

IDENTYFIKACJA MOMENTU PODPOROWEGO W BELCE CZĘŚCIOWO UTWIERDZONEJ

Jarosław MALESZA*

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 A, 15-351 Białystok

Streszczenie: W pracy przedstawiono procedurę identyfikacji momentu podporowego w statycznie niewyznaczalnej, częściowo utwierdzonej belce żelbetowej. Belka jest rygłem ramy żelbetowej, której stopień zamocowania podlega zmianom pod wpływem kontynuualnie narastającego obciążenia. Nadliczbową wielkością w belce jest moment zginający w utwierdzeniu. Niewiadomą tą wyznaczamy na podstawie identyfikacji ugięć teoretycznych i pomierzonych doświadczalnie w wybranych punktach elementu. Ugięcia teoretyczne obliczamy całkując numerycznie równanie krzywizny osi belki przy założeniu, że w procesie obciążania ujawniają się efekty nieliniowości fizycznej żelbetu. Efekty te ilościowo opisują: teoria zmian sztywności Muraszewa i wytyczne Eurokodu 2. Problem brzegowy, częściowego utwierdzenia belki, jest rozwiązywany procedurą iteracyjną właściwą problemowi początkowemu, z zastosowaniem schematu całkowania w przód o podwyższonej dokładności.

Słowa kluczowe: sztywność przekroju żelbetowego na zginanie, uogólnione prawo zginania belki żelbetowej, identyfikacja parametryczna.

1. Wprowadzenie

Podstawowym wymaganiem w procesie projektowania konstrukcji żelbetowych jest ustalenie najbardziej niekorzystnej kombinacji obciążeń oraz spełnienie warunków nośności i użyteczności. Wyznaczenie sił wewnętrznych odbywa się z reguły z wykorzystaniem metod analizy sprężystej. Układy statycznie niewyznaczalne wymagają określenia rozkładu sztywności przekrojów poprzecznych. Początkowa sztywność tych przekrojów jest wyznaczona ich geometrią, modułami odkształcenia materiałów, betonu i stali zbrojeniowej oraz rozmieszczeniem i wielkościami przekrojów zbrojenia głównego. Podczas wzrostu wyężenia konstrukcji żelbetowej początkowy rozkład sztywności podlega zmianom, które mają wpływ na siły wewnętrzne, w tym na wielkości nadliczbowe. Zależność sztywności przekrojów poprzecznych od ich wyężenia wyraża nieliniowość fizyczną żelbetu. Czynnikiem tej nieliniowości są niesprężyste właściwości betonu zarówno rozciąganego, jak i ściskanego. Zasadniczym czynnikiem są ograniczone zdolności odkształceniowe przy rozciąganiu, które wywołując rysy powodują silne, lokalne zmiany geometrii przekroju. Pomiędzy rysami kształtują się zwarte bloki, w których stan odkształceń i naprężeń nie odpowiada reakcji belkowej. Zarysowanie jest więc przyczyną nierównomiernych przestrzennie deformacji elementów żelbetowych. Zmieniająca się geometria przekroju zarysowanego powoduje degradację jego sztywności

w procesie obciążania. Intensywność tej degradacji na długości elementu różnicuje się. W konsekwencji żelbetowy element konstrukcyjny przekształca się w element o kontynuualnie ewoluującym rozkładzie sztywności. W stadiach poprzedzających stan graniczny nośności ujawniają się właściwości nieliniowe betonu ściskanego, co również wpływa na zmiany sztywności elementu. Uplastycznienie stali zbrojeniowej redukuje sztywność w otoczeniu przekrojów krytycznych do zera. Tworzą się przeguby plastyczne. Konstrukcja żelbetowa zmniejsza swój stopień statycznej niewyznaczalności lub przekształca się w mechanizm.

W przypadku układów statycznie wyznaczalnych te właściwości żelbetu nie mają wpływu na rozkład sił wewnętrznych, a tylko decydują o wartościach ugięć elementów.

Zaniedbanie nieliniowości fizycznej żelbetu w analizie statycznej jest więc założeniem silnie upraszczającym problem. Wyznaczone siły wewnętrzne metodami analizy sprężystej są wprost proporcjonalne do obciążenia zewnętrznego. Przyjmowanie tego obciążenia na poziomie obliczeniowym nie pozwala określić rozkładu sił wewnętrznych w stadiach poprzedzających wyczerpanie nośności konstrukcji. Momenty zginające wyznaczone w krytycznych przekrojach przesłowych i przywęzłowych zachowują stałe proporcje, niezależnie od intensywności wyężenia konstrukcji. Ma to wpływ na poprawność decyzji projektowych o rozmieszczeniu zbrojenia na odcinkach krytycznych.

