

UŚREDNIANIE ODKSZTAŁCEŃ W PŁASZCZYŹNIE KRYTYCZNEJ MATERIAŁU W OCENIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ELEMENTÓW Z KARBEM

Aleksander KAROLCZUK*, Artur CICHAŃSKI**

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny,
Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

**Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Wydział Mechaniczny, ul. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

a.karolczuk@po.opole.pl, arci@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przeanalizowano wpływ wielkości pola powierzchni uśredniania odkształcenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej na ocenę trwałości zmęczeniowej próbek z karbem obrączkowym o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu. W weryfikacji wykorzystano wyniki badań eksperymentalnych, zaczerpniętych z literatury, przeprowadzonych na materiale AISI 1141 w dwóch stanach bez i po obróbce cieplnej. Obróbka cieplna zmieniła charakterystyki cykliczne materiału. Zmiana charakterystyki cyklicznej krzywej odkształcenia wyraźnie wpłynęła na wielkość obszaru uśredniania.

1. WPROWADZENIE

Występowanie niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) w elementach maszyn utrudnia w dużym stopniu obliczenia trwałości zmęczeniowej. Złożone kształty elementów maszyn, a często sam sposób ich obciążenia, powoduje powstawanie obszarów w materiale o niejednakowych wartościach naprężeń, a tym samym o różnym stopniu uszkodzenia. Badania doświadczalne wykazują, że trwałości takich elementów wyznaczone na podstawie przebiegów naprężeń (odkształceń) z jednego punktu (krytycznego) w materiale nie zawsze są właściwe (Papadopoulos i Panoskaltsis, 1996). Celem pracy jest analiza metody nielokalnej obliczeń zmęczeniowych polegającej na uśrednianiu wybranej składowej stanu odkształcenia w płaszczyźnie krytycznej materiału. Analizowana metoda jest rozwinięciem koncepcji zaproponowanej w pracy (Karolczuk, 2008).

2. PRZEGLĄD NIELOKALNYCH METOD OBLICZEŃ ZMĘCZENIOWYCH

Nielokalne metody obliczeń, dotyczące wyznaczania trwałości zmęczeniowej, czy też granicznych obciążeń elementów, uwzględniają procesy zmęczeniowe, zachodzące w wybranej przestrzeni geometrycznej materiału. W obliczeniach wykorzystuje się zmienne w czasie pola naprężeń lub odkształceń, które są uśredniane (całkowane po przestrzeni geometrycznej materiału) do parametru, pozwalającego na oszacowanie trwałości.

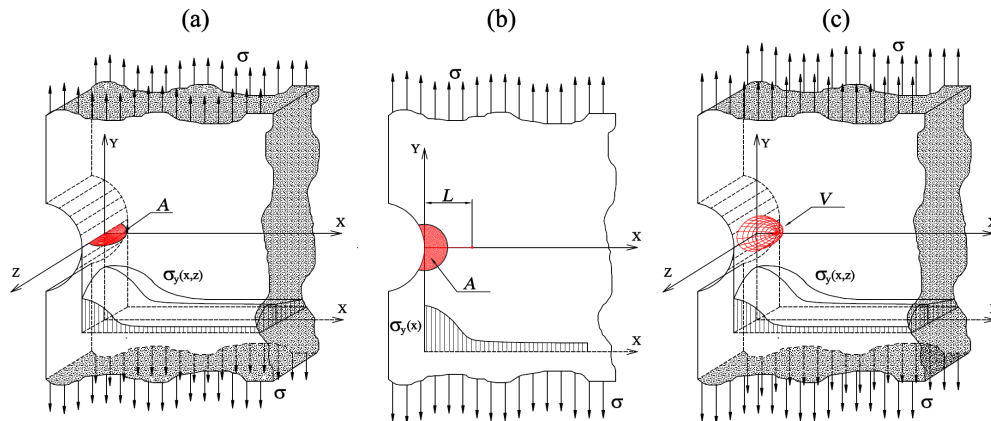
Uśrednianie niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) jest przeprowadzane bezpośrednio na wybranych składowych tensora naprężenia (odkształcenia), albo na pewnych funkcjach (miarach uszkodzenia), których argumentami są składowe tensora naprężenia (odkształcenia). Proces

sprowadza się do wyznaczenia wartości średniej z naprężeń (odkształceń) lub z wartości wspomnianych funkcji. W zależności od przyjętych dominujących mechanizmów zmęczenia danego elementu, metody nielokalne można podzielić na dwie główne grupy, tj.: metody deterministyczne i probabilistyczne.

2.1. Metody deterministyczne

Nielokalne metody deterministyczne przyjmują, że za zniszczenie zmęczeniowe elementu odpowiadają procesy zachodzące w ograniczonej przestrzeni geometrycznej materiału. Wybrana strefa uśredniania jest obszarem wokół punktu o największym uszkodzeniu (punkt krytyczny). Przy takim założeniu, przyjmuje się również, że pęknięcie zmęczeniowe powstaje w wyniku wzajemnej interakcji uszkodzonych zmęczeniowo elementarnych obszarów (dV , dA) w materiale. W zależności od przyjętej liczby wymiarów przestrzeni geometrycznej materiału, deterministyczne metody nielokalne dzielą się na objętościowe, powierzchniowe, liniowe i punktowe (Rys.1).

