

ODRYWANIE SIĘ PĘCZERZY GAZOWYCH OD KRAWĘDZI DYSZ BADANIA EKSPERYMENTALNE I MODELOWANIE

Romuald MOSDORF*, Tomasz WYSZKOWSKI*

*Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

mosdorf@ii.pb.bialystok.pl, wyszowski.tomasz@gmail.com

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych generowania pęcherzy powietrza z dyszy o wewnętrznej średnicy równej 1.1mm. Rejestrowano zmiany ciśnienia powietrza, czasy przejścia pęcherzy przez wiązkę światła laserowego oraz dynamikę zmiany kształtu pęcherza z zastosowaniem kamery do szybkich zdjęć. Do modelowania odrywania się pęcherzy zastosowano układ równań różniczkowych zwyczajnych opisujący zmiany masy powietrza w układzie zasilania dyszy. W trakcie symulacji, podobnie jak w czasie eksperymentu, obserwowano chaotyczne zmiany parametrów opisujących odrywanie się pęcherzy. Uzyskane wyniki symulacji pozwalają sformułować hipotezę, że jednym z powodów występowania zjawiska chaotycznego odrywania się pęcherzy gazowych jest nieliniowy charakter oddziaływania pęcherza na ciecz wywołany sprężaniem gazu zawartego w pęcherzach o kształcie sferycznym oraz układzie zasilania dyszy w gaz.

1. WSTĘP

Wiele badań dotyczących pęcherzy gazowych przeprowadzono w ramach eksperymentów, w których gaz z dyszy lub otworów w płytach wydostaje się do cieczy. Wyniki tych badań zostały opublikowane między innymi w Luewisutthichat i inni (1997). Początkowo modelowanie procesu odrywania się pęcherza gazowego od brzegu otworu uwzględniało siły napięcia powierzchniowego i siłę wyporu. Większość teoretycznych badań wzrostu pęcherza ogranicza się do modelowania wzrostu pojedynczego pęcherza i nie jest w nich uwzględniane zjawisko oddziaływania pęcherzy (Oguz i Prosperetti, 1993). Prowadzone są jednak badania nad dynamiką pęcherzy przy stałym wydatku gazu (Sanada i inni, 2005). Badania eksperymentalne pokazują, że przy wzroście wydatku powietrza obserwuje się zjawisko łączenia się kolejno odrywających się pęcherzy gazu (Zhang i Shoji, 2001). Ostatnio coraz częściej uwzględnia się w badaniach efekty oddziaływania kolejno odrywających się pęcherzy (Zhang i Shoji, 2001) oraz oddziaływanie pęcherzy z przepływem turbulentnym generowanym przez ruch poprzednio oderwanego pęcherza (Luewisutthichat i inni, 1997). Nowe podejście do badania dynamiki wzrostu pęcherzy zmusiło badaczy do zastosowania nieliniowych metod analizy danych (Mosdorf i Shoji, 2003).

W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych generowania pęcherzy powietrza z pojedynczej dyszy. Do analizy danych zastosowano fraktalne metody analizy danych. Do modelowania odrywania się pęcherzy zastosowano układ równań różniczkowych zwyczajnych opisujący zmiany masy powietrza w układzie zasilania dysz.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

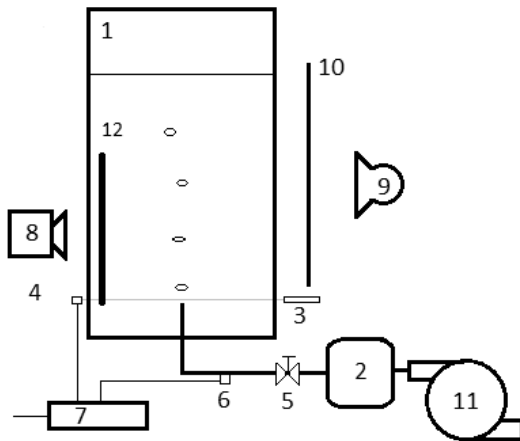
Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na Rys. 1. Badania prowadzono w szklanym zbiorniku

o wymiarach (300x300x1000 mm) wypełnionym wodą destylowaną.

