STEROWANIE ŚLIZGOWE MIKROSAMOLOTEM W OPARCIU O WYZNACZONE MOMENTY SIŁ AERODYNAMICZNYCH

Andrzej Piotr KOSZEWNIK^{*}

*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

akoszewnik@pb.edu.pl

Streszczenie: Typowe sterowanie mikrosamolotem odbywa się w klasyczny sposób z wykorzystaniem powierzchni nośnych płatowca. Czasami ze względu na ograniczone możliwości konstrukcyjne MAV i postawione jemu wymagania należy zmienić sposób sterowania MAV a tym samym zmienić sposób powstawania wirów krawędziowych na krawędzi natarcia samolotu. W poniższym artykule w pierwszym etapie zostanie rozpatrzony model MAV z wysuwaną barierą mechaniczną na krawędzi natarcia. W drugim zaś zostanie zaprojektowane prawo sterowania barierą w oparciu o regulator ślizgowy (ang. *sliding controller*). Uzyskane w ten sposób badania symulacyjne zostaną ze sobą porównane w celu wyciągnięcia istotnych wniosków.

1. WPROWADZENIE

Typowe koncepcje konstrukcyjne bezpilotowych obiektów latających oparte są na klasycznym sterowaniu powierzchniami nośnymi płatowca. Zalicza się do nich lotki, ster wysokości, ster kierunku, w niektórych modelach także klapy. Niejednokrotnie małe bezpilotowe obiekty latające posiadają mniejszą liczbę takich powierzchni. Przykładowo w niewielkich szybowcach i motoszybowcach ster kierunku może zostać niemal całkowicie wyeliminowany, a jego rola jest przejęta przez lotki, które wraz ze zmianą przechylenia płatowca, powodują również jego odchylenie od osi lotu. Na świecie prowadzone są zaawansowane prace nad nowymi koncepcjami sterowania lotem samolotów w skali mikro.

W niniejszym artykule przedstawione zostaną badania symulacyjne niewielkiego samolotu bezpilotowego o skrzydłach w kształcie delta ze sterem wysokości z tyłu oraz wysuwaną barierą mechaniczną na krawędzi natarcia.

2. BADANY OBIEKT

Obiektem badań będzie niewielki samolot typu delta czeskiej firmy TOPMODEL CZ – BULLIT 02039 wraz z zamocowanymi barierami mechanicznymi. Podstawowe parametry modelu przedstawiono w Tab. 1.

 Tab. 1. Podstawowe parametry samolotu BULLIT 02039

Parametr	Wartość	
Rozpiętość skrzydeł	840 mm	
Długość cięciwy	520 mm	
Typ profilu	BELL540	
Waga	0,9-1,2 kg	
Powierzchnia nośna	$29,5 \text{ dm}^2$	

W oparciu o przeprowadzone badania miejscami optymalnymi barier mechanicznych będzie pozycja 4 i 7 zgodnie z poniższym rysunkiem.



Rys. 1. Model 3D płatowca

W wyniku tak przyjętego modelu zostały uzyskane najbardziej efektywne wartości sił i momentów aerodynamicznych. Jedną z możliwych kombinacji lokalizacji barier mechanicznych była bariera (2434). Dalsze badania symulacyjne będą przeprowadzane w opracowaniu o dane uzyskane w pracy Mirosława Kondratiuka (2010) [3].

3. ORIENTACJA CIAŁA SZYYWNEGO O 6 DOF

Położenie ciała o 6 stopniach swobody związanego z układem współrzędnych (X_b, Y_b, Z_b) względem układu odniesienia ziemi (X_e, Y_e, Z_e) przedstawiono poniżej. Początek układu współrzędnych ciała usytuowany jest w środku jego ciężkości. Zakłada się, że ciało jest sztywne, co eliminuje konieczność rozpatrywania sił działających między elementami masy. Układ współrzędnych związanych z ziemią uważa jest inercjalny.



Rys. 2. Układy odniesienia

Równanie ruchu translacyjnego ciała z uwzględnieniem wektora sił $[F_x, F_y, F_z]^T$ związanego z układem współrzędnym ciała oraz zakładając stałą wartość masy *m* ciała:

$$m(\dot{V}_{b} + \omega \times V_{b}) = \begin{bmatrix} F_{x} \\ F_{y} \\ F_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} F_{b},$$
(1)

gdzie:
$$V_b = \begin{bmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$
 jest wektorem prędkości liniowej,

 $\omega = \begin{vmatrix} P \\ q \\ r \end{vmatrix}$ jest wektorem prędkości obrotu statku względem

poszczególnych osi.