Formalnie metoda punktowa nie kwalifikuje się do metod nielokalnych, ponieważ parametr uszkodzenia nie jest wyznaczany z procesu uśredniania, ale z wartości naprężeń (odkształceń) dla wybranego punktu. Mimo tego, metoda punktowa jest zaliczana do metod nielokalnych, ponieważ bazuje na założeniach tych metod. Wybrany punkt nie jest punktem o największych wartościach naprężeń (odkształceń), ale punktem, w którym naprężenia (odkształcenia) odpowiadają naprężeniom (odkształceniom) uśrednionym w wybranej przestrzeni geometrycznej materiału. Zatem, metoda punktowa jest uproszczeniem metody objętościowej lub powierzchniowej, w której głównym problemem jest ustalenie położenia punktu, pozwalającego na prawidłową ocenę trwałości całego elementu.



Rys. 1. Obszary uśredniania: (a) powierzchnia typu I, (b) powierzchnia typu II, (c) objętość V

Metoda objętościowa

Metoda objętościowa zakłada, że za zniszczenie zmęczeniowe całego elementu odpowiada proces uszkodzenia zachodzący w objętości materiału. Wartość średnia z lokalnych miar uszkodzenia w objętości V (np. ekwiwalentne naprężenie, odkształcenie, itp.) jest porównywalna do wartości krytycznej, której przekroczenie prowadzi do zniszczenia elementu.

Yao (1995) zaproponował uśrednianie naprężeń zredukowanych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego z uwzględnieniem funkcji wagowej, której wartość zależy od położenia punktu od dna karbu oraz gradientu naprężenia zredukowanego. Yao założył, że wielkość obszaru uśredniania V jest cechą materiałową (wielkości kilku ziaren metalograficznych), której kształt można aproksymować sferą o środku zlokalizowanym w dnie karbu.

Palin-Luc i Lasserre (1998) nadali fizyczne znaczenie obszarowi V, odmienne od koncepcji Yao, w którym wielkość obszaru V nie jest stałą materiałową. Objętość V jest zdefiniowana przez punkty, dla których ekwiwalentny poziom naprężenia przekracza wartość progową. Zatem, wielkość obszaru uśredniania zależy od wartości naprężeń i nie jest wielkością stałą.

Metoda powierzchniowa

Metoda powierzchniowa zakłada, że za wytrzymałość zmęczeniową odpowiada wartość średnia z lokalnych parametrów uszkodzenia, położonych na pewnej powierzchni w materiale. Dotychczas proponowane deterministyczne nielokalne metody zawężają rozpatrywane powierzchnie do płaszczyzn o różnej orientacji względem powierzchni swobodnej rozważanego elementu (Rys. 1a i 1b).

Seweryn i Mróz (1995) zaproponowali nielokalny warunek inicjacji i propagacji pęknięcia bazujący na uśrednianiu funkcji zniszczenia $R_{\sigma}(\sigma_n, \tau_{ts})$ w płaszczyźnie potencjalnego pęknięcia (Rys.1a), gdzie σ_n i τ_{ts} to naprężenia normalne i styczne w tej płaszczyźnie. Według Seweryna i Mroza inicjacja i propagacja pęknięcia nastąpi, kiedy maksymalna wartość uśrednionej funkcji zniszczenia R_{σ} w płaszczyźnie materiału osiągnie wartość krytyczną $R_{f\sigma}$. Położenie i orientacja pęknięcia są zdeterminowane przez maksymalną wartość uśrednionej funkcji zniszczenia R_{σ} . Powierzchnia uśredniania A odpowiada strefie dużej kumulacji uszkodzeń, której wielkość jest określona wzorem

$$A = d_0 \times d_0, \quad d_0 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1)$$

gdzie K_{Ic} jest krytyczną wartością współczynnika intensywności naprężeń dla I sposobu obciążenia, σ_c jest naprężeniem krytycznym. Wielkość d_0 jest związana z mikrostrukturalnymi parametrami, np. z wielkością ziarna.

Susmel i Taylor (2006) zaproponowali model powierzchniowy do wyznaczania zakresu granicy zmęczenia $\Delta\tau_{af}$ elementów poddanych wahadłowemu skręcaniu. Założenia modelu Susmela i Taylora są odmienne od założeń modelu Mroza i Seweryna. Model powierzchniowy Susmela i Taylora jest uproszczeniem modelu objętościowego. Zamiast uśredniania naprężeń w pewnej objętości materiału autorzy proponują uśrednianie naprężeń w płaszczyźnie materiału, której położenie nie jest identyfikowane z potencjalną płaszczyzną pęknięcia (Rys.1b).

Metoda liniowa

Metoda liniowa bazuje na założeniu, że inicjacja pęknięcia zmęczeniowego może być efektywnie oszacowana za pomocą procesu uśredniania parametru zmęczeniowego zmieniającego się wzdłuż linii prostej, mierzac od dna karbu.

Kuhn i Hardrath (1952 cyt. za Qyłałku i Azari 1998) zaproponowali przeprowadzenie procesu uśredniania na jednej składowej tensora naprężenia σ_y (y jest kierunkiem przyłożenia sił zewnętrznych). Uśredniona wartość naprężeń w stanie granicznym jest równa granicy zmęczenia materiału dla wahadłowego rozciągania σ_{af} . Proces uśredniania przeprowadza się na odcinku o długości L (Rys.1b), którego wielkość jest interpretowana jako stała materiałowa związana z doraźną granicą wytrzymałości materiału. Autorzy przyjęli, że wielkość L zmienia się w zakresie od 0,0025 mm do 0,510 mm. Według Cornetti'ego i innych (2006) przyjęcie założeń liniowej mechaniki pęknięcia i asymptotycznego rozkładu naprężeń wokół szczeliny pozwala na wyznaczenie krytycznego wymiaru L według

$$L = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (2)$$

czyli analogicznie do wymiaru krytycznego według Sewe-

ryna i Mroza (równanie 1).