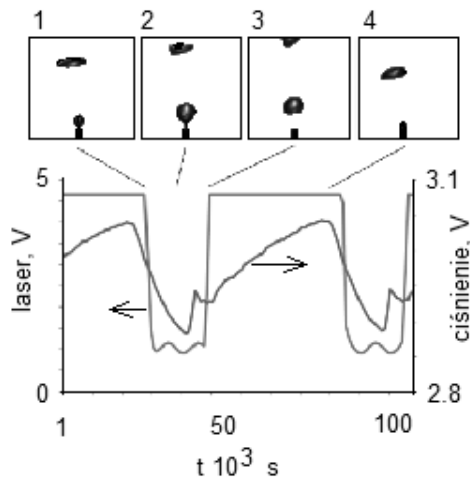
Pęcherze powietrza generowane były z mosiężnej dyszy o długości 7mm i średnicy wewnętrznej \varnothing 1.1 mm. Układ zasilający dyszę w powietrze wyposażony został w pompę pneumatyczną o maksymalnym wydatku 200 l/h oraz zbiornik wyrównawczy. Wydatek powietrza regulowano zaworami. System pomiarowy wyposażony był w: kamerę Casio EX FX1 rejestrującą obraz z szybkością 600 klatek na sek., system składający się z lasera oraz fototranzystora, którego zadaniem było rejestrowanie częstotliwości odrywających się pęcherzy.

Fluktuacje ciśnienia w układzie zasilania w powietrze rejestrowano z zastosowaniem czujnika ciśnienia MPX12DP (o zakresie pomiarowym 0-10kPa). System laser - fototranzystor a także czujnik ciśnienia podłączone były do stacji akwizycji danych DT9800 o częstotliwości próbkowania 1kHz. Badania prowadzono dla częstotliwości odrywania się pęcherzy w zakresie od 1 do 40Hz. Wiązka światła lasera umieszczona była na wysokości 3 mm ponad wylotem dyszy. Przykładowy sygnał rejestrowany w trakcie eksperymentu pokazano na Rys. 2.

W chwili gdy pęcherz przecinał wiązkę światła laserowego, napięcie na fototranzystorze spadało, a następnie rosło gdy pęcherz nie przesłaniał wiązki światła. Ponieważ zmiany ciśnienia i odczyty z fototranzystora odbywały się równocześnie (z przesunięciem o $1e-05s$), dlatego uzyskany wynik pozwala prześledzić, w której fazie wzrostu pęcherza ciśnienie powietrza w układzie zasilania wzrasta lub maleje. Nad wykresem zmian ciśnienia i sygnału rejestrowanego przez fototranzystor pokazano zarejestrowane kamerą do szybkich zdjęć położenia pęcherza powietrza nad dyszą. Analiza zarejestrowanych danych pokazuje, że średni czas przejścia pęcherza przez wiązkę światła lasera w zakresie badanych częstotliwości odrywania się pęcherzy powietrza (1-40Hz) zmienia się nieznacznie i wynosi $0.018 \pm 0.002s$.



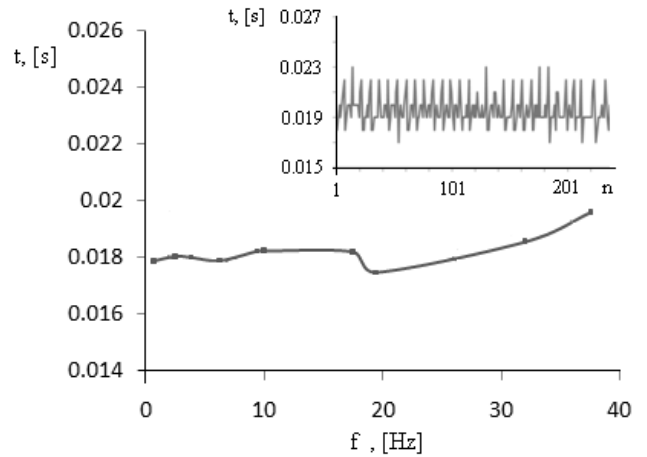
Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego. 1 – szklany zbiornik, 2 – zbiornik wyrównawczy z powietrzem, 3 – laser, 4 – fototranzystor, 5 – zawór powietrzny, 6 – czujnik ciśnienia, 7 – stacja akwizycji danych, 8 – kamera, 9 – oświetlenie, 10 – przesłona rozpraszająca światło, 11 – pompa sterowana elektrycznie



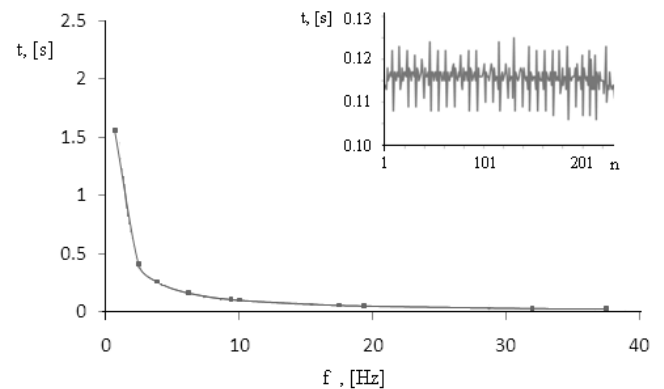
Rys. 2. Przykładowe zmiany w czasie rejestrowanego sygnału z fototranzystora i czujnika ciśnienia. 1 – wierzchołek pęcherza znajduje się na wysokości 3 mm, 2 – pęcherz przesłania wiązkę światła lasera, 3 – oderwanie się pęcherza, 4 – początkowa faza wzrostu pęcherza (pęcherz przyjmuje kształt kulisty)

Na Rys. 3 pokazano zmiany średniego czasu przejścia pęcherzy przez wiązkę światła laserowego w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W prawej górnej części wykresu pokazano zmiany w czasie rejestrowanych czasów przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego.

