IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU ROBOTA

Zenon HENDZEL^{*}, Marcin NAWROCKI^{*}

* Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

zenhen@prz.edu.pl, marcin.nawrocki@prz.edu.pl

Streszczenie: Artykuł przedstawia algorytm identyfikacji nieznanych parametrów modelu manipulatora Scorbot opracowany na podstawie zasady równowartości energii kinetycznej i pracy. Do oceny parametrów zastosowano estymator gradientowy. W niniejszym artykule przedstawiono weryfikację eksperymentalną działania algorytmu na obiekcie rzeczywistym.

1. WPROWADZENIE

Zaawansowane algorytmy sterowania wymagają przyjęcia odpowiedniego opisu matematycznego sterowanego obiektu w celu kompensacji występujacych nieliniowości. Z reguły, model matematyczny manipulatora nie jest dokładnie znany. Jednym z elementów układu sterowania tego typu obiektami jest algorytm estymujący w czasie rzeczywistym nieznane parametry obiektu. Są to tzw. rekurencyjne (adaptacyjne) algorytmy identyfikacji (Åström i Wittenmark, 1989; Eykhoff, 1980; Giergiel i Uhl, 1990; Giergiel i inni, 2002; Kozłowski i Dutkiewicz, 1996; Söderström i Stoica, 1997; Slotine i Li, 1991; Tchoń i inni, 2000). Ocenę parametrów identyfikatora uzyskuje się na podstawie sterowań i bieżacych pomiarów stanu identyfikowanego obiektu. Stosowane techniki identyfikacji oparte są o założenie liniowości opisu matematycznego własności dynamicznych obiektów ze względu na estymowane parametry (Åström i Wittenmark, 1989; Eykhoff, 1980; Söderström i Stoica, 1997; Slotine i Li, 1991).



Rys. 1. Manipulator SCORBOT

W pracy tej rozwinięto ideę zaproponowanego w artykule Hendzla i Nawrockiego (2006) algorytmu identyfikacji z zastosowaniem liniowego opisu manipulatora względem estymowanych parametrów oraz przeprowadzono weryfikację eksperymentalną jego działania wykorzystując pakiet Matlab/Simulink oraz kartę pomiarową dSpace 1104. Linearyzację modelu matematycznego analizowanego manipulatora względem jego parametrów przeprowadzono na podstawie zasady równowartości energii kinetycznej i pracy. Rozważania dotyczące opisu ruchu przeprowadzono na przykładzie manipulatora SCORBOT przedstawionego na zdjęciu (Rys. 1).

2. MODEL MANIPULATORA

Do opisu ruchu manipulatora założono, że Scorbot jest manipulatorem o sztywnych ramionach i sztywnych przegubach (*manipulator sztywny*) (Craig (1989), Spong, Vidyasagar (1997)). Pierwszy człon modelowano jako bryłę o momencie bezwładności $I_z^{(1)}$, natomiast człon drugi i trzeci zastąpione trzema masami dyskretnymi zgodnie z Rys. 2. Natomiast chwytak uproszczono do punktu materialnego.



Rys. 2. Sposób dyskretyzacji masy 2. i 3. członu manipulatora

W celu wyznaczenia wartości mas dyskretnych przyjęto, że $m_j = m_{j1} + m_{j2} + m_{j3}$; $m_{j1} = m_{j3}$, j = 2,3, założono moment bezwładności względem środka *j*-tego członu będzie odpowiadał momentowi bezwładności pręta, wówczas $1/12m_j(l_j)^2 = m_{j1}(l_j/2)^2 + m_{j3}(l_j/2)^2$. Jako współrzędne uogólnione przyjęto kąty obrotu poszczególnych członów w sposób przedstawiony na rysunku 1 i oznaczono jako q_1, q_2, q_3 .

Powyższe założenia wynikają z celu budowy modelu matematycznego, jakim jest kompensacja nieliniowości obiektu rzeczywistego w układach sterowania ruchem manipulatora.