* Autor odpowiedzialny za korespondencję. E-mail: j.malesza@kmb.pb.edu.pl

Efekty nieliniowego zachowania belek żelbetowych można uwzględnić poprzez analizy statyczne, w których uwzględnimy ewolucyjne zmiany sztywności wywołane narastającym obciążaniem. Możliwym sposobem ujęcia tych zmian jest założenie, że podstawą wyznaczenia ugięć elementu żelbetowego jest krzywizna odkształconej osi pręta.

$$k(x) = -\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{B(x)} \quad (1)$$

Przejęcie $B(x) \equiv B(x, M)$ oznacza, że we wzorze (1) uwzględniono zarówno początkową niejednorodność rozkładu sztywności belki, jak również zmianę sztywności przekrojów poprzecznych spowodowaną momentem zginającym.

W literaturze znajdujemy propozycje będące próbą teoretycznego ujęcia zjawiska zmian sztywności w konstrukcjach z betonu. Większość metod zakłada, iż zależność między krzywizną k i momentem zginającym M można aproksymować pewną funkcją $M(k)$. Funkcja może mieć charakter kontynualnie krzywoliniowy (Kuczyński, 1971). Inną funkcją jest zależność odcinkowo-liniowa (Knauff, 1979). Zależność taka odzwierciedla silną zmianę sztywności po zarysowaniu przekroju, bez opisu postępującego defektu sztywności.

Przykładem koncepcji zmian sztywności z uwzględnieniem osłabienia przekroju na skutek zarysowania jest teoria Muraszewa (Muraszew, 1950) zaadaptowana do praktycznego stosowania w polskiej normie PN-84/B-03264 *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie*. W teorii tej krzywizna odcinka między rysami jest obliczana na podstawie średnich odkształceń zbrojenia rozciąganego i skrajnego włókna ściskanego betonu. Odkształcenia te są uzależnione od odpowiednich wielkości występujących w przekroju zarysowanym. Sztywność przekrojów poprzecznych na odcinkach belki z momentami jednego znaku, ustala się przedziałami stałą, wyznaczaną dla przekroju ekstremalnie wyężonego.

Koncepcję dwufazową prezentuje również Eurokod 2, w której przy wystąpieniu zarysowania następuje skokowa zmiana sztywności.

Propozycję innych nieliniowych praw $M-k$ będących podstawą wyznaczenia ugięć przedstawiono w pracy (Malesza, 2008).

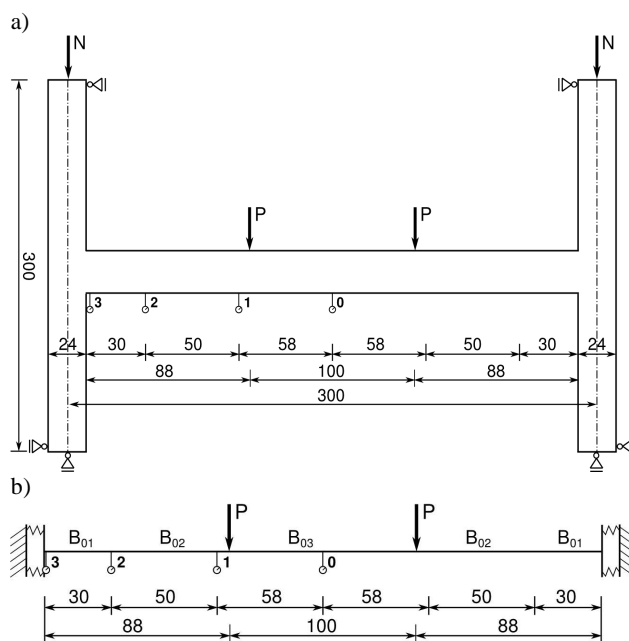
Związek pomiędzy sztywnością i krzywizną ugiętych elementów ma decydujące znaczenie w wyznaczaniu ugięć elementów. Ugięcia belek żelbetowych proponowano wyznaczać dla sztywności najbardziej wyężonego przekroju krytycznego belki swobodnie podpartej.

Celem pracy jest wyznaczenie ewolucji momentu podporowego na skutek kontynuального defektu sztywności w statycznie niewyznaczalnej belce żelbetowej. Belkę stanowi rygiel ramy częściowo utwierdzony na podporach i poddany działaniu obciążania narastającego. Sposób częściowego utwierdzenia nie ma charakteru sprężystego. Stanowi zamocowanie, którego moduł sztywności nie jest określony i zależy od poziomu

obciążenia. Węzeł zamocowania wykazuje efekty zarysowań, które wpływają na rozkład momentów zginających w ryglu pod działaniem wzrastającego obciążenia. Uwzględnimy prawo fizyczne przekrojów zginanych według Muraszewa będące podstawą wyznaczania ugięć według PN-84/B-03264 i porównamy z rozwiązaniami proponowanymi w obecnie obowiązującej normie PN-EN 1992-1-1:2008 zgodnej z Eurokodem 2 *Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*. Zadanie rozwiążemy wspomagając się wynikami doświadczenia przeprowadzonymi przez Bodzaka i Czwanianca (Bodzaka, 2001), którymi są deformacje belki: kąt obrotu w przekroju częściowego utwierdzenia oraz przemieszczenia wybranych punktów usytuowanych w przęśle.

