

EFEKTYWNOŚĆ OBLICZENIOWA RÓŻNYCH SPOSOBÓW MODELOWANIA RUCHU OGÓLNEGO BAZY URZĄDZEŃ POSADOWIONYCH NA JEDNOSTKACH PŁYWAJĄCYCH

Jerzy KRUKOWSKI*, Andrzej MACZYŃSKI**

*National Oilwell Poland, ul. Marynarki Polskiej 96, 80-955 Gdańsk

**Katedra Informatyki Stosowanej, Akademia Techniczno-Humanistyczna, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

Jerzy.Krukowski@nov.com, amaczynski@ath.bielsko.pl

Streszczenie: W pracy podjęto problem modelowania ruchów bazy urządzeń offshore. Na przykładzie żurawia badano wpływ sposobu modelowania ruchów bazy na efektywność obliczeniową modelu matematycznego. Rozważano dwa sposoby modelowania ruchów bazy. W pierwszym z nich przyjmuje się, że znany jest ruch bazy, a równania ruchu żurawia formułuje się zakładając, że macierz przejścia od bazy do układu bezwładnościowego jest znaną funkcją czasu. W drugim przypadku zakłada się, że współrzędnymi uogólnionymi są przemieszczenia i kąty obrotu bazy, a jej ruch, zgodny z założonym, wymusza się poprzez odpowiednie równania więzów. Przedstawiono przykładowe wyniki symulacji numerycznych.

1. WPROWADZENIE

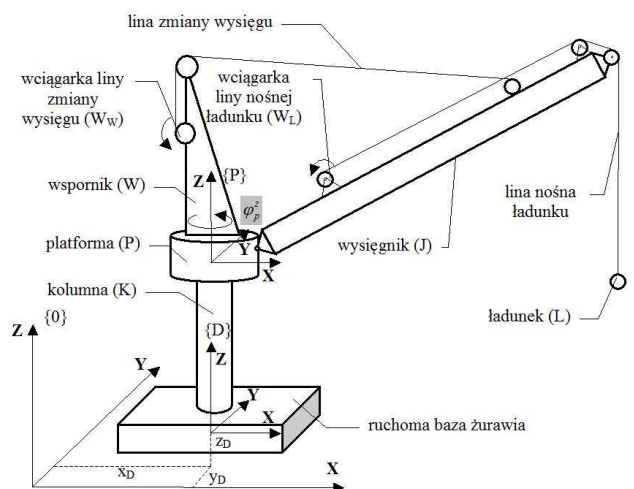
Z uwagi na rosnące znaczenie eksploracji podwodnych złóż surowców naturalnych oraz liczbę podwodnych rurociągów oraz różnego rodzaju kabli, rośnie zainteresowanie urządzeniami offshore. Są to urządzenia montowane na platformach morskich bądź na jednostkach pływających. Służą one zarówno do budowy podwodnej (i nie tylko) infrastruktury, jaki i jej bieżącej obsługi. Jedną z głównych cech odróżniających zarządzania offshore od urządzeń lądowych są znaczne ruchy bazy wywołane falowaniem morskim.

W niniejszej pracy podjęto problem modelowania ruchów bazy urządzeń offshore. Rozważano dwa sposoby modelowania ruchów bazy. W pierwszym z nich, przyjmuje się, że znany jest ruch bazy, a równania ruchu żurawia formułuje się zakładając, że macierz przejścia od bazy do układu bezwładnościowego jest znaną funkcją czasu. W drugim przypadku zakłada się, że współrzędnymi uogólnionymi są przemieszczenia i kąty obrotu bazy, a jej ruch, zgodny z założonym, wymusza się poprzez odpowiednie równania więzów. Ocenę sposobów modelowania przeprowadzono pod kątem ich efektywności numerycznej. Czas obliczeń jest bowiem bardzo istotny w wielu zagadnieniach związanych z dynamiką maszyn, w szczególności dotyczących ich sterowania. W pierwszym sposobie modelowania uzyskuje się co prawda układ o mniejszej liczbie stopni swobody, lecz wraz ze wzrostem całkowitej liczby stopni swobody układu znacznie rośnie liczba mnożeń, z udziałem macierzy opisującej ruch bazy, niezbędnych do obliczenia operatorów Lagrange'a. Stąd zasadne jest pytanie czy istnieje taka całkowita liczba stopni swobody układu, dla których druga metoda byłby efektywniejsza.