Natomiast czasy pomiędzy odrywającymi się pęcherzami maleją wraz ze wzrostem częstotliwości odrywania się pęcherzy. Na Rys. 4 pokazano zmiany średniego czasu pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W górnej części rysunku pokazano zmiany w czasie rejestrowanych przedziałów czasu przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego.



Rys. 3. Zmiany średniego czasu przejścia pęcherzy przez wiązkę światła laserowego w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W górnej części rysunku pokazano zmiany w czasie rejestrowanych czasów przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego



Rys. 4. Zmiany średniego czasu pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami w funkcji średniej częstotliwości odrywania się pęcherzy. W górnej części rysunku pokazano zmiany w czasie rejestrowanych czasów przejścia pęcherza przez wiązkę światła laserowego

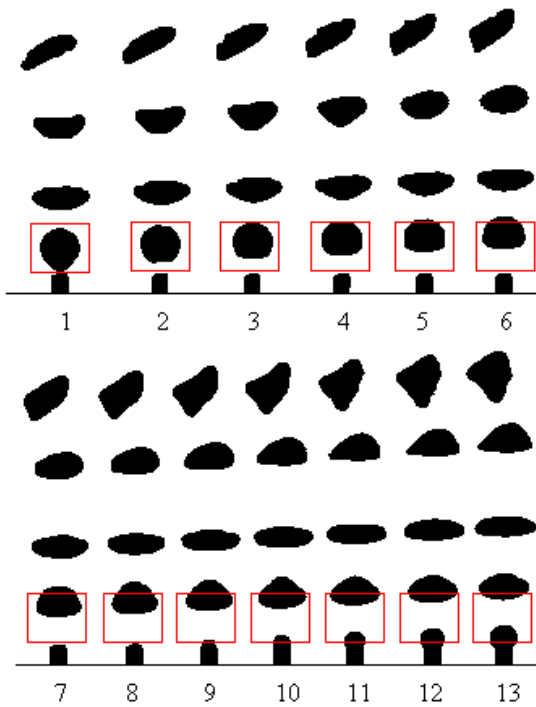
Analiza filmów wykonanych za pomocą szybkiej kamery umożliwiła oszacowanie dynamiki zmian kształtu pęcherzy w początkowej fazie po oderwaniu się pęcherza od dyszy. W celu identyfikacji pęcherzy do każdej klatki filmu zastosowano filtr Sobela polegający na wykonaniu dwuwymiarowego splotu obrazu A z dwoma macierzami 3×3 o postaci:

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} * A \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * A \quad (1)$$

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

W wyniku operacji przekształca się wejściowy obraz A na obraz G . Zastosowanie filtra Sobela pozwala wykryć krawędzie pęcherza. Pełna rekonstrukcja pęcherzy wymagała zastosowania algorytmu wypełniania wykrytych pęcherzy czarnymi pixelami. Przykładowy wynik działania algorytmu pokazano na Rys. 5.

W celu oceny dynamiki deformacji pęcherzy w ich początkowej fazie lotu zliczano ilości czarnych pixeli w obszarze zaznaczonym kwadratem pokazanym na Rys. 5. W trakcie wzrostu pęcherzy kwadrat wypełniany był czarnymi pixelami. Zmiana rozmiaru pęcherza oraz jego deformacja zmieniała ilość czarnych pixeli w kwadracie. Na Rys. 6 pokazano zmiany ilości czarnych pixeli w funkcji czasu obliczane przy dwóch częstotliwościach odrywania się pęcherzy.