Qylafku i inni (1999) zredukowali koncepcję Yao do jednowymiarowego procesu uśredniania naprężeń. Według autorów strefa uszkodzeń zmęczeniowych zawsze zawiera małą strefę odkształceń plastycznych, która wpływa na rozkład naprężeń. Jedną składową tensora naprężenia σ_y jest uśredniana z funkcją wagową w postaci

$$w = 1 - \chi x, \quad \chi = \frac{1}{\sigma_y} \frac{d\sigma_y}{dx}, \quad (3)$$

gdzie y jest kierunkiem przyłożenia sił zewnętrznych, x kierunkiem uśredniania. Proces uśredniania przeprowadza się na odcinku o początku w dniu karbu a końcu oddalonym o tzw. efektywną odległość L_{eff} , która uwzględnia efekt relaksacji materiału w wyniku powstałych odkształceń plastycznych. Punkt, w którym względny gradient naprężenia χ osiąga minimum, wyznacza odległość L_{eff} .

2.2. Metody probabilistyczne

Procesy zmęczeniowe zachodzące w materiale w dużej mierze zależą od struktury materiału, która w skali mikroskopowej nie jest jednorodna. Mikroskopowa niejednorodność materiału, mając charakter losowy, warunkuje losowy charakter zmęczenia materiału. Identyczne, w skali makroskopowej, próbki poddane takim samym obciążeniom zmiennym wykazują rozrzut trwałości zmęczeniowej wokół wartości średniej. Fenomen ten może być wyjaśniony przez koncepcję najslabszego ogniwa, która pierwotnie została wykorzystana do wyjaśnienia tzw. efektu skali i rozrzutów statycznej granicy wytrzymałości materiału (Bazant i Novak, 2000). Wykorzystanie koncepcji najslabszego ogniwa w obliczeniach zmęczeniowych dla elementów z niejednorodnym polem naprężenia sprowadza się do wyznaczenia prawdopodobieństwa powstania pęknięcia P_z w elemencie jako

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\Omega} f(\sigma_{eq}) d\Omega}, \quad (4)$$

gdzie σ_{eq} jest naprężeniem ekwiwalentnym wynikającym z zastosowanego lokalnego kryterium wieloosiowego zmęczenia, Ω jest objętością lub powierzchnią swobodną analizowanego elementu, Ω_0 jest objętością lub powierzchnią referencyjną, f jest funkcją, tzw. „ryzyka zniszczenia” (Weibull 1939). Istniejące modele probabilistyczne wykorzystujące koncepcję najslabszego ogniwa różnią się przyjętą funkcją f i obszarem całkowania, tzn. modele powierzchniowe, objętościowe lub mieszane. Modele probabilistyczne nie są głębiej analizowane w niniejszej pracy, ponieważ proponowana metoda obliczeń zalicza się do metod deterministycznych.

2.3. Podsumowanie

Z uwagi na ułatwioną implementację, najczęściej stosowana jest metoda punktowa (Taylor, 2005). Cechuje się ona

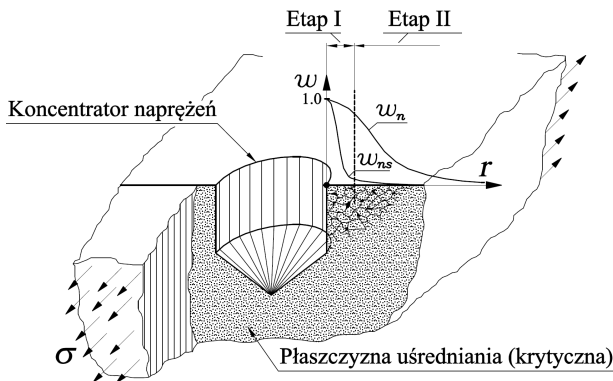
jednak poważną wadą, jaką jest zastosowanie tej metody głównie do konkretnych kształtów elementów i określonego obciążenia. Różnorodność rozkładu naprężeń w zależności od kształtu elementu i jego obciążenia dla tego samego materiału powoduje rozbieżności w ocenie położenia analizowanego punktu (Naik i inni, 2005). Podobne wady przedstawia metoda liniowa. W metodzie objętościowej zakłada się, że inicjacja pęknięcia powstaje w wyniku łączenia się mikropęknięć, znajdujących się w krytycznej objętości materiału. Wadą tej metody jest brak uwzględnienia charakteru pęknięć zmęczeniowych prowadzących do zniszczenia. Charakter ten objawia się występowaniem pęknięć w określonych płaszczyznach, których rozwój prowadzi do zniszczenia. Z tego też względu metody powierzchniowe przy zastosowaniu odpowiednich kryteriów zmęczeniowych, zależnych od materiału i warunków badań są najbardziej obiecujące w ocenie trwałości zmęczeniowej. Za wyjątkiem metody proponowanej przez Qylafku i współpracowników (1999) rozkład naprężeń jest obliczany przy założeniu ciała idealnie sprężystego, z czym w ogólnym przypadku nie można się zgodzić. Natomiast w przypadku modelu Qylafku zastosowano quasi-statyczną krzywą umocnienia do modelowania rozkładów naprężeń zmiennych, co zasadniczo podważa prawidłowość otrzymanych wyników.