Energię kinetyczną układu wyznaczono jako sumę energii poszczególnych członów:

$$E = E^{(1)} + E^{(2)} + E^{(3)}, \qquad (1)$$

$$E^{(1)} = \frac{1}{2} \cdot I_z^{(1)} \cdot \omega_1^2, \qquad (2)$$

$$E^{(2)} = \frac{1}{2} \cdot m_{21} \cdot v_{21}^{2} + \frac{1}{2} \cdot m_{22} \cdot v_{22}^{2} + \frac{1}{2} \cdot m_{23} \cdot v_{23}^{2}, \qquad (3)$$

$$E^{(3)} = \frac{1}{2} \cdot m_{31} \cdot v_{31}^{2} + \frac{1}{2} \cdot m_{32} \cdot v_{32}^{2} + \frac{1}{2} \cdot m_{33} \cdot v_{33}^{2}, \qquad (4)$$

gdzie: m_2 , m_3 – masy odpowiednio członów 2, 3, $I_z^{(1)}$ – moment bezwładności bryły 1 względem osi z.

Zamieszczone w opisie energii kinetycznej prędkości wyznaczono na podstawie geometrii modelu przestawionego na Rys. 3.



Rys. 3. Struktura kinematyczna analizowanego robota

Energię potencjalną poszczególnych mas w polu ziemskim opisano zależnościami (5-7), założono, że poziom porównawczy odpowiada położeniu ramion manipulatora dla zerowej wartości kąta obrotu q_i .

$$V = V^{(2)} + V^{(3)}, (5)$$

$$V^{(2)} = m_{22} \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot \sin q_2 + m_{23} \cdot g \cdot l_2 \cdot \sin q_2, \qquad (6)$$

$$V^{(3)} = m_{31} \cdot g \cdot l_2 \cdot \sin q_2 + m_{32} \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot l_3 \cdot \sin q_3 + , \qquad (7)$$

$$+m_{33}\cdot g\cdot l_3\cdot \sin q_3$$

gdzie $l_{(.)}$ – długości członów.

Siły uogólnione zapisano w postaci (8):

$$Q_{j}\delta q_{j} = (\tau_{wj} - \tau_{oj})\delta q_{j}$$

$$\downarrow , j = 1, 2, 3, \qquad (8)$$

$$Q_{j} = \tau_{wj} - \tau_{oj}$$

gdzie: τ_{wj} – moment siły napędzający odpowiedni człon, τ_{oj} – moment sił oporowych w odpowiedniej parze kinematycznej złączu opisanej równaniem:

$$\tau_{oj} = \tau_{sj} \cdot \operatorname{sgn}\left(\tau_{wj} - \left(\mathbf{C}(\dot{q}, q)\dot{\mathbf{q}}\right)_{j} - G_{j}(q)\right) + \tau_{vj}$$
(9)

Równanie (9) jest opisem oporów ruchu występujących w parach kinematycznych manipulatora. Przyjęto, że wartość sił tarcia statycznego i suchego jest jednakowa oraz że siły oporowe zawsze przeszkadzają w założonym ruchu.

W pracy nie przytoczono pełnego matematycznego modelu manipulatora ponieważ wyznaczenie energii kinetycznej i potencjalnej oraz podane równanie sił uogólnionych jest wystarczające do realizacji celu niniejszej pracy.

