano w taki sposób aby $M = 0.002$ g (masa kulki wypełnionej wodą o średnicy 1.4 mm) wykonywała ruch w pionie odbywający się w zakresie 3 mm. Współczynnik $\kappa = K/M = 30$, zaś $\gamma = \Gamma/M = 0.004$, strumień $j_g = 3.3 \cdot 10^{-7}$ kg/s.

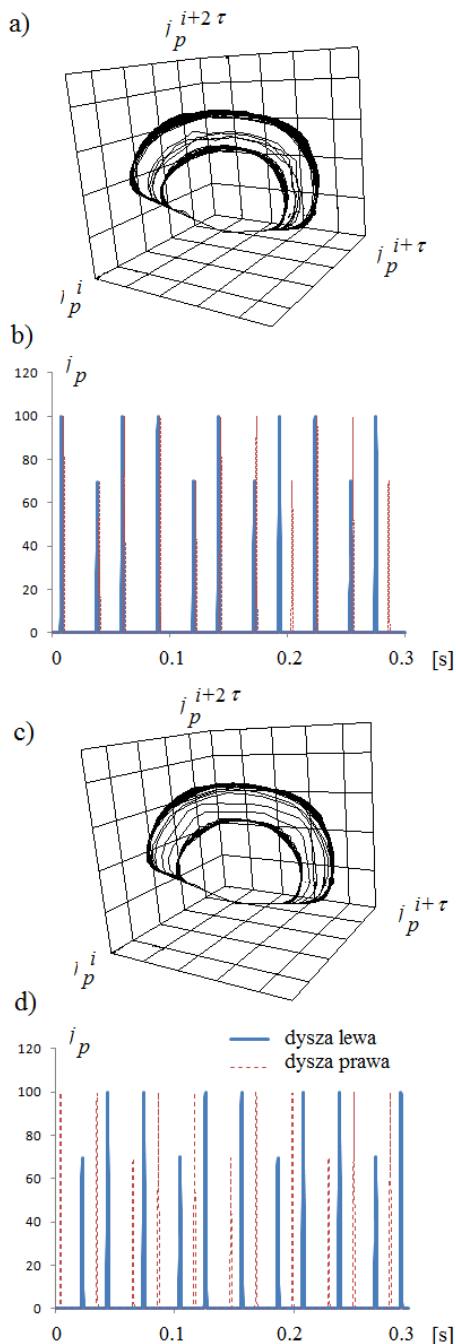
Występująca w układzie siła tłumienia odpowiada sile Stokesa występującej przy ruchu kulki o promieniu 1 mm w wodzie. Siła ugięcia sprężyny przy odkształceniu jednostkowym odpowiada sile napięcia powierzchniowego wody działającego na kulkę o promieniu około 1 mm. Oddziaływanie pomiędzy pęcherzami odrywającymi się z sąsiednich dysz opisano przy pomocy współczynnika γ_0 zmieniającego współczynnik tłumienia Γ . Jego wielkość uzależniono od stałej z , określającej wielkość oddziaływania.