3. KONCEPCJA PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ W NIEJEDNORODNYM POLU NAPRĘŻEŃ

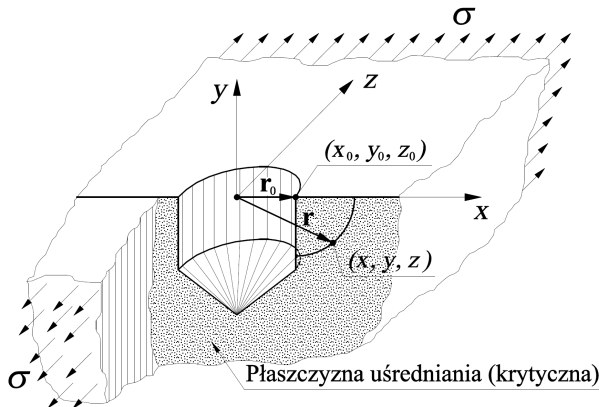
Podstawą proponowanej koncepcji uwzględniania wpływu gradientów naprężeń na trwałość zmęczeniową elementów maszyn i konstrukcji jest powiązanie idei płaszczyzny krytycznej, stosowanej w redukcji wieloosiowego stanu naprężenia z metodami nielokalnymi uśredniającymi niejednorodne pola naprężeń. Koncepcja płaszczyzny krytycznej jest szeroko stosowana do redukcji wieloosiowego stanu naprężenia (odkształcenia) do stanu jednoosiowego - ekwiwalentnego pod względem trwałości zmęczeniowej (Karolczuk i Macha, 2005). Redukcja polega na założeniu, że tylko wybrane składowe tensora naprężenia (odkształcenia) działające w pewnej (krytycznej) płaszczyźnie materiału są odpowiedzialne za pojawienie się pęknięcia zmęczeniowego. Dotychczasowe zastosowanie idei płaszczyzny krytycznej koncentruje się na redukcji przestrzennego stanu naprężenia (odkształcenia), ale działającego w jednym punkcie materiału. Uwzględnienie w obliczeniach niejednorodnego pola naprężeń/odkształceń jest zadaniem bardziej skomplikowanym. Jednakże, poziom rozwoju metod numerycznych pozwala na stworzenie metody wyznaczania trwałości zmęczeniowej uwzględniającej explicite zmienne w czasie pola naprężeń bez względu na kształt elementu. Opisywana w niniejszej pracy metoda płaszczyznowa została zaproponowana w celu uwzględnienia niejednorodnych rozkładów naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej materiału; rozszerzając w ten sposób zakres stosowności koncepcji opartej na płaszczyźnie krytycznej.

Przeprowadzona w pracach (Karolczuk, 2008 oraz Karolczuk i inni, 2008) analiza wyróżniła dwa obszary uśredniania: pierwszy, w którym zjawisko ścinania ma dominujący wpływ na proces uszkodzenia i drugi obszar, w którym

niejednorodne zmienne pole naprężeń normalnych musi zapewnić rozwój pęknięcia. Jeśli w kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału zakłada się, że naprężenia normalne przyspieszają proces inicjacji pęknięcia (np. jak w kryterium Findleya, gdzie miarą uszkodzenia jest $\sigma_{eq,a} = \tau_{ns,a} + k\sigma_{n,max}$) to jeden obszar (pola w płaszczyźnie materiału) zawiera się w drugim, przy czym zakres wpływu składowych stycznych $\tau_{ns,a}$, ujętych funkcją wagową w_{ns} , jest mniejszy od zakresu wpływu składowych normalnych $\sigma_{n,max}$ ujętych funkcją wagową w_n (Rys. 2).



Rys. 2. Schematyczny rozkład wartości funkcji wagowych w_{ns} i w_n



Rys. 3. Przykładowe położenie płaszczyzny uśredniania i punktu bazowego r_0

Proponowana ogólna postać operacji uśredniania jest następująca:

$$\hat{\kappa}_{ns}(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{\hat{w}_{ns}(\mathbf{r}_0)} \int_A \kappa_{ns}(\mathbf{r}) w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA, \quad (5)$$

$$\hat{\kappa}_n(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{\hat{w}_n(\mathbf{r}_0)} \int_A \kappa_n(\mathbf{r}) w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA$$

gdzie κ jest parametrem (naprężenie lub odkształcenie) uszkodzenia zmęczeniowego; \mathbf{r}_0 wektorem określającym położenie punktu bazowego (Rys. 3); \mathbf{r} jest wektorem określającym położenie punktu, dla którego lokalna wartość $\kappa(\mathbf{r})$ jest znana; indeksy n i ns oznaczają odpowiednio składową normalną i styczną (postaciową) parametru κ w płaszczyźnie krytycznej o normalnej n i kierunku stycznym s ; w jest odpowiednią funkcją wagową ujmującą odmienny wpływ składowych stycznych i normalnych na trwałość zmęczeniową; A jest powierzchnią zgodną z płaszczyzną krytyczną;

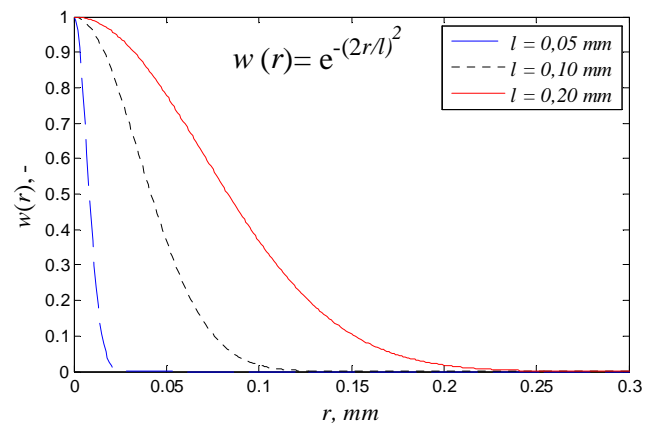
$$\hat{w}_{ns}(\mathbf{r}_0) = \int_A w_{ns}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA, \quad \hat{w}_n(\mathbf{r}_0) = \int_A w_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) dA$$