3. IDENTYFIKACJA PARAMETRYCZNA

W celu wyprowadzenia modelu manipulatora w postaci liniowej ze względu na nieznane (estymowane) parametry rozpatrzymy opisywany układ korzystając z zasady równowartości energii kinetycznej i pracy. Zapiszmy równanie opisujące wspomnianą zasadę:

$$dE = dL \tag{10}$$

W analizowanym przypadku lewa strona równania (10) opisuje elementarną energię kinetyczną układu natomiast prawa strona równania będzie sumą elementarnych prac wykonanych przez momenty napędowe $dL^{(w)}$, momenty oporów ruchu $dL^{(o)}$ oraz momenty pochodzące od sił cięż-kości $dL^{(p)}$:

$$dL = dL^{(w)} - dL^{(p)} - dL^{(o)}$$
(11)

Podstawiając (11) do równania (10) po przekształceniu otrzymamy

$$dE + dL^{(p)} = dL^{(w)} - dL^{(o)}$$
(12)

Jeżeli zamiast elementarnej pracy wykonanej przez siły ciężkości wprowadzimy energię potencjalną oraz zróżniczkujemy powyższe równanie względem czasu otrzymamy równanie bilansu mocy w postaci (13).

$$\frac{d}{dt}(E+V) = \boldsymbol{\tau}_{w}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{q}} - \boldsymbol{\tau}_{o}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{q}}$$
(13)

gdzie : τ_w – wektor momentów wymuszających, τ_o – wektor momentów oporowych, ponieważ

$$dL_{j}^{(o)} = \tau_{oj}\delta q_{j} \tag{14}$$

$$N_i^{(o)} = \tau_{oi} \delta \dot{q}_i \tag{15}$$

Oznaczając $\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_{1} = E + V$ gdzie

$$\mathbf{b}_{1} = \begin{bmatrix} I_{1} & m_{2} & m_{3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{1} \operatorname{sgn}(F_{s1}) & \dot{q}_{1}^{2} & \dot{q}_{2} \operatorname{sgn}(F_{s2}) \dots \\ \dots \dot{q}_{2}^{2} & \dot{q}_{3} \operatorname{sgn}(F_{s3}) & \dot{q}_{3}^{2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{b}_{2} = \begin{bmatrix} F_{s1} & F_{v1} & F_{s2} & F_{v2} & F_{s3} & F_{v3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

ostatecznie podstawiając uzyskujemy:

$$\left(\frac{d}{dt}\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\right)\mathbf{b}_{1} + \mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_{2} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{q}}$$
(16)

Występujące w równaniu (16) przyspieszenie \ddot{q} powoduje, że nie jest to wygodna postać do rozwiązania zadania identyfikacji parametrycznej. W celu wyeliminowania tej niedogodności należy przeprowadzić filtrację, która pozwoli nam przekształcić równanie (16) do postaci:

$$y = \mathbf{W} (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{a}$$
(17)

gdzie: y – jest nowym wyjściem modelu po filtracji wektora $\boldsymbol{\tau}$, \boldsymbol{a} – wektorem parametrów: $\boldsymbol{a} = [\boldsymbol{b}_1^T \ \boldsymbol{b}_2^T]^T \boldsymbol{\epsilon} R^9$, \boldsymbol{W} – jest przefiltrowanym opisem wektorów \boldsymbol{D} i \boldsymbol{P} .

W tym celu korzystne będzie zastosowanie filtru pierwszego rzędu o transmitancji opisanej zależnością (18) (Slotinr i Li, 1991).

$$G(p) = \frac{1}{p+\lambda},\tag{18}$$

gdzie p jest operatorem Laplace'a, a λ znaną wartością dodatnią. Filtrując równanie (16) w celu wyeliminowania "przyspieszeń" otrzymamy:

$$\lambda \left(\mathbf{D} - \frac{\lambda \mathbf{D}}{p + \lambda} \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{b}_{1} + \frac{\lambda \mathbf{P}^{\mathrm{T}}}{p + \lambda} \mathbf{b}_{2} = \frac{\lambda}{p + \lambda} \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{q}}$$
(19)

Po podstawieniu

$$y = \frac{\lambda}{p + \lambda} \boldsymbol{\tau}_{w}^{T} \dot{\mathbf{q}}$$
$$\mathbf{W}^{T} = \left[\lambda \left(\mathbf{D} - \frac{\lambda \mathbf{D}}{p + \lambda} \right)^{T} \quad \frac{\lambda \mathbf{P}^{T}}{p + \lambda} \right] \in \mathbf{R}^{9}$$

otrzymano liniowy opis ze względu na estymowane parametry (17).