2. Dane doświadczalne

Identyfikację momentów zginających przeprowadzono w oparciu o wyniki przemieszczeń rygla oraz kąta obrotu węzła ramy zamieszczone w pracy (Bodzaka, 2001). Zbadano monolityczną ramę żelbetową w kształcie litery H przedstawioną na rys. 1a. Do rygla ramy, o długości $l = 276$ cm, przyłożono dwie siły skupione. Obciążenie wzrastało od wartości 0 do 180 kN ze stałym krokiem równym około 10 kN. W słupach utrzymywano stałe obciążenie $N = 50$ kN.



Rys. 1. Badana monolityczna rama żelbetowa: a) Schemat ramy, b) schemat statyczny rygla, obciążenie i początkowy rozkład sztywności przyjęty w identyfikacji.

Rygiel ramy o przekroju 20×30 cm i rozpiętości 2,76 m był zbrojony w sposób właściwy dla rozkładu momentów z różnymi znakami: ujemnymi i dodatnimi. Wyróżniono w nim po trzy odcinki o zróżnicowanej sztywności, rozłożone symetrycznie względem środka belki. Sztywności poszczególnych odcinków oznaczono:

B_{01} , B_{02} i B_{03} (rys. 1b). Początkowy rozkład sztywności w przekrojach poprzecznych belki wynika z zastosowanego układu zbrojenia. Odcinki podporowe o długości 0,3 m są zbrojone dołem i górą symetrycznie, $A_{s1} = A_{s2} = 6,16 \text{ cm}^2$. Odcinki pośrednie o długościach 0,58 m mają zbrojenie dolne $A_{s1} = 8,17 \text{ cm}^2$ i górne $A_{s2} = 3,13 \text{ cm}^2$. Obejmują one odcinki belki, na których występuje zmiana znaku momentów. Odcinek przęsłowy o długości 1,0 m i zbrojeniu $A_{s1} = 8,17 \text{ cm}^2$, $A_{s2} = 2,26 \text{ cm}^2$ obejmuje środkową część belki. Zbrojenie poprzeczne stanowiły strzemiona o średnicy $\varnothing 8 \text{ mm}$ w rozstawie co 8 cm i co 24 cm. Rygiel wykonano z betonu, który miał wytrzymałość na ściskanie wyznaczoną z badań na kostkach $f_{c,cube} = 41,8 \text{ MPa}$. Pozostałe parametry betonu to: wytrzymałość średnia na ściskanie $f_c = 27,5 \text{ MPa}$, średnia wytrzymałość na rozciąganie $f_{ct} = 3,14 \text{ MPa}$ oraz średni moduł sprężystości podłużnej $E_{cm} = 23300 \text{ MPa}$.

W doświadczeniu rejestrowano przemieszczenia i odkształcenia wybranych punktów konstrukcji. Ugięcia rygla mierzono dwukrotnie, bezpośrednio po zwiększeniu obciążenia oraz przed kolejnym krokiem obciążenia. Ze względu na symetryczny rozkład zbrojenia w analizie uwzględniono ugięcia pomierzone w przekrojach: 0, 1, 2 oraz 3 (rys. 1 a i b).

Na wykresach przemieszczeń (rys. 2) zauważamy charakterystyczne dla żelbetu osobliwości reakcji deformacyjnej.

Trójodcinkowy przebieg zmian najwyraźniej uwidacznia linia ilustrująca ugięcie środka belki pod narastającym obciążeniem. Etap sprężystych odkształceń fazy przed zarysowaniem występuje do obciążenia około 35 kN. W procesie identyfikacji nie sugerowano się wartością momentu rysującego uzyskaną w doświadczeniu. Moment ten został ustalony na podstawie wytycznych norm PN-84/B-03264 i PN-EN 1992-1-1:2008.

Analizę przeprowadza się w zakresie obciążeń eksploatacyjnych, do wartości $0,8P_{max} = 145 \text{ kN}$. Wykresy przebiegów ugięć w tym zakresie są ogólnie krzywoliniowe, bez gwałtownych przyrostów przemieszczeń.

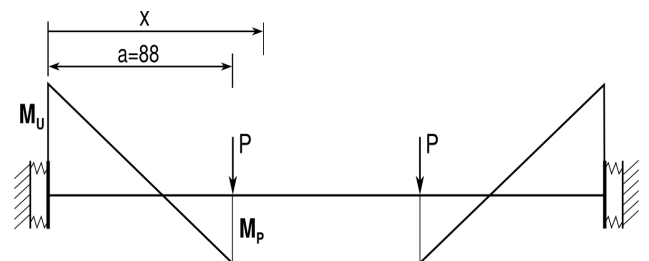
W fazie wyczerpywania nośności ($P > 145 \text{ kN}$)

uwidaczniają się efekty uplastycznienia zbrojenia. Nie prowadzą one do zniszczenia elementu ponieważ stal doznaje wzmocnienia plastycznego, a beton nie ulega zmięczeniu. Wzrost obciążenia notowano do wartości 180 kN. Badania zakończono, gdy przemieszczenia w środku rozpiętości przekroczyły 50 mm, a ostatni odczyt w stosunku do poprzedniego charakteryzował się 15% wzrostem ugięcia. Opis wyczerpania nośności nie jest tematem niniejszej pracy.