Rys. 5. Kolejne klatki filmu wykonane szybką kamerą po zastosowaniu filtra Sobela oraz algorytmu wypełniania pęcherzy. Odstęp czasu pomiędzy kolejnymi klatkami wynosi 1/600 s. Kwadrat pokazuje obszar, w którym zliczano ilość czarnych pixeli

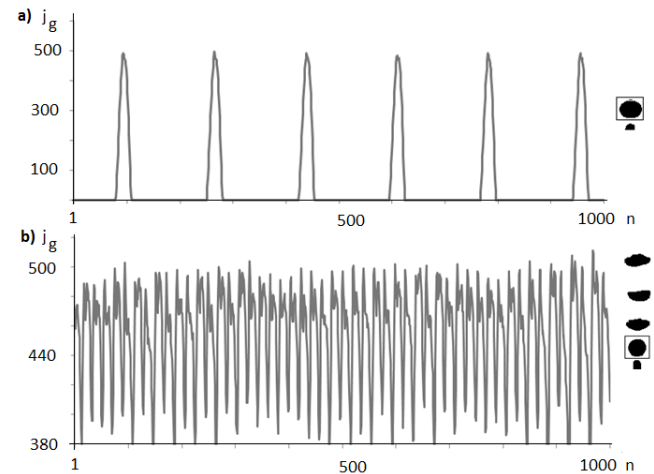
Uzyskany wynik pokazuje, że zwiększenie częstotliwości odrywania się pęcherzy prowadzi do chaotycznych zmian kształtu pęcherzy w początkowej fazie ich wzrostu. W przypadku, gdy pęcherze odrywają się z małą częstotliwością, kolejne pęcherze wypełniające kwadrat pokazany na Rys.5 mają zbliżony wymiar a ich deformacje również przebiegają w sposób powtarzalny, co ilustruje Rys. 6a. Gdy częstotliwość odrywania się pęcherzy wzrasta, wówczas maksymalne wymiary pęcherzy kolejnych oraz sposoby ich deformacji zmieniają się przypadkowo, co ilustruje Rys. 6b.

3. METODY ANALIZY DANYCH

Identyfikacja chaotycznych zachowań układów dynamicznych na podstawie rejestrowanych danych przebiega wieloetapowo. Procesu analizy nie można automatyzować, a kolejne etapy obliczeń wymagają dodatkowych szczegółowych interpretacji. Odpowiedź na pytanie, czy w bada-

nym układzie obserwowane są procesy o charakterze chaosu deterministycznego, wymaga porównania wyników poszczególnych etapów analizy. W pracy zastosowano następujące elementy analizy:

- wyznaczenie funkcji autokorelacji;
- rekonstrukcja traktora;
- określenie wymiaru korelacyjnego;
- obliczenie największego wykładnika Lapunowa.



Rys. 6. Zmiana ilości czarnych pixeli w obszarze kontrolnym zaznaczonym kwadratem na Rys. 5
a) $f=3.4\text{Hz}$, b) $f_b=29\text{Hz}$

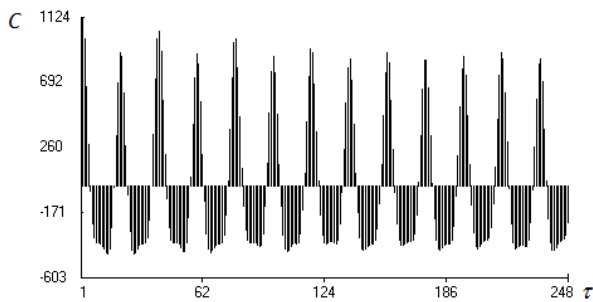
Rekonstrukcję atraktora w określonym wymiarze zanużenia wykonuje się z wykorzystaniem tzw. współrzędnych stroboskopowych. W metodzie tej współrzędne atraktora wyznacza się na podstawie kolejnych wartości szeregu czasowego, oddległych od siebie o wartość tzw. czasu opóźnienia τ . Opóźnienie czasowe τ jest wielokrotnością odstępu czasowego Δt między punktami szeregu czasowego (Baker, i Gollub, 1998). Rekonstrukcja atraktora we współrzędnych stroboskopowych nie odbywa się automatycznie. Wybór odpowiedniego opóźnienia czasowego τ ma istotny wpływ na jakość rekonstrukcji (Cieśliński i Mosdorf, 2002). Jeżeli τ jest zbyt małe, wówczas współrzędne danego wektora są prawie równe sobie i w rezultacie otrzymuje się zależność liniową, która jest nieprawdziwa dla współrzędnych rzeczywistej trajektorii (Schuster i inni, 1998). Z drugiej jednak strony należy również zwrócić uwagę na fakt, że korelacje między stanami dynamicznymi układu chaotycznego trwają przez stosunkowo krótki czas. Jeżeli opóźnienie czasowe τ jest zbyt duże, wówczas punkty są tak oddległe od siebie, że stają się nieskorelowane (Baker i Gollub, 1998).

Istnieje wiele metod określenia optymalnej wartości opóźnienia czasowego τ . Jedna z nich opiera się na analizie funkcji nieznormalizowanego współczynnika autokorelacji. Zgodnie z takim podejściem, należy tak dobrać τ , aby spełniona była zależność $C(\tau) \sim 0.5 C(0)$ (Luewisutthichat i inni, 1997).