Estymata wartości wyjściowej będzie opisana wzorem:

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{\lambda}{p+\lambda} \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{w}}^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{q}}$$
(20)

Po przekształceniu otrzymujemy

$$\dot{\hat{y}} + \lambda \hat{y} = \boldsymbol{\tau}_{w}^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{q}}$$
(21)

$$\dot{\hat{y}} = \boldsymbol{\tau}_{w}^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{q}} - \lambda \hat{y}$$
⁽²²⁾

$$\hat{y} = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{a}}$$
(23)

będzie sygnałem predykcji modelu (17) wówczas można zdefiniować błąd:

$$e = \hat{y} - y , \qquad (24)$$

lub

$$e = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{a} = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{a}} , \qquad (25)$$

gdzie $\tilde{a} = \hat{a} - a$ jest błędem oceny parametrów.

Szybkość i poprawność estymacji parametrów wektora *a* zależy od wyboru metody estymacji oraz od jakości informacji zawartej w zbiorze danych koniecznych do wyznaczenia wyjścia *y* oraz wektora **W**.

Jedną z najprostszych metod estymacji parametrów jest metoda gradientowa (Åström i Wittenmark, 1989; Eykhoff, 1980; Söderström i Stoica, 1997; Slotine i Li, 1991), w której zmiana wartości estymowanych parametrów powinna prowadzić do minimalizowania błędu. Dla metody tej kryterium oceny parametrów zdefiniowano jako:

$$I = \frac{1}{2}e^2,$$
 (26)

wówczas ocenę wektora parametrów wyznaczymy z równania

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{c} \frac{\partial e^2}{\partial \hat{\mathbf{a}}}, \qquad (27)$$

gdzie c > 0 jest wzmocnieniem uczenia. Na podstawie równań (25) i (26), prawo oceny parametrów (27) zapiszemy jako

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{c}\mathbf{W}\mathbf{e} \,. \tag{28}$$

W tym przypadku istotny staje się wybór wartości elementów macierzy wzmocnienia uczenia **c**, od którego w głównej mierze zależy zbieżność estymatora. Ogólnie mówiąc zwiększenie wartości wzmocnienia uczenia spowoduje szybszą zbieżność parametrów. Istotną własnością estymacji gradientowej jest zależność jej zbieżności od warunku początkowego zależności (28). Zatem zbyt duże wzmocnienie uczenia może powodować oscylacje wartości estymowanych parametrów, co za tym idzie wolniejszą zbieżności.

4. WYNIKI EKSPERYMENTU

W celu wstępnej weryfikacji zaproponowanego algorytmu identyfikacji przeprowadzono symulację jego działania na drodze rozwiązania numerycznego w środowisku programowym Matlab/Simulink. Ze względów objętości niniejszego opracowania wyniki symulacji będą pominięte, jednak należy podkreślić, że na ich podstawie podjęto decyzję o przyjęciu modelu do eksperymentalnej weryfikacji.

Ten etap pozwala potwierdzić praktycznie przydatność zaproponowanego podejścia. Eksperyment przeprowadzony był z wykorzystaniem karty pomiarowej dSpace1104, która w połączeniu z oprogramowaniem Matlab/Simulink tworzy bardzo wydajne środowisko szybkiego prototypowania. Na rysunku 4 przedstawiono ogólny schemat układu identyfikacji parametrycznej zaproponowanej dla analizowanego manipulatora.