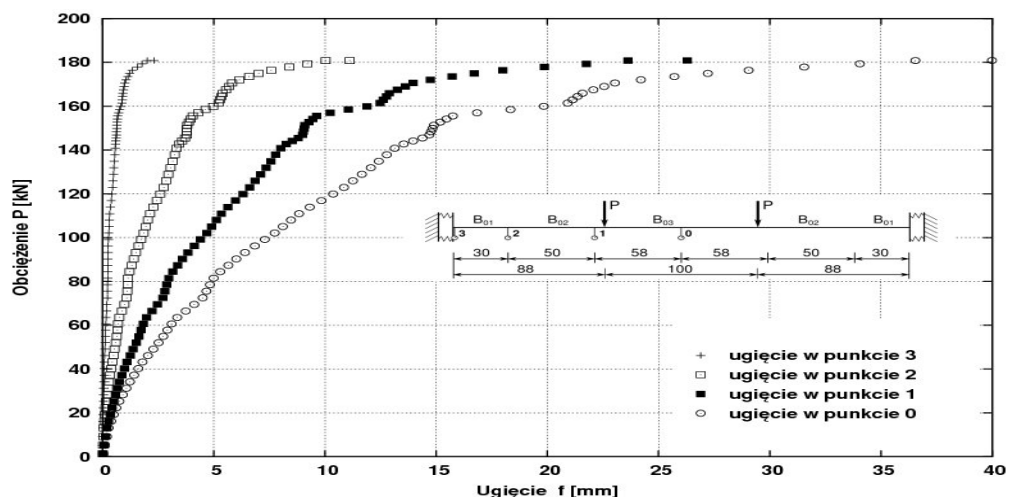
3. Numeryczny algorytm wyznaczania ugięć

W analizowanym przypadku belki obustronnie częściowo utwierdzonej, obciążonej dwiema siłami skupionymi, poszukuje się ugięć teoretycznych w środku rozpiętości. Wyznaczenie ugięć sprowadza się do dwukrotnego całkowania równania (1), przy założeniu odpowiednich warunków brzegowych.

W klasycznym utwierdzeniu powinniśmy przyjmować warunki brzegowe, dla których: $y(0) = y(l) = 0$ i $y'(0) = y'(l) = 0$. Badania doświadczalne pokazują, że w węzłach ramy występują deformacje związane zarówno z obrotem jak i przemieszczeniami. Utwierdzenie rygla staje się poprzez to częściowe, z zachowaniem układu sił wewnętrznych belki obustronnie zamocowanej. Zmodyfikujemy więc warunki brzegowe przyjmując: $y(0) = f_3$ i $y'(0) = \varphi_{eksp}$, $y(l/2) = f_0$, gdzie f_0 i f_3 są pomierzonymi przemieszczeniami rygla w przekroju 0 i 3 (rys. 1), a φ_{eksp} jest kątem obrotu przekroju utwierdzenia uzyskanym w doświadczeniu.



Rys. 3. Rozkład momentów zginających na długości rygla



Rys. 2. Przesunięcia osi rygla zmierzone w badaniach doświadczalnych

Rozkład momentów zginających na długości belki nie jest znany z uwagi na statyczną niewyznaczalność układu. Kształt wykresu momentów jest dwuliniowy (rys. 3), a równania momentów (2) są określone z dokładnością do wartości nadliczbowej – momentu utwierdzenia M_U .

$$M(x) = \begin{cases} M_U - P \cdot x, & \text{jeżeli } x \in \langle 0, a \rangle \\ M_U - P \cdot (x - a) = M_P = \text{const}, & \text{jeżeli } x \in \left\langle a, \frac{l}{2} \right\rangle \end{cases} \quad (2)$$

Wyznamy nadliczbową wartość M_U wykorzystując w iteracyjnym algorytmie sposób numerycznego całkowania równania (1). Dokonamy podziały osi belki na węzły z krokiem Δx . Krok całkowania Δx ustalono jako odpowiedni ułamek długości belki, na przykład $\Delta x = L/N$, gdzie $N = 1000$. Poszukiwaną linię ugięcia belki przedstawimy szeregiem Taylora. Ograniczając się do czterech początkowych wyrazów rozwinięcia uzyskujemy wzór całkowy

$$y(x + \Delta x) = y(x) + y'(x) \cdot \Delta x + y''(x) \cdot \frac{(\Delta x)^2}{2!} + y'''(x) \cdot \frac{(\Delta x)^3}{3!} \quad (3)$$

Drugą i trzecią pochodną funkcji ugięcia wyznacza się na podstawie sił wewnętrznych. Określamy $y''(x) = M(x)/B_i$, gdzie $M(x)$ jest momentem zginającym w bieżącym przekroju, a B_i odpowiadającą mu sztywnością na odcinku 1, 2 lub 3. Uwzględniamy wpływ sił poprzecznych, których rozkład na długości belki jest znany z uwagi na symetrię belki i obciążenia. Przyjmujemy, że $y'''(x) = T(x)/B_i$.