Postać wzorów (5) jest ogólna, w zależności od analizowanego materiału i obciążenia (kryterium), przy czym dla niejednorodnego pola naprężeń postać ta redukuje się do uśredniania, np. tylko składowych normalnych (Karolczuk, 2008, Karolczuk i Cichański, 2008) lub pozostaje w najogólniejszej formie (Karolczuk, Nadot i Dragon, 2008).

Funkcja wagowa w_n (w_{ns}) ma na celu odzwierciedlenie wpływu, na trwałość zmęczeniową, lokalnych wartości naprężeń (odkształceń) znajdujących się w pewnej odległości r od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0) , w którym rozpocznie się proces pęknięcia. Wykorzystanie tylko maksymalnych, spośród lokalnych, wartości naprężeń (odkształceń) w obliczeniach trwałości zmęczeniowej prowadzi do błędnych obliczeń, w których obliczeniowa trwałość jest zaniżona w stosunku do trwałości eksperymentalnej. Efekt ten (efekt gradientu) można wytłumaczyć tym, że o trwałości zmęczeniowej nie decyduje zniszczenie wiązań w jednym punkcie, ale wiązań w pewnym obszarze materiału. W pracy (Cichański i Karolczuk, 2008) zaproponowano następującą postać funkcji wagowej

$$w_i(r) = e^{-(2r/l_i)^2}, \quad (6)$$

gdzie r jest odległością punktu (x, y, z) od punktu bazowego (x_0, y_0, z_0) ; i jest wskaźnikiem ($i = n, ns$) oznaczającym uśrednianie składowej stycznej (postaciowej) lub normalnej tensora naprężeń (odkształceń) w płaszczyźnie krytycznej; l_i jest stałą charakteryzującą wpływ składowych i na trwałość zmęczeniową. Na rysunku 4 przedstawiono przykładowy rozkład funkcji wagowej typu (6) w zależności od wartości parametru l_i .



Rys. 4. Przykładowe rozkłady funkcji wagowej typu (6) dla różnych wartości parametru l_i

4. OPIS BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Do analizy zaproponowanego modelu redukcji niejednorodnych pól naprężeń (odkształceń) wykorzystano dane eksperymentalne zaczerpnięte z pracy (Fatemi i inni, 2004).

Przebadane próbki wykonano ze stali AISI 1141 (Tab. 1) w dwóch stanach: bez obróbki cieplnej (AF) i po obróbce

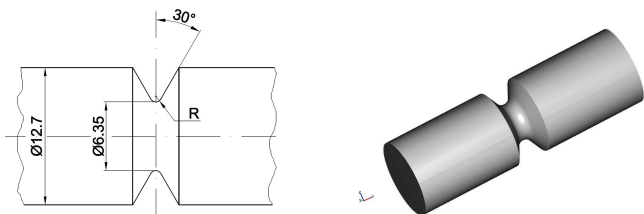
cieplnej (QT - hartowanie i odpuszczanie).

Próbki z karbem obrączkowym (Rys. 5) o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu $R=\{0,529; 1,588\}$, mm poddano jednoosiowemu obciążeniu o zerowej wartości średniej. Teoretyczne współczynniki działania karbu wynosiły odpowiednio: $K_f=2,8$ i $K_f=1,8$. Trwałość zmęczeniowa to liczba cykli do całkowitego zniszczenia próbki w zakresie $N_{exp}=\{6991 - 756000\}$, (19 próbek). Dominującym okresem trwałości zmęczeniowej był okres inicjacji pęknięcia (według autorów pracy Fatemi i inni, 2004).

Tab. 1. Właściwości stali AISI 1141 wykorzystane w obliczeniach

Stan	$\varepsilon_a = \sigma_f' / E \cdot (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$					$\varepsilon_a^p = (\sigma_a / K')^{1/n'}$	
	E , GPa	σ_f' , MPa	ε_f' , -	b , -	c , -	K' , MPa	n' , -
AF	200	1296	1,026	-0,088	-0,686	1205	0,122
QT	212	765	1,664	-0,041	-0,704	1133	0,134

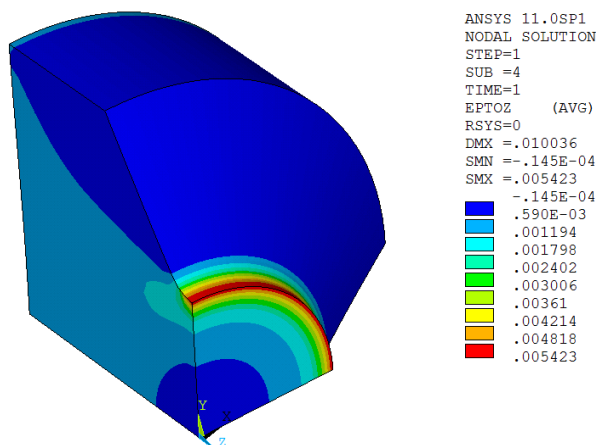
gdzie ε_a , ε_a^p to amplitudy odkształcenia całkowitego i plastycznego, N_f to liczba cykli do zniszczenia, σ_a to amplituda naprężenia



Rys. 5. Kształt próbki z karbem obrączkowym, wykonanej ze stali AISI 1141 (Fatemi i inni, 2004)

5. MODELOWANIE ROZKŁADÓW NAPRĘŻEŃ I ODKSZTAŁCEŃ

Przeprowadzane obliczenia wymagały wyznaczenia rozkładów naprężeń i odkształceń w analizowanych próbkach. Proces modelowania przeprowadzono metodą elementów skończonych w środowisku programu ANSYS.