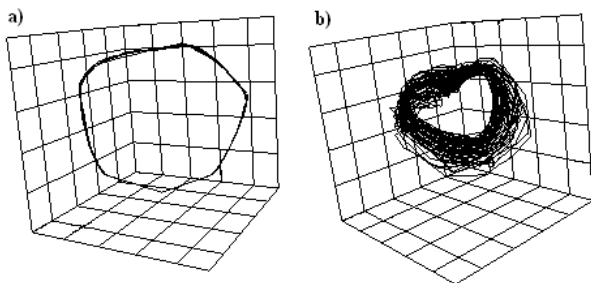
Na Rys. 7 pokazano funkcję autokorelacji wyznaczoną dla szeregu zmian ilości czarnych pixeli w obszarze kontrolnym w przypadku $f_b = 29\text{Hz}$. Uzyskany wynik pozwala wyznaczyć właściwą wartość τ wykorzystywaną do rekon-

strukcji atraktora równą 4. Na Rys. 8 pokazano rekonstrukcję atraktorów na podstawie danych pokazanych na Rys. 6.

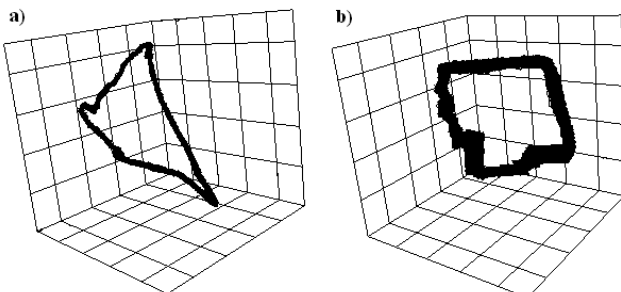
Na Rys. 9 pokazano rekonstrukcje atraktorów wyznaczone w oparciu o pomiar zmian ciśnienia.



Rys. 7. Funkcja autokorelacji szeregu czasowego pokazanego na Rys. 6b. Wyznaczona wartość τ właściwa do rekonstrukcji atraktora wynosi 4



Rys. 8. Rekonstrukcja atraktorów na podstawie danych pokazanych na Rys. 6. Wielkość τ wyznaczono w oparciu o kryterium autokorelacji. a) $f_b = 3.4$ Hz b) $f_b = 29$ Hz



Rys. 9. Rekonstrukcja atraktorów na podstawie pomiarów ciśnienia w układzie zasilania dyszy. Wielkość τ wyznaczono w oparciu o kryterium autokorelacji. a) $f_b = 3.4$ Hz b) $f_b = 29$ Hz

Uzyskane wyniki badań pokazują, że zmiana częstotliwości odrywania się pęcherzy prowadzi do „rozmycia” trajektorii utworzonej zarówno przez zmiany ciśnienia w układzie zasilania dyszy, jak również przez szereg czasowy określający dynamikę zmian kształtu pęcherza w początkowej fazie po oderwaniu od dyszy. Wahania ciśnienia zachodzą jednak w mniejszej skali niż zmiany kształtu pęcherzy.

Dla danych eksperymentalnych wymiar korelacyjny D_2 w oparciu o zaproponowany przez Grassbergera – Procaccię algorytm (Schuster, 1993; Grassberger i Procaccia, 1983) wyznacza się z następującej zależności:

$$D_2 = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{\ln r} \ln \sum_i p_i^2 \quad (2)$$

przy czym:

$$\sum_i p_i^2 \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \Theta(r - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|) = C_2(r), \quad (3)$$

a $\Theta(x)$ jest skokową funkcją Heaviside'a.

Wielkość C_2 , zwana całką korelacyjną, określa miarę prawdopodobieństwa znalezienia na atraktorze dwóch punktów o odległości mniejszej od r . Obliczenia prowadzi się badając otoczenie wszystkich punktów atraktora. W celu wyznaczenia wymiaru korelacyjnego określa się współczynnik nachylenia prostej regresji możliwie najbardziej liniowego fragmentu wykresu $\log[C(r)]$ od $\log(r)$.

Wymiar korelacyjny atraktora pokazanego na Rys. 9a wynosi 2.42, zaś wymiar korelacyjny atraktora pokazanego na Rys. 9b wynosi 3.75. Wymiar korelacyjny atraktora pokazanego na Rys. 8b wynosi 2.85. Wymiar korelacyjny jest miarą złożoności układu dynamicznego, tym samym określa minimalną liczbę równań różniczkowych pierwszego rzędu, koniecznych do opisu dynamiki badanego układu. Uzyskany wynik pozwala przypuszczać, że do opisu dynamiki odrywania się pęcherzy można wykorzystać niskowymiarowy (3-4) układ równań różniczkowych zwyczajnych.