Całkowanie według (3) będziemy wykonywać z jednoczesnym wyborem wartości M_U odpowiedniej dla danego poziomu obciążenia. O poprawności wyboru M_U decyduje kryterium zgodności wartości ugięcia teoretycznego $y(l/2)$ i wartości pomierzonej f_0 z założoną dokładnością. W procedurze całkowania ustalano sztywność przekroju poprzecznego w węzłach osi belki jako zależną od momentu zginającego $M_i = M(x_i)$. Wykorzystywano w tym celu zależność Muraszewa opisaną w PN-84/B-03264:

$$B(x) = \begin{cases} B_0 = E_{cm} \cdot J_0, & \text{gdzie } M \leq M_{cr} \\ B_{II} = \frac{z_f \cdot h_0}{\frac{\psi_a}{E_a \cdot F_a} + \frac{0,9}{v \cdot E_b \cdot F_{bc}}} & \text{gdzie } M > M_{cr} \end{cases} \quad (4)$$

gdzie

$$M_{cr} = \left[0,292 + 1,5 \cdot \frac{n}{b \cdot h} \cdot (A_{S1} + 0,1 \cdot A_{S2}) \right] \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{ct} \quad (5)$$

We wzorze (5) przyjęto, że $f_{ct} = \bar{f}_{ct} = 3,14$ MPa. Ponadto analizy numeryczne przeprowadzono dla sztywności przekroju w fazie zarysowanej B_{II} opisanej w Eurokodzie 2 i przyjętej w aktualnej obowiązującej normie projektowania konstrukcji żelbetowych PN-EN 1992-1-1:2008

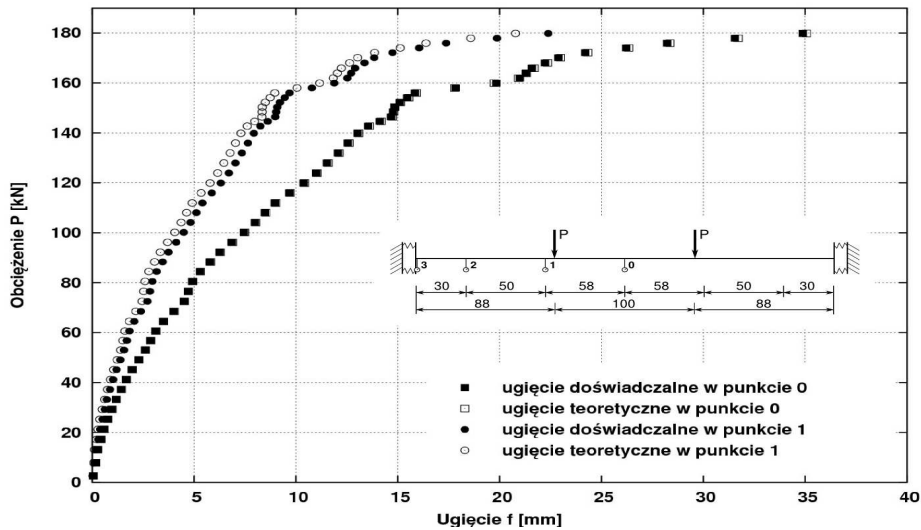
$$B_{II} = \frac{E_{cm} \cdot J_{II}}{1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{J_{II}}{J_0} \right)} \quad (6)$$

W powyższym prawie (6) stosunek naprężeń σ_{sr}/σ_s zastąpiono ilorazem momentu wywołującego zarysowanie i poszukiwanej wartości momentu w najbardziej wyężonym przekroju przywęzłowym M_{cr}/M_U i w przekroju przeszłowym M_{cr}/M_P , gdzie określono $M_{cr} = W \cdot \bar{f}_{ct}$. Wartości współczynników β_1 i β_2 przyjęto równe 1,0, uwzględniając, że belka jest zbrojona prętami uźebrowanymi i poddana obciążeniu doraźnemu.