Rys. 4. Ogólny schemat przyjętego układu identyfikacji



Rys. 5. Tor ruchu oraz prędkość punktu K

W przypadku analizowanego układu istnieje konieczność dostarczenia danych pomiarowych o dostatecznie dużej ilości informacji jak i odpowiednio długiego okresu czasu. Do wygenerowania parametrów ruchu, poszczególnych członów manipulatora, przyjęto tor ruchu punktu charakterystycznego K w postaci okręgu o promieniu R = 0,1m leżącym w płaszczyźnie *xy* co pokazano na Rys. 5. Punkt charakterystyczny K manipulatora poruszał się po zadanej trajektorii z prędkością liniową $v_{\rm K}$ (Rys. 5). Procesowi estymacji podlegają parametry zawarte w wektorze **a**.



Rys. 6. Przebieg zmienności błędu mocy w trakcie identyfikacji

Z analizy rysunku 6 przedstawiającego błąd mocy układu identyfikacji można zauważyć, że w trakcie trwania eksperymentu błąd ten zmierza do wartości bliskiej zeru i jest ograniczony. Na tej podstawie można stwierdzić, że algorytm pracuje zgodnie z założeniami, to jest minimalizuje błąd mocy. Analizując pozostałe przebiegi (Rys. 7) łatwo zauważyć, że oceny parametrów zawartych w wektorze **a** zmierzają do stałych wartości. Można zatem z całą pewnością stwierdzić, że algorytm identyfikacji został opracowany prawidłowo i jego działanie jest zgodne z założeniami.



Rys. 7. Przebieg zmienności oceny elementów wektora a

5. WNIOSKI

Zaproponowane podejście do syntezy algorytmu identyfikacji nieznanych parametrów manipulatora, wynikające z zasady równowartości energii mechanicznej i pracy umożliwiło otrzymanie modelu manipulatora liniowego ze względu na estymowane parametry. Ponadto zastosowanie filtra prędkości umożliwiło pozbycie się sygnału przyspieszeń, niewygodnych z punktu widzenia pomiarów. Należy zauważyć, że otrzymaliśmy model skalarny, co znacznie upraszcza problem estymacji parametrów a_i (Hendzel, Nawrocki (2006)).

Na podstawie rozwiązań symulacyjnych algorytm został przyjęty do etapu weryfikacji eksperymentalnej. Uzyskane wyniki w rozwiązaniu eksperymentalnym potwierdziły,

LITERATURA

- 1. Åström K. J., Wittenmark B. (1989), *Adaptive Control*, Addison-Wesley, New York .
- 2. Craig J. J. (1989), Introduction to Robotics Machines and Control, Addison-Wesley, New York.
- 3. Eykhoff P. (1980), Identyfikacja układów dynamicznych, PWN, Warszawa.
- 4. Giergiel J., Uhl T. (1990), *Identyfikacja układów mechanicznych*, PWN, Warszawa.
- 5. Giergiel M., Hendzel Z., Żylski W. (2002), Modelowanie *i sterowanie mobilnych robotów kołowych*, PWN, Warszawa.
- Hendzel Z., Nawrocki M. (2006), Identyfikacja parametryczna manipulatora SCORBOT, *Postępy robotyki*, 77-86, WKŁ, Warszawa.
- Kozłowski K., Dutkiewicz P. (1996), Modelowanie i identyfikacja w robotyce, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.
- 8. Slotine J. J., Li W. (1991), *Applied nonlinear control*, Prentice Hall, New Jersey.
- 9. Söderström T., Stoica P. (1997), *Identyfikacja systemów*, PWN, Warszawa.
- 10. Spong M. W., Vidyasagar M. (1997), Dynamika i sterowanie robotów, WNT, Warszawa.
- Tchoń K. i inni (2000), Manipulatory i roboty mobilne. Modele, planowanie ruchu, sterowanie, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa.

IDENTIFICATION OF THE ROBOT MODEL PARAMETERS

Abstract: In this paper the identification algorithm with unknown parameters for manipulator was developed. This algorithm is based on the energy and work equilibrium principium. To the parameter evaluation the gradient estimator was used. Finally, presented algorithm was applied on laboratory stand and it is used to proper laboratory verification tests which are on the last part of the paper shown.