2. MODEL ŻURAWIA TYPU OFFSHORE

Na Rys. 1 przedstawiono model żurawia offshore, dla którego przeprowadzono poniższe analizy, przy czym założono że:

- kolumna (K) i wspornik (W) są ciałami sztywnymi, a ich własności masowe dodano odpowiednio do bazy i do platformy (P),
- wysięgnik (J) może być traktowany jako człon sztywny lub podatny,
- liny zmiany wsięgu i podnoszenia są podatne,
- ładunek (L) modelowany jest jako masa skupiona,
- obroty: platformy (P) oraz wciągarek (W_w) i (W_l) wymuszone są kinematycznie.



Rys. 1. Model żurawia offshore ($\{0\}$ – bezwładnościowy układ współrzędnych, $\{D\}$ – układ współrzędnych związany z bazą, $\{P\}$ – układ współrzędnych związanych z platformą obrotową)

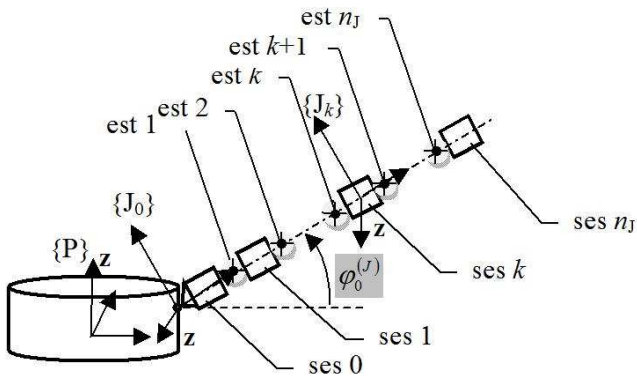
Do wyprowadzenia równań ruchu żurawia zastosowano metodę współrzędnych złączowych i transformacji jednorodnych opisaną szczegółowo w (Wittbrodt i inni, 2006; Adamiec-Wójcik i inni, 2008). Ruch względny platformy (P) względem bazy (D) określa kąt:

$$q^{(P)} = \varphi_p^z, \quad (1)$$

a macierz transformacji z układu {P} do {D} przyjmuje postać:

$${}^D \mathbf{B}_P = \begin{bmatrix} \cos q^{(P)} & -\sin q^{(P)} & 0 & 0 & x_p \\ \sin q^{(P)} & \cos q^{(P)} & 0 & 0 & y_p \\ 0 & 0 & 1 & 0 & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gdzie ${}^0x_p, {}^0y_p, {}^0z_p$ określają współrzędne początku układu współrzędnych {P} w układzie {D}.



Rys. 2. Wysięgnik jako układ n_j+1 ses połączonych za pomocą n_j est

Do dyskretyzacji wysięgnika zastosowano metodę sztywnych elementów skończonych (Kruszewski i inni, 1975; Wittbrodt i inni, 2006) w odmianie zwaną zmodyfikowaną, która umożliwia analizę odkształceń giętych i skrętnych wysięgnika przy pominięciu odkształceń wzdłużnych (osiowych) oraz efektów ścinania (Adamiec -Wójcik, 2003). Na Rys. 2 przedstawiono wysięgnik modelowany jako układ n_j+1 sztywnych elementów skończonych (ses) połączonych za pomocą n_j bezmasowych i bezwymiarowych elementów sprężysto-tłumiących (est). Jak wynika z rysunku, ses 0 w ruchu względem platformy ma jeden stopień swobody określony kątem φ_0^z :

$$q_0^{(J)} = \varphi_0^z, \quad (3)$$

a macierz transformacji z układu współrzędnych ses 0 do układu współrzędnych platformy {P} przyjmuje postać:

$$\mathbf{A}_0^{(J)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_0^z & \sin \varphi_0^z & 0 & {}^P x_0 \\ 0 & 0 & -1 & {}^P y_0 \\ -\sin \varphi_0^z & \cos \varphi_0^z & 0 & {}^P z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

gdzie ${}^P x_0, {}^P y_0, {}^P z_0$ określają współrzędne położenia połączenia obrotowego członów (P) i ses 0 w układzie współrzędnych {P}.

Przyjmuje się, że ses k ma względem ses $k-1$ trzy stopnie swobody określone kątami:

$$\mathbf{q}_k^{(J)} = \begin{bmatrix} \varphi_k^x & \varphi_k^y & \varphi_k^z \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

a macierz transformacji z układu współrzędnych ses k do układu współrzędnych ses $k-1$ ma (przy założeniu, że kąty $\varphi_k^x, \varphi_k^y, \varphi_k^z$ są małe) postać:

$$\mathbf{A}_k^{(J)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_k^z & \varphi_k^y & {}^{k-1}x_k \\ \varphi_k^z & 1 & -\varphi_k^x & {}^{k-1}y_k \\ -\varphi_k^y & \varphi_k^x & 1 & {}^{k-1}z_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Warto zwrócić uwagę, że proponowana metoda dyskretyzacji wysięgnika umożliwia otrzymanie przypadku sztywnego wysięgnika po przyjęciu $n_j=0$.