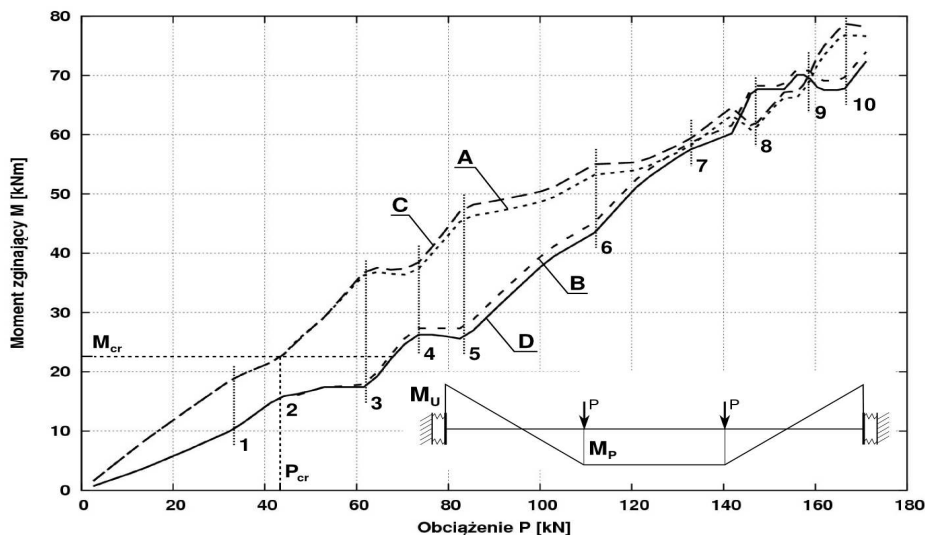
4. Wyniki numeryczne

Zależności obciążenie P – ugięcie f w punkcie środkowym: doświadczalne f_0 albo teoretyczne $y(l/2)$ wykazują wysoki stopień zgodności (rys. 4). Świadczy to o poprawności prognozy teoretycznej na sztywność zginanego przekroju żelbetowego. Podstawowym parametrem, którym sterowano w celu uzyskania zgodności przemieszczeń był moment zginający w przekroju przywęzłowym M_U . Wartość ta określa moment przeszłowy $M_P = M_U - P \cdot (x - a)$. Przebieg zmienności obydwu momentów pokazano na rys. 5. Proporcjonalny, liniowy wzrost momentów obserwujemy do obciążenia około 42 kN. Jest to obciążenie, które w badaniach doświadczalnych wywołało pierwsze rysy na odcinku środkowym belki. Wartość obciążenia rysującego odpowiada momentowi rysującemu równemu około 23 kNm wyznaczonemu na podstawie zależności (5). Moment przeszłowy osiąga wartość momentu rysującego wcześniej niż moment w przekroju przywęzłowym, który jest silniej zbrojony. Pojawienie się zarysowania wywołuje ubytki sztywności i zaburzenie proporcjonalnej relacji analizowanych momentów.

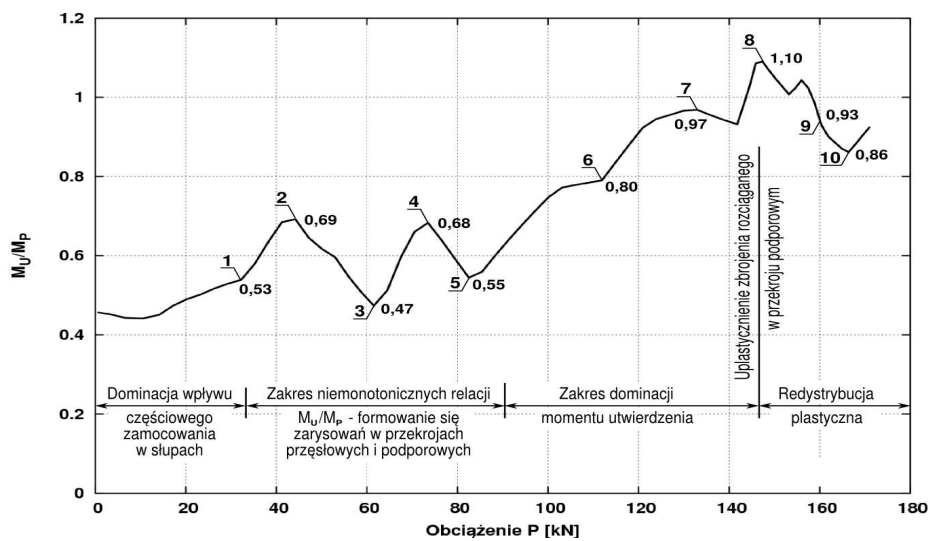
W celu analizy ścieżek zmian momentów w procesie obciążenia przedstawionych na rys. 5 zaznaczono pewne charakterystyczne punkty 1, 2, ... 10. W punktach tych wyznaczono iloraz wartości momentów podporowego do przeszłowego. Iloraz ten jest miarą sztywności częściowego zamocowania rygla w słupach ramy. Jego charakterystyczne wartości ilustruje rys. 6. Układają się one w linię łamaną, na której można wyodrębnić ewolucję częściowego zamocowania rygla. W zakresie do siły kończącej liniowo-sprężyste wyężenie przekroju przeszłowego ($P = 32$ kN = $0,75 P_{cr}$) iloraz jest wartością stałą. Oznacza to, że rozdział momentu globalnego dla rygla $M_g = Pa$ na momenty podporowy i przeszłowy realizuje się proporcjonalnie. W zakresie obciążeń ($P = 32$ kN, $P = 93$ kN) pojawiają się efekty zarysowań przeszłowych i przypodorowych. Wzajemna relacja momentów w tych przekrojach jest nieustabilizowana.