Wykładnik Lapunowa jest miarą zmiany odległości pomiędzy dwoma początkowymi punktami po N kolejnych iteracjach. Współczynnik Lapunowa jest również miarą utraty informacji o układzie w jednej iteracji. Dodatnia wartość wykładnika Lapunowa wskazuje na chaotyczne zachowanie układu. Metoda obliczania największego wykładnika Lapunowa L_1 dla szeregu danych empirycznych polega na pomiarze stopnia oddalania się sąsiadujących ze sobą punktów w zrekonstruowanej przestrzeni fazowej, w stałych odcinkach czasu. Największy wykładnik Lapunowa określony jest zależnością (Peters, 1997):

$$L_1 = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^m \log_2 \left[\frac{L'(t_{j+1})}{L(t_j)} \right], \quad (4)$$

gdzie: $L(t_j)$ oznacza odległość trajektorii dwóch wybranych punktów, natomiast $L'(t_{j+1})$ jest odległością trajektorii tych punktów po upływie czasu ewolucji.

Wykładnik Lapunowa dla atraktora pokazanego na Rys. 9a wynosi 1.5, zaś dla atraktora pokazanego na Rys.9b jest 10 razy większy i wynosi 15. Wykładnik Lapunowa atraktora pokazanego na Rys. 8b wynosi 10.3. Dla periodycznego układu pokazanego na Rys. 8a największy wykładnik Lapunowa jest ujemny i bliski zero.

Największy wykładnik Lapunowa pozwala na wyznaczenie czasu trwania pamięci długookresowej w układzie. W przypadku częstotliwości odrywania się pęcherzy $f_b = 29$ Hz czas ten w przybliżeniu odpowiada czasowi potrzebnemu do oderwania się około dwóch pęcherzy. Uzyskane wyniki pozwalają wnioskować, że dla wyższych częstotliwości odrywania się pęcherzy generowanie pęcherzy ma charakter chaosu deterministycznego. Nie obserwuje się procesu podwojenia okresu, raczej pojawiają się rosnące fluktuacje pulsacji ciśnienia i deformacji pęcherzy.

4. MODELOWANIE POWSTAWANIA PĘCHERZY

W występujących w układzie zasilania dysz w powietrze zmianach ciśnienia (Rys. 2) można wyróżnić dwa charakterystyczne przedziały czasu w których ciśnienie na przemian wzrasta i maleje. Spadek ciśnienia występuje, gdy rosnący pęcherz napełnia się powietrzem. Proces ten rozpoczyna się, gdy pęcherz przyjmuje kształt kulisty pokazany na Rys. 2. Zastosowanie czujnika laserowego pozwoliło na wyznaczenie czasu wzrostu pęcherza. Analiza zarejestrowanych danych pokazała, że czas ten niewiele zmienia się wraz ze zmianą częstotliwości odrywania się pęcherzy. Pozwala to przyjąć, że pęcherz powietrza zachowuje się jak „zawór” otwierający się na w przybliżeniu stały przedział czasu, gdy ciśnienie w układzie zasilania przekroczy krytyczną wartość.

Zmiana ilości masy gazu, M_g , w układzie zasilania dyszy może być opisana równaniem różniczkowym o postaci:

$$\frac{dM_g}{dt} = j_g - j_p \quad (5)$$

gdzie: j_g - masowy strumień gazu dostarczany do układu zasilania dyszy, j_p - masowy strumień gazu wydostający się z układu poprzez pęcherz.

Dla uproszczenia przyjęto, że strumień j_g jest stały w czasie, co odpowiada przypadkowi, w którym ciśnienie powietrza w zbiorniku zasilającym dysze jest znacznie większe od ciśnienia powietrza w dyszy. Na podstawie wyników badań eksperymentalnych przyjęto, że czas napełniania się pęcherza gazem wynosi 0.02 s. Strumień gazu j_p opisano zależnością:

$$j_p = \begin{cases} g_p & \text{gdy } M_g > M_{gk}, t_p = 0.02s \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases} \quad (6)$$

$$g_p = A \cdot \{\sin[\omega(t - t_p) + \pi/2] + 1\},$$

gdzie: t - moment czasu, w którym rozpoczyna się napełnianie pęcherza, t_p - czas wzrostu pęcherza, M_{gk} - masa gazu, przy której rozpoczyna się napełnianie pęcherza gazem, A - współczynnik określający wielkość pęcherza.

W zależności (6) zastosowano funkcję \sin w celu zapewnienia ciągłości funkcji $j_p(t)$ oraz jej pochodnej.