Rys. 6. Rozkład amplitud odkształceń całkowitych w próbce z karbem $R=0,529$ mm dla $S_a=400$ MPa (materiał sprężysto-plastyczny)

Dla badanej stali wykonano nieliniowe analizy strukturalne modelując oba stany materiału odmiennymi krzywymi

$\sigma_a - \varepsilon_a$. Do obliczeń przyjęto obciążenia powodujące powstanie średnich naprężeń w przekroju netto próbki o nominalnej amplitudzie $S_a=\{225 \div 500\}$ MPa, adekwatnie do warunków prowadzenia badań doświadczalnych opisanych w pracy (Fatemi i inni, 2004). Z analiz numerycznych wyznaczono rozkłady amplitud odkształceń $\varepsilon_{z,z,a}$ w objętości próbki (Rys. 6).

Tak uzyskane rozkłady zredukowano do płaszczyzny krytycznej uzyskując pole amplitud odkształceń całkowitych. W następnym kroku w polu tym wykonano całkowanie z uwzględnieniem funkcji wagowej (6).

6. WYNIKI OBLICZEŃ I ICH ANALIZA

W niniejszej pracy skupiono się na analizie wpływu tylko funkcji wagowej w_n na trwałość zmęczeniową. Z tego względu do obliczeń wybrano dane eksperymentalne dotyczące tylko wahadłowego rozciągania-ściskania próbek gładkich i próbek z karbem. Taki sam stan obciążenia zastosowany zarówno dla próbek referencyjnych (gładkich) jak i z karbem pozwala na zawężenie analizy tylko do metod nielokalnych. Problem wyboru kryterium wieloosiowego zmęczenia został rozwiązany poprzez użycie takiej samej miary uszkodzenia zarówno dla charakterystyki zmęczeniowej ($\varepsilon_a - 2N_f$, tab. 1) jak dla próbek z karbem. W związku z tym, dla próbek wykonanych ze stali AISI 1141 zastosowano miarę uszkodzenia w postaci maksymalnego odkształcenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej

$$\varepsilon_n(t) = \varepsilon_{ij}(t)n_i n_j, \quad (7)$$

gdzie ε_{ij} to składowe tensora odkształcenia ($i, j = x, y, z$), n_i, n_j to składowe wektora jednostkowego normalnego do płaszczyzny krytycznej. Płaszczyzna krytyczna to płaszczyzna o maksymalnej amplitudzie odkształcenia normalnego $\varepsilon_n(t)$, czyli w naszym przypadku płaszczyzna normalna do kierunku przyłożonych sił zewnętrznych ($\varepsilon_n = \varepsilon_{zz}$).

Niejednorodne pola odkształceń w ustalonych płaszczyznach krytycznych (uśredniania) materiału, zmieniają się w czasie cyklu obciążenia. W zasadzie proces uśredniania można przeprowadzić dla każdej zmiennej czasowej t , jakkolwiek wymaga to żmudnych obliczeń numerycznych. Z wyznaczonych przebiegów nielokalnej miary uszkodzenia $\hat{\varepsilon}_n(t)$ oblicza się amplitudę $\hat{\varepsilon}_{n,a}$, a z niej na podstawie charakterystyki zmęczeniowej (tab.1) liczbę cykli do zniszczenia $N_{cal} = N_f$. W analizowanych przypadkach obciążenia obliczenia przeprowadzono dla zmiennej czasu t , kiedy nielokalna miara uszkodzenia osiąga wartość maksymalną.

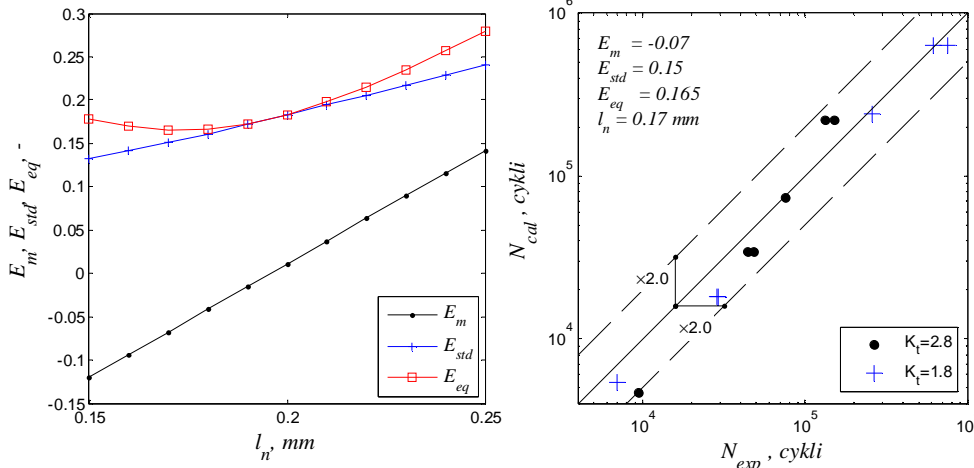
W nielokalnej metodzie oceny trwałości zmęczeniowej posłużono się następującymi estymatorami

$$E_r^{(i)} = \log \frac{N_{cal}^{(i)}}{N_{exp}^{(i)}}, \quad E_m = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j E_r^{(i)}, \quad (8)$$