Macierze transformacji z układu współrzędnych ses k do układu {D} związanego z bazą żurawia mają postacie:

$${}^D \mathbf{B}_k = {}^D \mathbf{B}_P \cdot \prod_{i=0}^k \mathbf{A}_i^{(J)}. \quad (7)$$

Zatem, jeśli wektor współrzędnych lokalnych ses k ma postać:

$$\tilde{\mathbf{r}}_k^{(J)} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_k^{(J)} & \tilde{y}_k^{(J)} & \tilde{z}_k^{(J)} & 1 \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

to jego współrzędne w układzie {D} wyrażają się wzorem:

$${}^D \mathbf{r}_k^{(J)} = {}^D \mathbf{B}_k \cdot \tilde{\mathbf{r}}_k^{(J)}. \quad (9)$$

Można zauważyć, że zgodnie z (2), (4) oraz (7) macierz transformacji współrzędnych z układu {J_k} do układu {D} jest zależna od współrzędnych uogólnionych platformy, ses 0 oraz ses 1, ..., k, to znaczy:

$$\begin{aligned} {}^D \mathbf{B}_k &= {}^D \mathbf{B}_k \left(\varphi_p^z, \varphi_0^z, \varphi_1^x, \varphi_1^y, \varphi_1^z, \dots, \varphi_k^x, \varphi_k^y, \varphi_k^z \right) = \\ &= {}^D \mathbf{B}_k \left(q^{(P)}, q_0^{(J)}, q_1^{(J)}, \dots, q_k^{(J)} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Współrzędne ładunku określa wektor współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{q}^{(L)} = \begin{bmatrix} x_L & y_L & z_L \end{bmatrix}^T. \quad (11)$$

Uwzględniając wcześniejsze oznaczenia, można stwierdzić, że ruch wszystkich wyróżnionych członów elementów żurawia w układzie {D} jest znany gdy znane są składowe wektora:

$$\mathbf{q}^{(C)} = \begin{bmatrix} q^{(P)}, q_0^{(J)}, \mathbf{q}_1^{(J)}, \dots, \mathbf{q}_{n_j}^{(J)}, \mathbf{q}_L^T \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

o liczbie składowych równej:

$$n_D = 1 + 1 + n_j \cdot 3 + 3 = 5 + 3n_j. \quad (13)$$

3. MODELOWANIE RUCHU BAZY

W niniejszej pracy porównano dwa sposoby modelowania ruchu bazy urządzeń offshore:

1. Jako wymuszenie kinematyczne;
2. Ruch bazy żurawia określają współrzędne uogólnione, a zgodność z wymuszeniem kinematycznym zapewniają równania więzów.

Ad 1)

W tym przypadku ruch bazy jest dany wprost jako wymuszenie kinematyczne, a więc znana jest macierz transformacji z układu {D} do układu bazowego {0}:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(t). \quad (14)$$

Jeśli współrzędne początku układu {D} w {0} określają zależności:

$$\begin{cases} x_D = x_D(t) = \alpha_1(t) \\ y_D = y_D(t) = \alpha_2(t), \\ z_D = z_D(t) = \alpha_3(t) \end{cases} \quad (15.1)$$

a kąty obrotu $\varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z$ zależności:

$$\begin{cases} \varphi_D^x = \varphi_D^x(t) = \alpha_4(t) \\ \varphi_D^y = \varphi_D^y(t) = \alpha_5(t), \\ \varphi_D^z = \varphi_D^z(t) = \alpha_6(t) \end{cases} \quad (15.2)$$

to macierz \mathbf{D} przyjmuje postaci:

$$\mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} c\alpha_6^{(1)}c\alpha_5^{(1)} & c\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}s\alpha_4^{(1)} - s\alpha_6^{(1)}c\alpha_4^{(1)} & c\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}c\alpha_4^{(1)} + s\alpha_6^{(1)}s\alpha_4^{(1)} & \alpha_1^{(1)} \\ s\alpha_6^{(1)}c\alpha_5^{(1)} & s\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}s\alpha_4^{(1)} + c\alpha_6^{(1)}c\alpha_4^{(1)} & s\alpha_6^{(1)}s\alpha_5^{(1)}c\alpha_4^{(1)} - c\alpha_6^{(1)}s\alpha_4^{(1)} & \alpha_2^{(1)} \\ -s\alpha_5^{(1)} & c\alpha_5^{(1)}s\alpha_4^{(1)} & c\alpha_5^{(1)}c\alpha_4^{(1)} & \alpha_3^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

natomiast macierze transformacji z układu dowolnego członu żurawia do układu bezwładnościowego {0} można zapisać jako:

$$\mathbf{B}_s^{(0)} = \mathbf{D}(t) \cdot {}^D\mathbf{B}_s \quad (17)$$

gdzie $s \in \{p, 0, 1, \dots, n_J\}$.