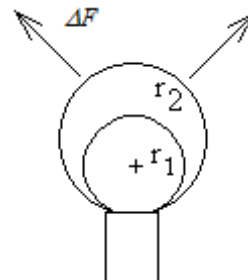
Wydostający się z dyszy pęcherz unosi ciecz znajdującą się przed jego czołem. Następnie ciecz ta opada w trakcie odrywania się pęcherza. W przypadku okresowo odrywających się pęcherzy przyjęto, że wprawiają one w ruch pionowy (w górę i w dół) ciecz o stałej masie M . Ciecz unoszona jest na skutek siły F_s związanej ze wzrostem pęcherza i powstającej w wyniku wzrostu ciśnienia gazu w pęcherzu. Ruch cieczy o masie M jest tłumiony przez siłę lepkości. Do opisu ruchu jej środka ciężkości zastosowano drugą zasadę dynamiki Newtona, co pozwala zapisać równanie ruchu cieczy o masie M w postaci:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = F_s - \Gamma \cdot v \quad (7)$$

gdzie: F_s - siła wywierana przez pęcherz na otaczającą go ciecz,

współczynnik Γ opisuje tłumienie przepływu, v jest prędkością środka masy cieczy M .

W celu określenia postaci funkcji siły unoszącej ciecz rozpatrzono małą zmianę promienia pęcherza Δr zachodzącą w małym przedziale czasu Δt . Przyjęto, że zmiana wielkości pęcherza nastąpiła na skutek oddziaływania z otaczającą go cieczą. W ten sposób rozpatrywano dwa quasi-stacjonarne stany pęcherza (kuliste pęcherze o promieniach r_1 i r_2), schematycznie pokazane na Rys. 10.



Rys. 10. Dwa quasi-stacjonarne stany pęcherza

Gdy układ zasilania wypełniony jest przez gaz rzeczywisty oraz gdy zmianie wielkości pęcherza nie towarzyszy zmiana ilości gazu, w układzie zasilania zachodzi:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= m \cdot C_1(p_r, T_r) \cdot R \cdot T; \\ p_2 \cdot V_2 &= m \cdot C_2(p_r, T_r) \cdot R \cdot T \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie: C - współczynnik ściśliwości.

Zmianie promienia pęcherza towarzyszy zmiana ciśnienia $\Delta p = p_2 - p_1$ wywołująca zmianę siły oddziaływania pęcherza na ciecz. Przy założeniu, że: pęcherz ma kształt kuli, oddziałuje na ciecz na powierzchni kuli oraz $r_2 = r_1 + \Delta r$, wielkość zmiany siły działającej na ciecz można oszacować następująco:

$$\Delta F_s = 3 \cdot (r_1 + \Delta r)^2 \cdot m \cdot R \cdot T \cdot \left[\frac{C_2(p_r, T_r)}{(r_1 + \Delta r)^3 + V_o} - \frac{C_1(p_r, T_r)}{r_1^3 + V_o} \right] \quad (9)$$

gdzie: V_o - objętość powietrza w układzie zasilania poniżej pęcherza.

Siła opisana równaniem (9) ma charakter nieliniowej siły sprężystej występującej na skutek zmiany promienia pęcherza związanej z oddziaływaniem pęcherza z cieczą. Nieliniowość występuje na skutek kulistego kształtu pęcherza oraz proporcji pomiędzy objętością pęcherza a objętością układu zasilania dyszy w powietrze. Na Rys. 11 pokazano zmiany ΔF_s (9) w funkcji Δr w zależności od wielkości V_o . Dla $V_o = 0$ funkcja ΔF staje się w przybliżeniu liniowa (Rys.11.a). Dla $V_o = 100$ funkcja ΔF staje się bliska funkcji kwadratowej (Rys. 11b).