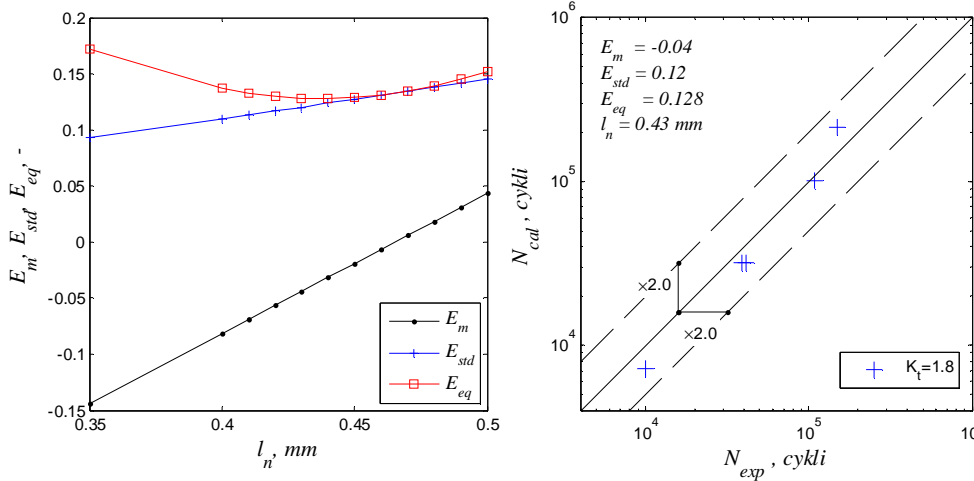
$$E_{std} = \sqrt{\frac{1}{j-1} \sum_{i=1}^j (E_r^{(i)} - E_m)^2}, \quad E_{eq} = \sqrt{E_m^2 + E_{std}^2}$$

gdzie wskaźnik górny (i) oznacza kolejną próbkę, a j jest liczbą wszystkich próbek. Estymator E_m określa ogólną orientację punktów w przestrzeni $N_{exp}-N_{cal}$. Jeżeli $E_m > 0$ to trwałości obliczeniowe są statystycznie większe od eksperymentalnych (stan niebezpieczny). Zerowa wartość estymatora E_m nie oznacza jednak idealnej zgodności wyników. Drugim ważnym estymatorem jest odchylenie standardowe estymatora E_r oznaczony przez E_{std} . Estymator ten wyznacza rozproszenie wyników obliczeniowych. Estymatory tj. E_m i E_{std} zostały użyte do wyznaczenia ekwiwalentnego estymatora dopasowania E_{eq} . W pierwszym etapie przeanalizowano szeroki zakres zmienności parametru l_n .

Dla każdej wartości l_n obliczono estymatory dopasowania (8). W drugim kroku zawężono zakres zmienności parametru l_n do zakresu gdzie zaobserwowano minimum estymatora E_{eq} . Niewielkie wartości parametru l_n uwypuklają silniejszy wpływ naprężeń (odkształceń) znajdujących się w niewielkiej odległości od punktu bazowego (Rys. 4). Ponieważ odpowiada to większym wartościom miar uszkodzenia, trwałość obliczeniowa N_{cal} maleje wraz ze zmniejszaniem wartości parametru l_n . Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono zmienność estymatorów dopasowania w funkcji wartości parametru l_n dla stali AISI 1141 w stanie (AF) oraz (QT).



Rys. 7. Wartości estymatorów dopasowania dla stali AISI 1141 (AF) w funkcji parametru l_n oraz porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z obliczoną N_{cal} dla $l_n = 0,17$ mm



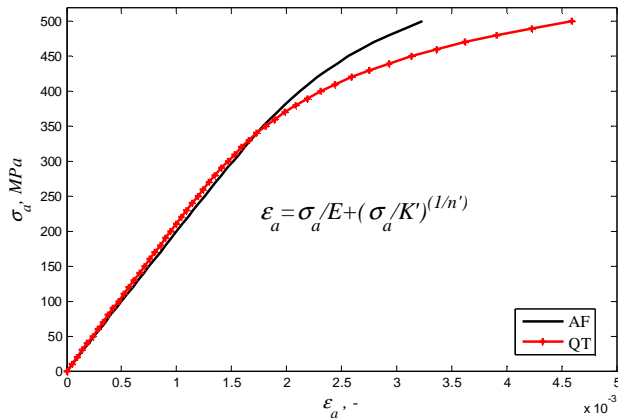
Rys. 8. Wartości estymatorów dopasowania dla stali AISI 1141 (QT) w funkcji parametru l_n oraz porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością N_{cal} dla $l_n = 0,43$ mm

Najmniejszą wartość estymatora E_{eq} dla stali AISI 1141 w stanie (AF) otrzymano dla $l_n=0,17$ mm i to zarówno dla karbu o współczynniku spiętrzenia naprężeń $K_t=2,8$ i $K_t=1,8$. Natomiast dla stanu (QT), w którym materiał charakteryzuje się innymi właściwościami (tab.1), najlepsze dopasowanie uzyskano dla $l_n=0,43$ mm.