$$\begin{aligned} \frac{dm_{g1}}{dt} &= j_{g1} - j_{p1} \\ j_{g1} &= \text{const} \\ j_{p1} &= \begin{cases} \{A_1 \cdot \{\sin[\omega(t - t_p) + \pi/2] + 1\} & \text{jeżeli } m_{g1} > 11 \text{ dla } t_p = 0.02s \\ 0 & \text{jeżeli } x_1 > 21 \\ 1 & \text{jeżeli } x_1 < 19 \end{cases} \\ A_1 &= \begin{cases} 0.15 \cdot x_1 - 2.15 & \text{jeżeli } x_1 > 21 \\ 0.7 & \text{jeżeli } x_1 < 19 \end{cases} \\ \frac{dx_1}{dt} &= v_1 \\ \frac{dv_1}{dt} &= -\frac{\kappa}{M} \cdot \text{sign}(x_1 - m_{g1} - \delta) \cdot (x_1 - m_{g1} - \delta)^2 - \frac{(\gamma - \gamma_{o1})}{M} \cdot v_1 \\ \gamma_{o1} &= \begin{cases} z \cdot \cos|x_1 - x_2 + x_g| + 1 & \text{jeżeli } |x_1 - x_2 + x_g| \leq \pi \\ 0 & \text{jeżeli } |x_1 - x_2 + x_g| > \pi \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_{g2}}{dt} &= j_{g2} - j_{p2} \\ j_{g2} &= \text{const} \\ j_{p2} &= \begin{cases} \{A_2 \cdot \{\sin[\omega(t - t_p) + \pi/2] + 1\} & \text{jeżeli } m_{g2} > 11 \text{ dla } t_p = 0.02s \\ 0 & \text{jeżeli } x_2 > 21 \\ 1 & \text{jeżeli } x_2 < 19 \end{cases} \\ A_2 &= \begin{cases} 0.15 \cdot x_2 - 2.15 & \text{jeżeli } x_2 > 21 \\ 0.7 & \text{jeżeli } x_2 < 19 \end{cases} \\ \frac{dx_2}{dt} &= v_2 \\ \frac{dv_2}{dt} &= -\frac{\kappa}{M} \cdot \text{sign}(x_2 - m_{g2} - \delta) \cdot (x_2 - m_{g2} - \delta)^2 - \frac{(\gamma - \gamma_{o2})}{M} \cdot v_2 \\ \gamma_{o2} &= \begin{cases} z \cdot \cos|x_1 - x_2 + x_g| + 1 & \text{jeżeli } |x_1 - x_2 + x_g| \leq \pi \\ 0 & \text{jeżeli } |x_1 - x_2 + x_g| > \pi \end{cases} \end{aligned}$$

Przyjęto, że przy pewnej granicznej pionowej odległości pomiędzy pęcherzami równej x_g na skutek przepływu o strukturze pokazanej na Rys. 4b opór stawiany przez ciecz pęcherzowi zmniejsza się na skutek przepływu cieczy generowanego przez sąsiedni pęcherz. Dlatego przyjęto, że obecność pęcherza wydostającego się z sąsiedniej dyszy w odległości bliskiej x_g zwiększa wartość współczynnika γ_0 , a tym samym zmniejsza siłę oporu opisaną zależnością $(\gamma - \gamma_0) \cdot v / M$. Dla zapewnienia ciągłości funkcji γ_0 przyjęto, że ma postać funkcji \cos . Pionową odległość pęcherzy określano poprzez odległość środków masy cieczy M . Układ równań (29) rozwiązano z wykorzystaniem programu SCILAB. Procedura całkująca napisana była w taki sposób, aby całkowanie odbywało się w kolejnych prze-

działach, w których funkcje występujące w układzie równań (29) są ciągle. Na Rys.6 pokazano przykładowe wyniki obliczeń.



Rys. 6. Wyniki symulacji synchronizacji odrywania się pęcherzy gazowych. a) 3D rekonstrukcja atraktora z szeregu j_p^i , dla $z = 0$, lewa dysza, c) wielkości i ilości odrywających się pęcherzy z dwóch sąsiadujących dysz (kolor szary dysza lewa, kolor czarny dysza prawa) dla $z = 0$, $C = 0.01$ b) 3D rekonstrukcja atraktora z szeregu j_p^i , dla $z = 0.004$, lewa dysza d) wielkości i ilości odrywających się pęcherzy z dwóch sąsiadujących dysz, dla $z = 0.004$, $C = -0.87$