Wyjątkiem jest ładunek (L), którego położenie określono nie w układzie {D}, a bezpośrednio w układzie bezwładnościowym {0}.

Ad 2)

W tym przypadku przyjmuje się, że ruch bazy urządzenia offshore określają składowe wektora współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{q}^{(D)} = [x_D \quad y_D \quad z_D \quad \varphi_D^x \quad \varphi_D^y \quad \varphi_D^z]^T, \quad (18)$$

a zgodność ruchu z założonym wymuszeniem kinematycznym zapewnia spełnienie równań więzów:

$$q_i^{(D)} = \alpha_i(t) \quad \text{dla } i=1, \dots, 6, \quad (19)$$

gdzie $\alpha_i(t)$ określone są w (15).

Wektor współrzędnych uogólnionych całego układu ma w tym przypadku postać:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(D)} \\ \mathbf{q}^{(C)} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

gdzie: $\mathbf{q}^{(D)}$ – określone w (18), $\mathbf{q}^{(C)}$ – określone w (12), a macierze transformacji z układu członu do układu bezwładnościowego {0} przyjmują postacie:

$$\mathbf{B}_s = \begin{cases} \mathbf{B}^{(D)} & \text{gdy } s = D \\ \mathbf{B}^{(D)} \cdot {}^D\mathbf{B}_s & \text{gdy } s \in \{p, 0, 1, \dots, n_J\} \end{cases}, \quad (21)$$

gdzie macierz $\mathbf{B}^{(D)}$ ma, przy założeniu małych kątów $\varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z$, postać:

$$\mathbf{B}^{(D)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_D^z & \varphi_D^y & x_D \\ \varphi_D^z & 1 & -\varphi_D^x & y_D \\ -\varphi_D^y & \varphi_D^x & 1 & z_D \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Warto zaznaczyć, że w tym przypadku układ ma:

$$n = 6 + n_D \quad (23)$$

stopni swobody. Ponadto, nieznane są wartości sił F_D^x, F_D^y, F_D^z oraz momentów M_D^x, M_D^y, M_D^z będących składowymi wektora reakcji więzów:

$$\mathbf{R} = [F_D^x \quad F_D^y \quad F_D^z \quad M_D^x \quad M_D^y \quad M_D^z]^T, \quad (24)$$

wywołujących zadany ruch bazy.

Dla obu rozważanych przypadków równania ruchu układu wyprowadzono z równań Lagrange'a II rodzaju. Po określeniu odpowiednich energii kinetycznych i potencjalnych, funkcji dysypacji energii oraz stosownych pochodnych, równania ruchu całego żurawia można zapisać dla przypadku 1)

$$\mathbf{A}^{(t)} \cdot \ddot{\mathbf{q}}^{(t)} = \mathbf{f}^{(t)}, \quad (25)$$

gdzie: $\mathbf{A}^{(t)}$ – macierz mas, $\mathbf{f}^{(t)}$ – wektor prawych stron uwzględniający między innymi wyrazy pochodzące od energii potencjalnej, funkcji dysypacji oraz wymuszeń,

$$\mathbf{q}^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(C)} \\ \mathbf{q}^{(L)} \end{bmatrix},$$

dla przypadku 2)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{U} \\ -\mathbf{U} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

gdzie: \mathbf{A} – macierz mas, \mathbf{U} – macierz współczynników reakcji, \mathbf{f} – macierz współczynników reakcji, $\boldsymbol{\alpha}$ – wektor wymuszeń ruchu bazy o elementach zdefiniowanych w (19),

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(D)} \\ \mathbf{q}^{(C)} \\ \mathbf{q}^{(L)} \end{bmatrix} - \text{wektor współrzędnych uogólnionych.}$$

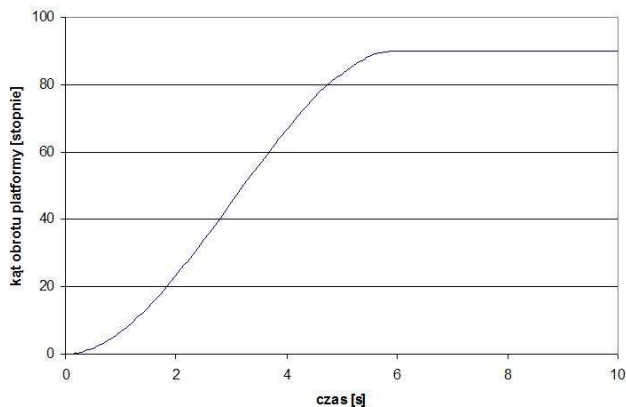
Więcej informacji związanych z agregacją równań ruchu dla obu przypadków znajduje się w Maczyński i Wojciech (2009a, b).