Równania sił działających wzdłuż osi statku wynikają z przyspieszeń liniowych, prędkości liniowych i kątowych. Rozwijając równie (1) otrzymujemy:

$$F_{x} = m(\dot{u} - rv + qw)$$

$$F_{y} = m(\dot{v} - pw + ru)$$

$$F_{z} = m(\dot{w} - qu + pv)$$
(2)

Równania ruchu obrotowego statku związanego z jego układem współrzędnych z uwzględnieniem przyłożonego wektora momentów $[L, M, N]^{T}$ (L - rolling moment, M - pitching moment, N - yawig moment) są następujące:

$$I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = M_B,$$
(3)

gdzie: $I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$ jest tensorem momentów

bezwładności.

Rozwijając równanie (3) otrzymujemy równania momentów względem osi statku w następującej formie:

$$M_{x} = I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr - I_{yz}(q^{2} - r^{2}) - I_{zx}(\dot{r} + pq) - I_{xy}(\dot{q} - rp)$$
(4)

$$M_{y} = I_{yy}\dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp - I_{zx}(r^{2} - p^{2}) - I_{xy}(\dot{p} + qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq)$$
(4)

$$M_{z} = I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xy}(p^{2} - q^{2}) - I_{yz}(\dot{q} + rp) - I_{zx}(\dot{p} - qr)$$

Orientacja układu współrzędnego względem statku powietrznego przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Układ inercyjny i układ związany z statkiem powietrznym

3.1. Kąty Eulera

Zmienne określające przemieszczenia kątowe $\phi \ \theta \ \psi$ określają położenia kątowe układu związanego ze statkiem powietrznym względem układu inercjalnego ziemi (orientacja statku względem ziemi).



Rys. 4. Kąty obrotu statku powietrznego

Zależność pomiędzy wektorem prędkości kątowej związanym ze statkiem powietrznym $[p, q, r]^{T}$ a zmianą kątów Eulera $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^{T}$ jest następująca:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot$$
(5)
$$\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix} \equiv J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

co po uproszczeniu można zapisać następująco:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}.$$
 (6)

Uwzględniając kąty Eulera możemy wyrazić poszczególne składowe *x*, *y*, *z* położenia, prędkości i przyspieszenia statku powietrznego względem układu inercjalnego związanego z ziemią.

Przyspieszenia liniowe statku względem jego osi są następujące:

$$\dot{u} = rv - qw - g\sin\theta + \frac{1}{m} \left(X_{aero} + X_{propulsion} \right)$$

$$\dot{v} = pw - ru + g\sin\phi\cos\theta + \frac{1}{m} \left(Y_{aero} + Y_{propulsion} \right)$$

$$\dot{w} = qu - pv + g\cos\theta\cos\phi + \frac{1}{m} \left(Z_{aero} + Z_{propulsion} \right)$$
(7)



Rys. 5. Definicja kątów Eulera

Znając kąty Eulera możemy wyznaczyć prędkości statku względem układu ziemi

Γ	ż		$\cos\psi\cos\theta$	$-\sin\psi\cos\phi+\cos\psi\sin\theta\sin\phi$	$\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi$][u	Ċ
	ÿ	=	$\sin\psi\cos\theta$	$\cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\theta\sin\phi$	$-\cos\psi\sin\phi + \sin\psi\sin\theta\cos\phi$	H	v	,
L	ż		$-\sin\theta$	$\cos\theta\sin\phi$	$\cos\theta\cos\phi$		้ท	<i>.</i>
						(8)

gdzie: g - przyspieszenie ziemskie.

Równania (8) są wykorzystane do określenia położenia statku względem ziemi, tzn. odległość *x*, odległość *y* oraz wysokość h = -z.