Dla $z = 0$ (brak oddziaływania) uzyskano rozwiązanie, w którym środki ciężkości mas M poruszają się chaotycznie. Tym samym odrywające się z sąsiednich dysz pęcherze są nieskorelowane, co pokazano na Rys.6b. Dla $z = 0.004$ w układzie występuje zjawisko synchronizacji pomiędzy

dwoma podukładami. Pęcherze odrywają się na przemian z dwu sąsiednich dysz, co pokazano na Rys. 6d. Przedziały czasu, w których występuje synchronizacja przerywane są przedziałami czasu, w których odrywające się pęcherze nie są skorelowane. Zjawisko to obserwowane było w badaniach eksperymentalnych, których wyniki pokazano na Rys. 2. Na Rys. 6a,c pokazano 3D rekonstrukcje atraktorów uzyskane z szeregow j_p^i dla jednego z podukładów.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione w pracy wyniki badań eksperymentalnych pokazały, że gdy odległość pomiędzy dyszami jest wystarczająco mała (4 mm) wówczas dochodzi do synchronizacji odrywania się pęcherzy z dwóch sąsiadujących dysz. W tym przypadku pęcherze odrywają się z dysz na przemian. W celu wyjaśnienia mechanizmu synchronizacji w pracy przedstawiono wyniki symulacji wykonane z zastosowaniem dwóch modeli.

Pierwszy model (wykonany w programie COMSOL Multiphysics) ma charakter ilościowy i pozwolił na obserwację zmian przepływu cieczy przemieszczającej się pomiędzy pęcherzami. Obserwowano mechanizm przyciągania się pęcherzy. W tym przypadku tworzyły się linie prądu łączące sąsiadujące pęcherze (Rys.4b) – pęcherze przyciągały się, ponieważ pęcherz umieszczony niżej przemieszczał się w przepływie cieczy tworzonym przez pęcherz znajdujący się wyżej.

Do modelowania oddziaływania pęcherzy w długich przedziałach czasu zastosowano model oparty na analizie zmian ilości powietrza w układzie zasilania dysz. Wyniki modelu pozwoliły na symulację synchronizacji odrywających się pęcherzy gazowych.

Uzyskane wyniki pokazały, że synchronizacja pomiędzy chaotycznie odrywającymi się z dwóch sąsiednich dysz pęcherzami może następować na skutek ich hydrodynamicznego oddziaływania. Zaproponowany w pracy mechanizm modelowania oddziaływania pomiędzy pęcherzami pozwala stwierdzić, że: pęcherze odrywają się naprzemian ponieważ taka struktura przepływu minimalizuje opór cieczy stawiany przepływowi pęcherzy.

LITERATURA

1. **Berthelsen P. A.** (2002), *Short Introduction to the Level Set Method and Incompressible Two-Phase Flow, A Computational Approach* http://www.petronics.ntnu.no/publications/berthelsen/berthelsen_report2002.pdf
2. **Clift R., Grace J.R., Weber M.E.** (1978), *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press, New York.
3. **COMSOL Multiphysics**, *Rising Bubble Modeled with the Level Set Method*, <http://www.comsol.com/showroom/gallery/177.php?highlight=bubble>
4. **Davidson J.F., Schüler B.O.G.** (1960), Bubble formation at an orifice in an inviscid liquid, *Trans. Instn. Chem. Engrs*, 38, 335-345.
5. **Davidson L., Amick E.** (1956), Formation of gas bubbles at horizontal orifices, *AIChE J.*, 2, 337-342.
6. **Hughes R.R., et al.**, (1955), The formation of bubbles at simple orifices, *Chem. Engng Progr.*, 51, 557-563.