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla przykładowego żurawia offshore z linowym układem zmiany wysięgu. Podstawowe jego wymiary to: wysokość kolumny 5 m, wysokość wspornika 2 m, długość wysięgnika 6 m, kołowy przekrój poprzeczny wysięgnika, średnica zewnętrzna 0,1 m, średnica wewnętrzna 0,08 m, masa ładunku 200 kg. Założono, że wysięgnik ustawiony jest poziomo, a w chwili początkowej (w chwili startu obliczeń) ładunek znajduje się na wysokości około 1 m. Pewne zmniejszenie tej wartości spowodowane jest statycznym ugięciem konstrukcji. Przyjęto, że ruch unoszenia bazy żurawia jest ruchem ogólnym:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1(t) = x_D(t) = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [m] \\ \alpha_2(t) = y_D(t) = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [m] \\ \alpha_3(t) = z_D(t) = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) [m] \\ \alpha_4(t) = \varphi_D^x(t) = 0,06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [rad] \\ \alpha_5(t) = \varphi_D^y(t) = 0,075 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) [rad] \\ \alpha_6(t) = \varphi_D^z(t) = 0,06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [rad] \end{array} \right. , \quad (27)$$

a zatem poszczególne jego składowe opisano funkcjami harmonicznymi. Jest to często stosowany sposób definiowania ruchu bazy urządzeń offshore'owych (Osiński i Wojciech, 1998; Osiński i inni, 2004; Das i Das, 2005).



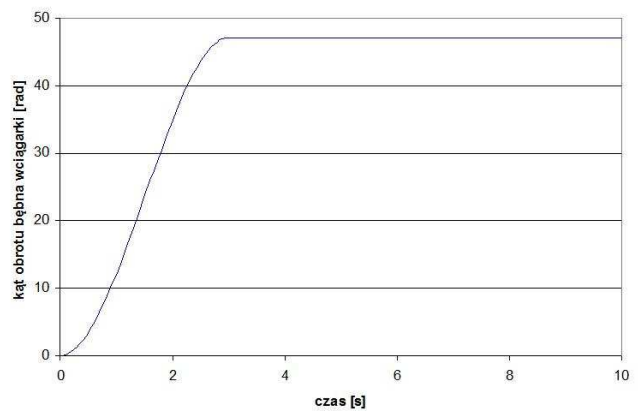
Rys. 3. Przebieg czasowy kąta obrotu platformy

Założono, że żuraw wykonuje dwa ruchy robocze równocześnie tj.:

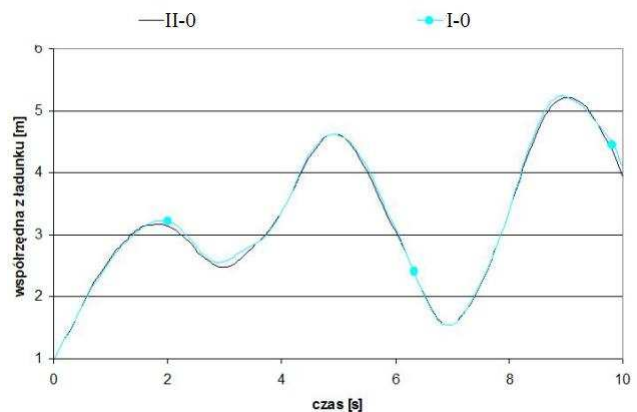
- obrót platformy w ciągu 6 s o kąt 90° - Rys. 3;
- podnoszenie ładunku przy wykorzystaniu wciągarki liny nośnej. Bęben wciągarki obraca się o 15π radianów w ciągu 3 sekund (Rys. 4), co powoduje podniesienie ładunku o około 2,35m.

Funkcje napędowe zostały zdefiniowane z zastosowaniem splajnów, dzięki czemu uzyskano ciągły przebieg

zarówno samych funkcji jak i ich pierwszych oraz drugich pochodnych. Czas analiz wynosił 10s. Równania ruchu całkowano metoda Rungego-Kutty IV rzędu z ustalonym krokiem całkowania $\Delta t=h$.