Krzywe cyklicznego odkształcenia ($\epsilon_a-\sigma_a$) dla stali AISI 1141 w stanie (AF) i (QT) różnią się. Przy tym samej amplitudzie naprężenia stal AISI 1141 w stanie (QT) wykazuje większe odkształcenia całkowite niż w stanie (AF), (Rys. 9).

Wynika z tego, że w stanie (QT) stal AISI 1141 charakteryzuje się większą zdolnością do rozpraszania energii poprzez odkształcenia plastyczne. Występowanie odkształceń plastycznych zwiększa liczbę mikropęknięć, które łącząc się powodują zniszczenie elementu. Oznacza to, że za trwałość zmęczeniową odpowiadają procesy nielocalne. W przypadku jednorodnych pól naprężeń stan naprężenia w jednym punkcie materiału jest wystarczającym parametrem opisującym stan uszkodzenia całego elementu. Natomiast w przypadku niejednorodnego pola naprężeń w ocenie stopnia

uszkodzenia elementu należy uwzględnić pewną przestrzeń geometryczną w materiale. Obszar uśredniania jest większy dla materiałów o większej zdolności do rozpraszania energii poprzez odkształcenia plastyczne. Z tego względu stała l_n jest większa dla materiału AISI 1141 w stanie (QT) niż w stanie (AF).



Rys. 9. Krzywe cyklicznego odkształcenia dla stali AISI 1141 według zależności $\epsilon_a^p = (\sigma_a/K')^{1/n'}$ (Tab. 1)

7. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i analiz wynika, że wielkość obszaru uśredniania odkształcenia normalnego w płaszczyźnie krytycznej zależy od zdolności materiału do rozpraszania energii poprzez odkształcenia plastyczne. Dla stali AISI 1141 o większej zdolności kumulacji energii odkształcenia plastycznego, czyli w stanie (QT) parametr l_n wynosi 0,43 mm a dla stanu (AF) $l_n=0,17$ mm. Większe wartości parametru l_n poprzez postać funkcji wagowej (6) rozszerzają obszar uśredniania.

LITERATURA

1. **Bazant Z.P., Novak D.** (2000), Probabilistic nonlocal theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. I theory, *J. Engng Mech.*, 126(2), 166-174.
2. **Cichański A., Karolczuk A.** (2008), Nielokalna metoda szacowania trwałości zmęczeniowej elementów z defektami, *XXII Sympozjum Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji*, Bydgoszcz-Pieczyska, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, 53-62.
3. **Cornetti P., Pugno N., Carpinteri A., Taylor D.** (2006), Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion, *Engng Fract. Mech.*, 73, 2021-2033.
4. **Fatemi A., Zeng Z., Plaseied A.** (2004), Fatigue behavior and life predictions of notched specimens made of QT and forged microalloyed steels, *Int. J. Fatigue*, 26, 663-672.
5. **Karolczuk A.** (2008), Non-local area approach to fatigue life evaluation under combined reversed bending and torsion, *Int. J. Fatigue*, 30, 1985-1996.
6. **Karolczuk A., Macha E.** (2005), A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials, *Int. J. Fracture*, 134, 267-304.

7. **Karolczuk A., Nadot Y., Dragon A.** (2008), Non-local stress gradient approach for multiaxial fatigue of defective material, *Computational Materials Science* 44, 464-475.
8. **Naik R.A., Lanning D.B., Nicholas T., Kallmeyer A.R.** (2005), A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life, *Int. J. Fatigue*, 27, 481-492.
9. **Palin-Luc T., Lasserre S.** (1998), An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue, *Eur. J. Mech., A/Solids*, 17(2), 237-251.
10. **Papadopoulos I.V., Panoskaltsis V.P.** (1996), Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engng Fract. Mech.*, 55(4), 513-528.
11. **Qyrafku G., Azari Z., Gjonaj M, Pluvinage G.** (1998), On the fatigue failure and life prediction for notched specimens, *Mater. Sci.* 34(5), 604-618.
12. **Qyrafku G., Azari Z., Kadi N., Gjonaj M, Pluvinage G.** (1999), Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats, *Int. J. Fatigue*, 21, 753-760.
13. **Seweryn A., Mróz Z.** (1995), A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading, *Engng Fract. Mech.*, 51(6), 955-973.
14. **Susmel L., Taylor D.** (2006), A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading, *Int. J. Fatigue*, 28, 417-430.
15. **Taylor D.** (2005), Analysis of fatigue failures in components using the theory of critical distances, *Engng Fail. Anal.*, 12, 906-914.
16. **Weibull W.** (1939), A statistical theory of the strength of materials, *Royal Swed Inst Engng Res*, No 151, 45.
17. **Yao W., Xia K., Gu Y.** (1995), On the fatigue notch factor, *K_f Int. J. Fatigue*, 17, 245-251.

AVERAGING OF STRAINS OVER THE CRITICAL PLANE IN FATIGUE LIFE ASSESSMENTS OF NOTCHED SPECIMENS

Abstract: The paper analyses the influence of the size of the area in averaging process of strains over critical plane on the calculated fatigue life. The averaged strain is used as nonlocal parameter in fatigue life calculation. The analysis is performed on experimental results obtained on specimens with different notch radius. Specimens were made of a vanadium-based microalloyed forging steel AISI 1141, in both as-forged (AF) and quenched and tempered (QT) conditions. Heat treatment has changed cyclic properties of the material. The change in the cyclic stress-strain curve by heat treatment has influenced the size of the averaging area.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego habilitacyjnego nr N N501 1432 33 finansowanego w latach 2007-2009.



Artykuł współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