7. **Kyriakides N.K., Kastrinakis E.G., Nychas S.G.** (1997), Bubbling from nozzles submerged in water: transitions between bubbling regimes, *Canadian J. Chemical Engng*, 75, 684-691.
8. **Luewisutthichat W., Tsutsumi A., Yoshida K.** (1997), Chaotic hydrodynamics of continuous single-bubble flow systems, *Chemical Engineering Science*, Vol. 52, No. 21-22, 3685-3691
9. **Martin P.A.** (1998). On the added mass of rippled discs, *Journal of Engineering Mathematics*, 33, 421-435.
10. **McCann D.J., Prince R.G.H.** (1971), Regimes of bubbling at a submerged orifice, *Chemical Engng Sc.*, 26, 1505-1512.
11. **Mosdorf R., Shoji M.** (2003), Chaos in bubbling - nonlinear analysis and modelling, *Chemical Engineering Science*, Vol. 58, 3837-3846.
12. **Mosdorf R., Wyszowski T.** (2010a), Odrywanie się pęcherzy gazowych od krawędzi dysz badanie eksperymentalne i modelowanie, *Acta Mechanica et Automatica*, Vol. 4, no.1, 72-79.
13. **Mosdorf R., Wyszowski T.** (2010b), Modelowanie synchronizacji odrywania się pęcherzy gazowych z dwóch sąsiadujących cylindrycznych dysz, *Modelowanie Inżynierskie*, nr 40, 9, 179-186.
14. **Nagrath S., Jansen K. E., Lahey R. T., Akhatov I.** (2006), Hydrodynamic simulation of air bubble implosion using a level set approach, *Journal of Computational Physics*, Vol. 215, Issue 1, 98-132
15. **Nguyen K., et al.**, (1996), Spatio-temporal dynamics in a train of rising bubbles, *The Chemical Engng J.*, 65191-197.
16. **Oguz H. N., Prosperetti A.** (1993), Dynamics of bubble growth and detachment from a needle, *J. Fluid Mech.*, Vol. 257, 111-145.
17. **Peebles F.N., Garber H.J.** (1953), Studies on the motion of gas bubbles in liquids, *Chem. Engng Progr.*, 49, 88-97.
18. **Ramakrishnan S., Kumar R., Kuloor N.R.** (1969), Studies in bubble formation-I: Bubble formation under constant flow conditions, *Chemical Engng Sc.*, 24, 731-747.
19. **Raymond F., Rosant J.M.** (2000), A numerical and experimental study of the terminal velocity and shape bubbles in viscous liquids, *Chemical Engng Sc.*, 55, 943-955.
20. **Ruzicka M.C., et al.**, (1997), Intermittent transition from bubbling to jetting regime in gas-liquid two phase flows., *Int. J. Multiphase Flow*, 23, 671-682.
21. **Sanada T., Watanabe M., Fukano T., Kariyasaki A.** (2005), Behavior of a single coherent gas bubble chain and surrounding liquid jet flow structure, *Chemical Engineering Science*, Vol. 60, No. 17, 4886-4900.
22. **Smolianski A.** (2005), Finite-element/level-set/operator-splitting (FELSOS) approach for computing two-fluid unsteady flows with free moving interfaces, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 48, Issue 3, 231-269.
23. **Tritton D.J., Egdell C.** (1993), Chaotic bubbling, *Phys. Fluids A*, 5, 503-505.
24. **Tufaile A., Sartorelli J.C.** (2000a), Hénon-like attractor in air bubble formation, *Physics Letters A*, 275, 211-217.
25. **Tufaile A., Sartorelli J.C.** (2000b), Chaotic behavior in bubble formation dynamics, *Physica A*, 275, 336-346.
26. **Tufaile A., Sartorelli J.C.** (2001), The circle map dynamics in air bubble formation, *Physics Letters A*, 287, 74-80.
27. **Vazquez A., Manasseh R., Sánchez R.M., Metcalfe G.** (2008), Experimental comparison between acoustic and pressure signals from a bubbling flow, *Chemical Engineering Science*, 63, 5860-5869.
28. **Zhang L., Shoji M.** (2001), Aperiodic Bubble Formation from a Submerged Orifice. *Chemical Engineering and Science*, Vol. 56, No.18, 5371-5381.

MODELLING OF SYNCHRONIZATION OF AIR BUBBLES DEPARTING FROM TWO NEIGHBOURING NOZZLES

Abstract: Results of experimental investigation of interaction between bubble columns generated from two nozzles have been presented. The synchronization between departing bubbles has been observed for distance between nozzles equal to 5mm and bubble departure frequency equal to 30 Hz. The analysis of liquid flow regime between interacting bubbles has been made using the COMSOL Multiphysics program. The gas-liquid interface movement has been described using the level set method. The bubble departures from neighboring nozzles in the long period of time have been modeled using the set of ODE describing the changes of mass of gas in the gas supplying system. During the simulation, similarly to the experiment, the correlation between behaviors of two interacting chaotic systems has been observed.

Praca finansowana w ramach grantu: Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego, N N503 138936