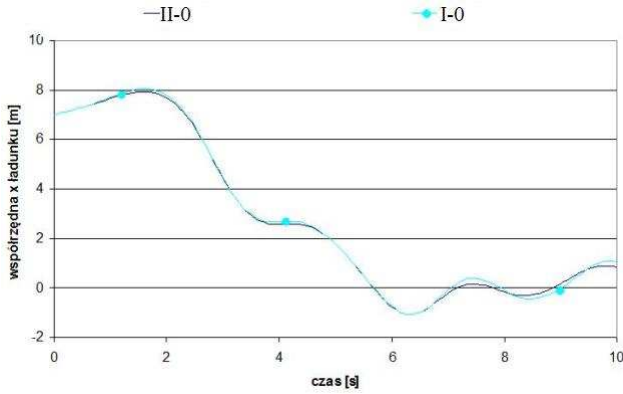
Rys. 4. Przebieg czasowy kąta obrotu bębna wciągarki



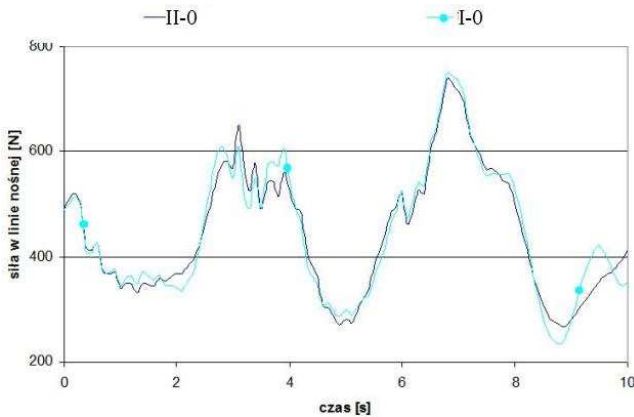
Rys. 5. Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku

Obliczenia przeprowadzono przy przyjęciu różnej liczby sztywnych elementów skończonych n_f+1 modelujących wysięgnik. Dzięki temu możliwe było określenie efektywności obu sposobów modelowania ruchu bazy żurawia dla układów o zróżnicowanej liczbie stopni swobody. Zakładając $n_f=0$ otrzymuje się sztywny model wysięgnika, a całkowita liczba stopni swobody całego układu wynosi 5 dla pierwszego sposobu modelowania ruchu bazy oraz 11 dla sposobu drugiego. Symulacje przeprowadzono ponadto dla $n_f=2,3,6,8$. Gdy $n_f=8$ to liczba stopni swobody wynosi odpowiednio 29 dla pierwszego i 35 dla drugiego przypadku. Układy o większej liczbie stopni swobody wymagają mniejszego kroku całkowania. Najpierw przeprowadzono więc wstępne obliczenia testowe dla $n_f=8$, na podstawie których przyjęto krok całkowania równy 0,0005s. Aby zachować te same warunki obliczeń krok ten zastosowano także w pozostałych przypadkach. Warto zauważyć, że dla mniejszych n_f krok ten mógłby być większy, co dodatkowo zmniejszyłoby czasy obliczeń. Symulacje przeprowadzono na standardowym komputerze osobistym wyposażonym w procesor Intel(R) Core™2 Duo CPU P8600 @ 2,40GHz, 4,0GB pamięci RAM i 32-bitowy system operacyjny. Na prezentowanych dalej wykresach pierwszy

przypadek modelowania ruchu bazy, to jest przypadek gdy ruch ten jest dany wprost jako wymuszenie kinematyczne będzie oznaczany jako I natomiast drugi – w którym ruch bazy określają dodatkowe współrzędne uogólnione – jako II. Liczba po „-” określa liczbę n_j elementów sprężysto-tłumiących przyjętych w modelu wysięgnika.