Siła ciężkości przy założeniu, że przyspieszenie ziemskie nie zależy od krzywizny ziemi wynosi:

$$F_{x,gravity} = -mg \sin \theta$$

$$F_{y,gravity} = mg \cos \theta \sin \phi ,$$

$$F_{z,gravity} = mg \cos \theta \cos \phi$$

(9)

4. OBLICZENIA SIŁ I MONENTÓW AERODYNAMICZNYCH

Wstępnym etapem jest przeprowadzenie trymowania statku powietrznego odnoszącego się do położenia statku w punkcie równowagi. Samolot jest wytrymowany, jeżeli suma wszystkich sił i momentów aerodynamicznych oraz sił grawitacji działających na statek jest równa zero.

Ciśnienie dynamiczne działające na elementy statku powietrznego jest opisane następująco:

$$q = \frac{1}{2}\rho V^2, \tag{10}$$

gdzie: ρ – gęstość powietrza, V – prędkość powietrza.

Siły aerodynamiczne są następujące:

$$X = C_{x} \left(\frac{1}{2}\rho V^{2}\right) S, Y = C_{y} \left(\frac{1}{2}\rho V^{2}\right) S, Z = C_{z} \left(\frac{1}{2}\rho V^{2}\right) S \quad (11)$$

gdzie: S – pole powierzchni płata.

Momenty aerodynamiczne są następujące:

$$L = C_{l} \left(\frac{1}{2} \rho V^{2}\right) Sl, \ M = C_{m} \left(\frac{1}{2} \rho V^{2}\right) Sl, \ N = C_{n} \left(\frac{1}{2} \rho V^{2}\right) Sl$$
(12)

gdzie: l – długość (rozpiętość skrzydła dla momentów *roll* and *yaw*, szerokość skrzydła dla momentu *pitch*).

Współczynniki C_X , C_Y , C_Z , C_b , C_m , C_n są funkcjami liczby Reynoldsa i kątów aerodynamicznych α i β , jak również od wielu parametrów określających geometrię poszczególnych elementów statku. Wyznaczenie wartości szukanych współczynników zostało już przeprowadzone w środowisku COMSOL a jego wyniki posłużą nam do zbudowania prawa sterowania kątem pochylenia samolotu.

5. STEROWANIE I STABILIZACJA STATKU POWIETRZNEGO TYPU MAV

Warunkiem konicznym aby samolot latał jest jego stabilność lub sterowalność.

5.1. Model obiektu sterowania

Sterowanie stabilnością statku wymaga głównie uwzględnienia właściwości geometrycznych elementów statku, uwzględnienia momentów bezwładności, uwzględnienia sił i momentów aerodynamicznych. Problem sterowania MAV w początkowej fazie sprowadza się do wyznaczenia równań ruchu statku względem wzdłużnej osi samolotu. W odniesieniu do tego wariantu poszukiwane są sił X, Z oraz moment M. W przypadku ruchu bocznego samolotu do wyznaczenia równań ruchu niezbędnymi wielkościami są siła Y oraz momenty L i N.

Dla celów projektowych prawa sterowania równania ruchu statku przedstawiono w postaci modelu w przestrzeni stanu dla ruchu wzdłużnego.

Równanie ruchu wzdłużnego jest następujące:

gdzie:
$$\begin{bmatrix} u \\ u \\ w \\ q \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = A_{lon} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + B_{lon} \delta_e u \quad y = C \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$
(13)

$$A_{lon} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & 0 & -g\cos\Theta_o \\ \frac{Z_u}{m-Z_w} & \frac{Z_w}{m-Z_w} & \frac{Z_q + mU_0}{m-Z_w} & \frac{-mg\sin\Theta_0}{\frac{Z_u}{m-Z_w}} \\ \frac{M_u + Z_u\Gamma}{I_{yy}} & \frac{M_w + Z_w\Gamma}{I_{yy}} & \frac{M_q + (Z_q + mU_0)\Gamma}{I_{yy}} & \frac{-mg\sin\Theta_0\Gamma}{I_{yy}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lon} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x_c}{m} \\ \frac{\Delta z_c}{m - Z_w} \\ \left(\frac{\Delta M_c}{I_y} + \frac{M_w}{I_y} \frac{\Delta z_c}{m - Z_w} \right) \end{bmatrix}, \quad X_u = \frac{\partial X}{\partial u}, \quad \dots, \quad \Gamma = \frac{M_w}{m - Z_w}$$

 Δ_e – zmiana steru wysokości.