Rys. 4. Ugięcia teoretyczne i doświadczalne w przekrojach rygla



Rys. 5. Przebieg zmienności momentu przęsłowego M_P i przywęzłowego M_U , przy założeniu zmian sztywności przekroju według Muraszewa i EC2: A – M_P , sztywność według Muraszewa, B – M_U , sztywność według Muraszewa, C – M_P , sztywność według EC2, D – M_U , sztywność według EC2

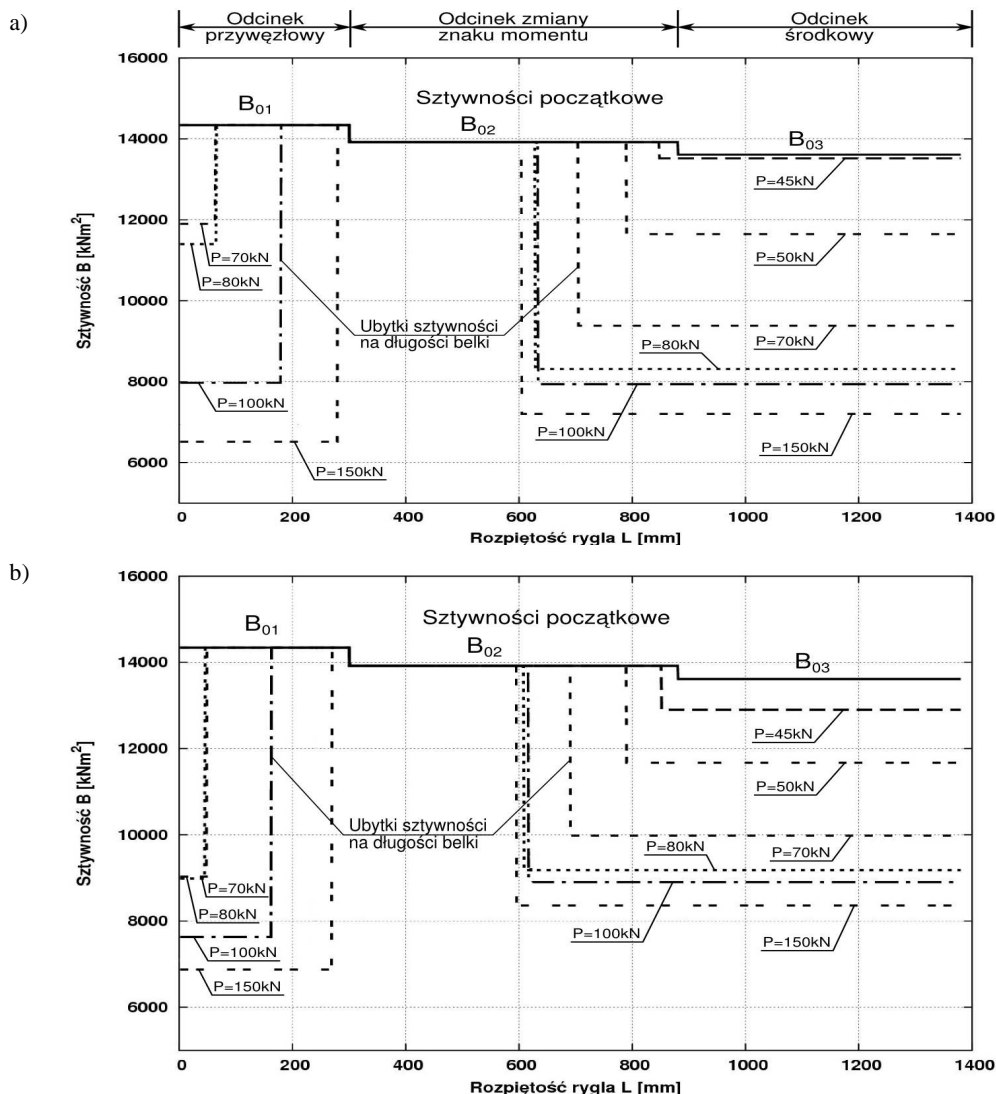


Rys. 6. Stosunek wartości momentu utwierdzenia do momentu przęsłowego

W przedziale obciążenia od 83 kN do 146 kN kontynualnie zwiększa się efektywność przekroju utwierdzenia w przenoszeniu momentów zginających. Końcowa wartość obciążenia $P = 146$ kN odpowiada w przybliżeniu wartości momentu M_U , przy którym w przekroju podporowym ramię sił wynosi $z = d - a_2$. Siła w górnym zbrojeniu rozciągany jest wówczas równa sile uplastyczniającej na poziomie charakterystycznym, $Z_k = A_{sI} \cdot f_{yk} = 250$ kN. Stąd można wnioskować, że w dalszym procesie obciążania iloraz M_U/M_P będzie zmniejszał się – efektywniejszy w przejmowaniu momentu globalnego staje przekrój przęsłowy. Prognozę

tą potwierdza odcinek 8-10 linii łamanej na rys. 6. W dalszym procesie obciążania następuje faza wyczerpania nośności, w której pojawiają się najczęściej zjawiska towarzyszące uplastycznieniu zbrojenia rozciąganego.