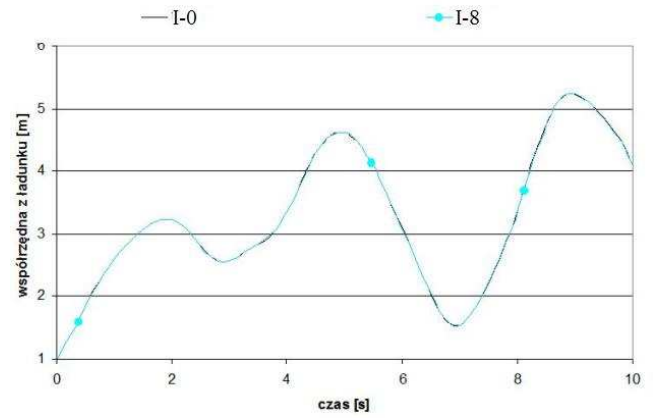


Rys. 6. Przebieg czasowy współrzędnej x ładunku

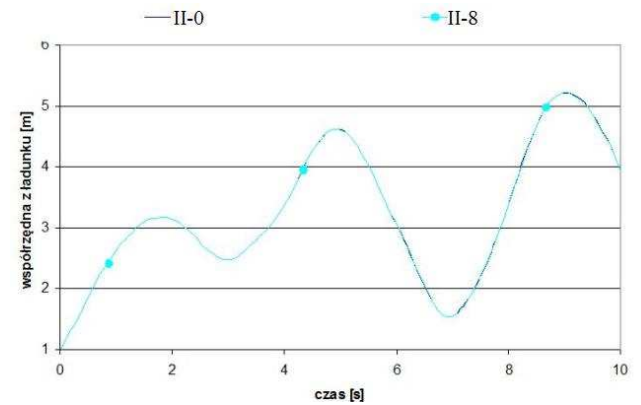


Rys. 7. Przebieg czasowy siły w linie nośnej

Na powyższych wykresach porównano przebiegi czasowe wybranych parametrów modelu dla obu sposobów modelowania ruchu bazy urządzenia offshore, przy czym n_j było równe 0 to znaczy, że założono sztywny wysięgnik. Pewne niewielkie różnice między przebiegami wynikają z innej postaci macierzy transformacji z układu {D} do układu bazowego {0} przyjętej dla obu sposobów modelowania. Ponieważ można założyć, że kąty $\varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z$ są małe więc przy drugim sposobie modelowania przyjęto liniową postać tej macierzy (22). W pierwszym przypadku nie dokonano linearyzacji macierzy (16) gdyż podczas wyprowadzania równań ruchu układu wielokrotnie stosowana jest jej pierwsza i druga pochodna.



Rys. 8. Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku dla pierwszego przypadku modelowania i różnych wartości n_j



Rys. 9. Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku dla drugiego przypadku modelowania i różnych wartości n_j

Analizując wykresy z Rys. 8 i 9, przedstawiające wpływ przyjętej do modelowania liczby elementów sprężysto-tłumiących n_j , łatwo zauważyć, że podatność wysięgnika żurawia ma niewielki wpływ na uzyskane przebiegi czasowe współrzędnej z ładunku. Podobne wyniki uzyskano dla innych współrzędnych i wielkości charakteryzujących dynamikę układu.

W celu porównania efektywności obliczeniowej obu sposobów modelowania ruchu bazy urządzenia offshore zmierzono czasy potrzebne na przeprowadzenie obliczeń numerycznych związanych z dynamiką układu. Dla każdego przypadku przeprowadzono obliczenia kilkakrotnie, dzięki czemu w Tabeli 1 zestawiono czasy średnie.

Tab. 1. Średni czas obliczeń dla obu przypadków modelowania i różnych wartości n_j

Liczba n_j	Średni czas obliczeń [g:mm:ss]	
	I	II
0	0:02:39	0:06:45
2	0:07:16	0:29:33
4	0:23:15	0:38:54
6	0:58:30	1:23:44
8	2:06:37	2:47:23

Na podstawie przedstawionych w Tab. 1 czasów można stwierdzić, że modelowanie ruchów bazy żurawia offshore wprost jako wymuszenie kinematyczne jest efektywniejsze obliczeniowo. W przypadku modeli o najmniejszych liczbach stopni swobody ($n_j=0$) czas obliczeń dla tego sposobu modelowania jest ponad dwa i półkrotnie krótszy niż gdy wprowadzono do modelu dodatkowe stopnie swobody związane z ruchem. Wraz ze wzrostem liczby stopni swobody układu (wzrostem n_j) różnica ta malała, jednakże dla $n_j=8$ dalej czas obliczeń w przypadku II był ponad 32% dłuższy niż w przypadku I. Zmniejszanie się różnicy czasów obliczeń wraz ze wzrostem liczby stopni swobody związane jest między innymi z rosnącą liczbą operacji potrzebnych, w przypadku I, do wyznaczenia niezbędnych pochodnych macierzy przekształceń jednorodnych.