5.2. Analiza modalna ruchu wzdłużnego

Główne postacie częstotliwościowe ruchu wzdłużnego dzielimy na postacie długo-okresowe oraz krótko-okresowe.

- Długo-okresowe oscylacje (*ang. phugoid mode*) związane są z zależnością kąta pochylenia θ*i* prędkości ruchu powietrza względem osi x. Postać ta zazwyczaj posiada niską częstość i jest niestabilna. Niestabilność ta wynika z opóźnienia pomiędzy tymi wielkościami.
- Krótko-okresowe oscylacje (ang. short period mode).
 Postać ta jest silnie powiązana z kątem natarcia samolotu α oraz współczynnikiem kąta pochylenia. Postać ta posiada dużo większą częstotliwość niż phugoid mode

5.3. Sterowanie kątem pochylenia statku

Strukturę modelu symulacyjnego sterowania MAV ukazuję poniżej:



Rys. 6. Układ sterowania MAV

Tab.2.	Wartości	momentów	bezwładności	$[m^2kg]$
--------	----------	----------	--------------	-----------

J _{xx}	1.890048e-4
J _{yx}	0
J _{vv}	9.6397e-5
J _{zx}	0
J _{zy}	0
J _{zz}	2.8409e-4

Model rozpatrywanego MAV zawiera na krawędzi natarcia wysuwane bariery mechaniczne. Wysunięcie ich w odpowiednim miejscu powoduje zwiększenie siły nośnej a co za tym idzie unoszenie się samolotu. Wymienione bariery mechaniczne powodują niewielką zmianę poszczególnych momentów bezwładności. Zatem do dalszych obliczeń przyjęto optymalne wartości momentów bezwładności, które związane są z wysunięciem bariery 2434 zgodnie z pracą Kondratiuka (2009).

Pozostałe parametry, które nie zostały uzyskane na drodze obliczeń zostały założone z góry zgodnie z rozpatrywanym w literaturze MAV o podobnych rozmiarach.

Obliczenia dla modelu MAV zostały przeprowadzone w środowisku Matlab-Simulink. Sygnały sterujące i pomiarowe dla sterowania w osi wzdłużnej (logitudinal) są następujące:

wejście: ster wysokości;

- wyjście: kąt pochylenia samolotu θ .

5.3.1. Badania układu otwartego

Po wprowadzeniu do Matlaba postaci modelu w przestrzeni stanu dla ruchu wzdłużnego samolotu wstępnie przeprowadzono badania układu otwartego. W wyniku tych badań uzyskano następujące rezultaty.



Rys. 7. Mapa biegunów i zer

Tab. 3. Częstotliwości i tłumienia poszczególnych postaci

	mode	Częst. [rad/s]	tłumienie		
	phugoid	0.51	0.018		
	Short period	7.43	0.085		



Rys. 8. Odpowiedź na podane wymuszenie skokowe podane na wejście

5.3.2. Badania z regulatorem SMC (ang. Sliding Mode Control)

Następnie zaprojektowano prawo sterowania z regulatorem SMC dla modelu ruchu wzdłużnego samolotu i przeprowadzono badania modelu układu zamkniętego zarówno w dziedzinie czasu oraz częstotliwości.

W celu zaprojektowania regulatora należy rozpatrzyć trzy główne etapy:

- 1. Stworzyć regularną formę modelu układu w przestrzeni stanu.
- Stworzyć wektora płaszczyzny ślizgowej, która będzie spełniała następujący warunek S(x)=0; (aktualnie istnieje kilka sposób na wyliczenie wektora płaszczyzny ślizgowej. W moim przypadku zastosowałem metodę dekompozycji macierzy oraz metodę minimalizacji całkowego wskaźnika jakości zgodnie z metodą LQR.)
- Obliczyć pochodną wektora płaszczyzny ślizgowej w celu ukazania zmiany znaku przy kolejnych współczynnikach. Wówczas ma być spełniony warunek

$$S(x)^T S(x) < 0 \tag{14}$$

4. Zaprojektowanie prawa sterowania

$$u = -Kx - \eta sign(S) \tag{15}$$

gdzie:

 $K = -(SB)^{-1}SA$ – wektor wzmocnienia pętli sprzężenia zwrotnego, η – wzmocnienie ślizgowe (*ang. sliding gain*) *sign(S)* – funkcja signum, realizująca następujący warunek

$$sign(S) = \begin{cases} 1 \rightarrow S(x) > 0\\ 0 \rightarrow S(x) = 0\\ -1 \rightarrow S(x) < 0 \end{cases}$$
(16)

5. Zaprojektowanie układu zamkniętego z regulatorem SMC.

W odniesieniu do projektowanego regulatora SMC wartość wzmocnień pętli sprzężenia zwrotnego wynosi K=[0,9576 -0,2842 -1,0682 -5,5682], zaś wartość wzmocnienia ślizgowego $\eta = 0,0003$.