Wyniki analizy numerycznej w aspekcie zmian sztywności w procesie obciążania są przedstawione na rys. 7. Z przestrzennego rozkładu tych zmian wynika, że koncentrują się one głównie na odcinkach przywęzłowym i przęsłowym. W doświadczeniu zarysowanie obu odcinków było bardzo intensywne. Były one rozdzielone niezarysowanym odcinkiem pośrednim.



Rys. 7. Ewolucja rozkładu sztywności na długości ryglu w różnych stadiach obciążania: a) według Muraszewa, b) według EC2

5. Wyniki końcowe

Badania doświadczalne dowodzą, iż utwierdzenie ryglu w węzle ramy jest zamocowaniem, którego sztywność podlega zmianom wynikającym zarówno z obrotu węzła ramy jak również jego deformacji. W węzle tworzy się złożony układ naprężeń. Wyniki analizy wskazują, iż uwzględnienie częściowego utwierdzenia, jest właściwym założeniem do wyznaczenia rozkładu

momentów zginających w oparciu o procedurę identyfikacyjną. Przyjęte kryterium zgodności ugięć teoretycznych i doświadczalnych było podstawą do wyznaczenia nadliczbowej siły wewnętrznej - momentu zginającego w przekroju utwierdzenia - w analizowanym układzie statycznie niewyznaczalnym. Moment ten decyduje o rozkładzie momentów na długości całego elementu. Odcinek liniowych przyrostów momentów, świadczący o proporcjonalnej reakcji konstrukcji na

zadawane obciążenie, stanowi około 20% całego zakresu obciążeń. Cały proces obciążania można podzielić na fazy zróżnicowanych przyrostów obu sił wewnętrznych. Rezultaty analiz wskazują, że pomiędzy przekrojami przywęzłowymi i przęsłowymi zachodzi proces redystrybucji momentów zginających ale przedziałami nie jest on monotoniczny.

Ewolucja przestrzennych zmian sztywności na długości elementu świadczy o silnym zarysowaniu przekrojów poprzecznych w obszarze przyległym do węzła, jak i na odcinku środkowym rygla.

Uzyskana bardzo dobra zgodność przemieszczeń doświadczalnych i teoretycznych belki świadczy zarówno o poprawności teorii zginania żelbetu Muraszewa i EC2, jak również o poprawności zaproponowanego podejścia identyfikacyjnego do wyznaczenia sił wewnętrznych w belce statycznie niewyznaczalnej.

Literatura

- Bodzak P., Czkwianianc A. (2001). Doświadczalne badania monolitycznych ram żelbetowych – strefa skrajnego węzła. *Badania doświadczalne elementów i konstrukcji betonowych. Zeszyt nr 11, Politechnika Łódzka.*
- Knauff M. (1979). O obliczaniu przemieszczeń belek żelbetowych metodą dwóch prostych. *Wyd. Politechniki Warszawskiej, Zeszyty Naukowe. Budownictwo, z. 65.*
- Kuczyński W. (1971). Konstrukcje betonowe. Kontynuacja teorii zginania. *PWN Warszawa.*
- Malesza J. (2008). Nieliniowe prawa M-k jako podstawa wyznaczania ugięć belek żelbetowych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej. Budownictwo, z. 32, 103-114.*
- Muraszew W. J. (1950). Treszczynoutoicziwost, żestkost i procznost żelezobetonu. *Maszstroizdat, Warszawa.*

IDENTIFICATION OF SUPPORTING MOMENT IN SEMI-FIXED BEAM

Abstract: Paper presents procedure of supporting moment identification in the statically indeterminable, partly fixed reinforced concrete beam. Examined beam is a part of reinforced concrete frame, where rate of fixing is subjected variation under influence of continually increasing loading. Bending moment at the fixing end remains the unknown internal force in the beam. This unknown is determined on the basis of identification of theoretical and experimentally measured deflections in the selected sections of element. Theoretical deflections are computed numerically integrated curvature equation of the beam axis under assumption that effects of physical nonlinearity of reinforced concrete reveal in the process of loading.

These effects describes quantitatively the Murashev theory of stiffness changes. Boundary problem of partly fixed beam is solved applying iterative procedure characteristic the initial problem applying integration schema ahead with increased accuracy.

Artykuł powstał w ramach pracy badawczej statutowej S/WBIS/3/08 realizowanej w Politechnice Białostockiej