5. PODSUMOWANIE

Niniejszy artykuł miał dać odpowiedź na pytanie, który z przedstawionych sposobów modelowania ruchów bazy urządzeń offshore jest efektywniejszy obliczeniowo. Jedną z najistotniejszych cech dobrego modelu matematycznego układu dynamicznego jest bowiem, poza poprawnym odzwierciedleniem jego najistotniejszych cech, krótki czas obliczeń. Analizowano dwa sposoby modelowania ruchu bazy. Pierwszy, w którym założono, że macierz przejścia od bazy do układu bezwładnościowego jest znaną funkcją czasu, oraz drugi, w którym przyjęto że baza posiada sześć współrzędnych uogólnionych, a jej ruch, zgodny z założonym, wymusza się poprzez odpowiednie równania więzów. Z przedstawionych wyników obliczeń numerycznych jednoznacznie wynika, że dla analizy dynamiki przykładowego żurawia, bardziej efektywna obliczeniowo jest metoda pierwsza, choć, zgodnie z przewidywaniami, wraz ze wzrostem liczby stopni swobody układu jej przewaga maleje. W przypadku analizy układów o znacznie większej liczbie stopni swobody (np. analizy urządzenia do układania rur na dnie morza przeprowadzanej przy zastosowaniu metody sztywnych elementów skończonych) może jednak zajść sytuacja odwrotna. Dodatkowo należy jednak pamiętać, że dla układów o mniejszej liczbie stopni swobody możliwe jest przeprowadzanie obliczeń przy większym kroku całkowania. Wykorzystanie tej cechy i zróżnicowanie kroku całkowania spowodowałoby dodatkowe zwiększenie „przewagi” pierwszej metody modelowania, szczególnie dla mniejszych wartości n_j .

Warto także zwrócić uwagę, że w przypadku rozważanego żurawia offshore wpływ podatności wysięgnika na uzyskiwane wyniki był pomijalnie mały. Wniosek ten pozwala na sformułowanie tezy, że w wielu zagadnieniach związanych z dynamiką maszyn (szczególnie w zagadnieniach dotyczących ich sterowania) można stosować proste, autorskie modele obliczeniowe zamiast modeli wykonywanych w profesjonalnych pakietach.

LITERATURA

1. **Adamiec-Wójcik I.** (2003), *Modelling dynamics of multibody systems using homogenous transformations*, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Seria Rozprawy Naukowe, Nr 3, Rozprawa habilitacyjna, Bielsko-Biała.
2. **Adamiec-Wójcik I., Maczyński A., Wojciech S.** (2008), *Zastosowanie metody przekształceń jednorodnych w modelowaniu dynamiki urządzeń offshore*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa.
3. **Das S. N., Das S. K.** (2005), Mathematical model for coupled roll and yaw motions of a floating body in regular waves under resonant and non-resonant conditions, *Applied Mathematical Modelling*, 29, 19-34.
4. **Kruszewski J. i inni** (1975), *Metoda sztywnych elementów skończonych*, Arkady, Warszawa.
5. **Maczyński A., Wojciech S.,** (2009), Wpływ sposobu modelowania ruchów bazowych na efektywność numeryczną obliczeń – część I, *Zeszyty Naukowe OBRSM Bosmal*, Z. 43, 21-36.
6. **Maczyński A., Wojciech S.,** (2009), Wpływ sposobu modelowania ruchów bazowych na efektywność numeryczną obliczeń – część II, *Zeszyty Naukowe OBRSM Bosmal*, Z. 44, 7-17.
7. **Osiński M., Maczyński A., Wojciech S.** (2004), The influence of ship's motion in regular wave on dynamics of an offshore crane, *The Archive of Mechanical Engineering*, Vol. 51, No. 2, 131-163.
8. **Osiński M., Wojciech S.** (1998), Application of nonlinear optimisation methods to input shaping of the hoist drive of an off-shore crane, *Nonlinear Dynamics*, 17, 369-386.
9. **Wittbrodt E., Adamiec-Wójcik I., Wojciech S.** (2006) *Dynamics of flexible multibody systems: rigid finite element method*, Springer, Berlin - Heidelberg - New York.

NUMERICAL EFFICIENCY OF THE MODELLING METHODS OF A BASE'S GENERAL MOTION IN OFFSHORE EQUIPMENTS

Abstract: In the paper a problem of modelling the movement of a base of a offshore equipment is considered. The influence of a method of modelling this movement on the numerical efficiency is discussed on the example of an offshore crane. Two manners are analysed. First - the motion of the base is assumed as known. The equations of crane motion are formulated with assumption that the transformations matrix from the base to the global coordinate system is a known function of time. Second - displacements and angles of rotation of the base are generalized coordinates of the system. The assumed movement of the base is obtained by means of suitable equations of constraints. The exemplary results of numerical calculation are presented.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N502 464934 finansowanego ze środków MNiSW