W wyniku powyższych badań zostały uzyskane następujące rezultaty:



Rys. 9. Odpowiedź modelu układu zamkniętego na podane wymuszenie skokowe na wejściu



Rys. 10. Odpowiedź układu zamkniętego na wymuszenie impulsowe



Rys. 11. Mapa biegunów i zer układu zamkniętego





Badania symulacyjne również przeprowadzono wymuszenia sinusoidalnego związanego z parametrami postaci phugoid. Dla przypomnienia, podam, iż wartość amplitudy takiego sygnału wynosi A=0,51, częstość drgań ω =0,51 [rad/s].

Wykresy uzyskane w dziedzinie czasu oraz częstotliwości udowadniają, że po zamknięciu modelu układu zamkniętego regulatorem SMC nastąpiło zwiększenie tłumienia. Szczególnie widoczne to jest na dwóch poniższych rysunkach.

W odniesieniu do Rys. 12 nastąpiło zmniejszenie amplitudy drgań, zaś w odniesieniu do Rys. 13 uzyskane zostało obniżenie charakterystyki amplitudowej w porównaniu do ch-ki układu otwartego.



Rys.13. Charakterystyka Bode dla układu otwartego i układu zamkniętego

6. WNIOSKI

W odniesieniu do rozpatrywanej metody sterowania widać, że podanie na wejściu wymuszenia skokowego powoduje chwilowe wyprowadzenie MAV z równowagi a następnie po ok. 3,5 [s] jego ustabilizowanie się. Zastosowana metoda sterowania sprawiła, że została wyeliminowana niestabilność układu. Tym samym nastąpiło przesunięcie biegunów układu otwartego związanego z postacią *phugoid* na lewą półpłaszczyznę zespoloną.

Zastosowane prawo sterowania w dalszym etapie badań zostanie poszerzone również o ruch boczny samolotu. Uzyskane w ten sposób wyniki zostaną zweryfikowane na rzeczywistym modelu poprzez zaprogramowanie autopilota.

LITERATURA

- 1. Edwards Ch., Spurgeon K. (1998), Sliding Mode Control, Theory and Applications, Taylor & Francis Ltd..
- Keltoum G. (2008) Sliding Mode Control of the Stator Currents of the Inductions Motor, *International Journal of Electrical and Power Enginnering* 2 (5), 283-287.
- Kondratiuk M. (2010), Badania symulacyjne charakterystyk aerodynamicznych bezzałogowego mikro samolotu typu delta z barierami mechanicznymi umieszczonymi przy krawędzi natarcia, Acta Mechanica et Automatica, Vol.4, No.3, Oficyna Wydawnicza PB.
- 4. Utkin V., Guldner J., Shi J. (1999) Sliding Mode Control in Electromechanical Systems, Taylor & Francis Ltd., 1999.
- 5. Uy-Loi L., (1997), Stability and Control of Flight Vehicle.
- 6. Yakut O. (2005), Fuzzy Sliding Mode Control of Structures, Elsevier, *Enginnering Structures*, No. 27, 277-284.

SLIDING MODE CONTROL OF THE MAV WITH USED ERALIER CALCULATED AERODYNAMICAL FORCES AND MOMENTS

Abstract: Nowadays control of MAV progressed in typical way by surface lift vehicle. Sometimes in relative limited possibility structural we may changed way control of MAV. Simultaneously we have changed way appear leading edge vortexes on vehicle. The paper was divided on two stage. In the first step was consider mathematical model of MAV with movable bar mechanical on leading edge. In second step was designed control law for control movable mechanical bar based on sliding controller. Obtained results in simulation was collected and compared.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu rozwojowego nr 0059/R/T00/2008/06 finansowanego ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.