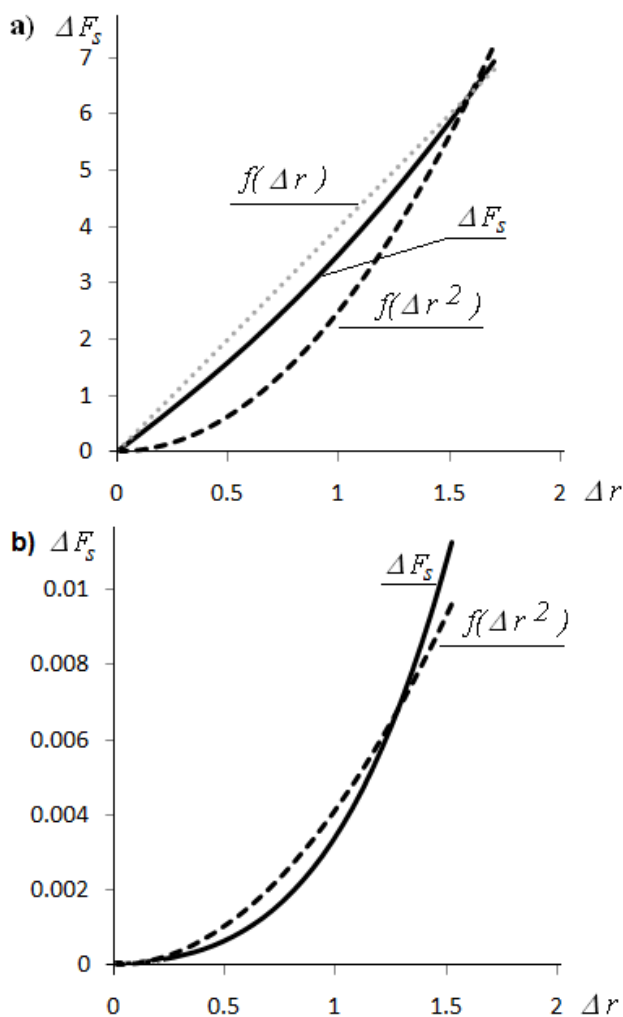
Zależność (9) określa zmianę siły oddziaływania pęcherza na ciecz w odniesieniu do chwilowej wielkości pęcherza (r_1). Wymiar pęcherza (r_1) zależy od ilości gazu znajdującego się w układzie zasilania, dlatego siłę modelowano poprzez nieliniową sprężynę, której jeden koniec przytwierdzony jest do masy M , a położenie drugiego określone

jest przez ilość gazu w układzie zasilania dyszy. Siłę F_s zapisano w postaci:

$$F_s = -\kappa \cdot \text{sign}(x - m_g - \delta) \cdot (x - m_g - \delta)^a \quad (10)$$

gdzie: m_g określa położenie końca sprężyny związanej z ilością gazu w układzie zasilania, $m_g = (M_g/\rho_g)/(\pi r_d^2)$, r_d – promień dyszy, δ - wymiar sprężyny w modelu - 10 mm, a - współczynnik nieliniowości sprężyny, x – położenie masy cieczy M .

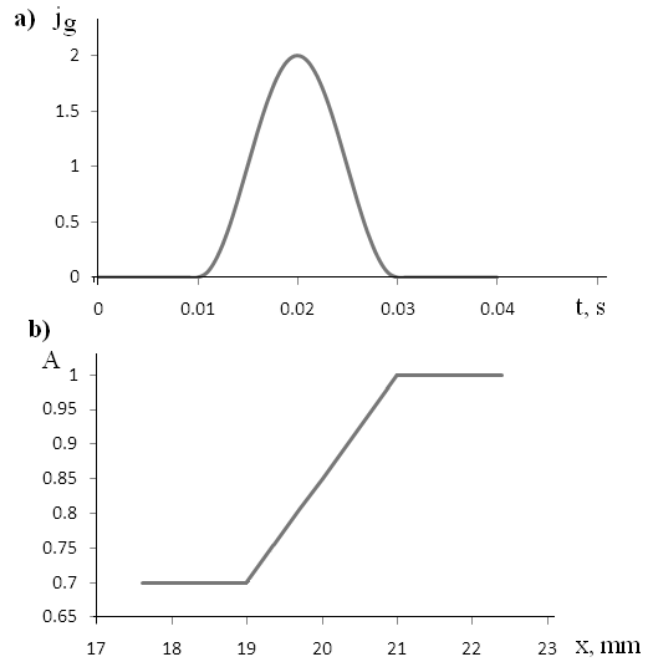
Wymiar odrywającego się pęcherza ustalany jest poprzez bilans sił działających na pęcherz. W momencie oderwania się pęcherza działają na niego siły: ciężkości, wyporu oraz siła hydrodynamiczna powstająca na skutek oddziaływania przepływów cieczy z powierzchnią międzyfazową. Wielkość sił hydrodynamicznych zmienia rozmiar odrywającego się pęcherza.



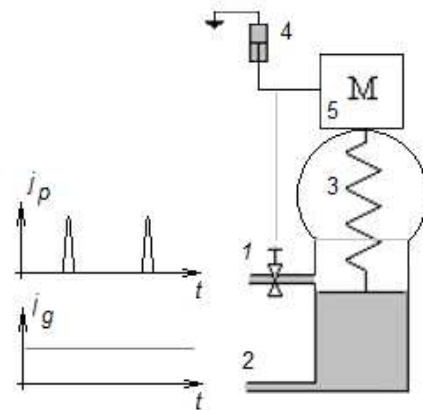
Rys. 11. Zmiany ΔF_s (9) w funkcji Δr w zależności od wielkości V_o . a) $V_o = 0$, b) $V_o = 100$

W modelu przyjęto, że wahania te mogą wynosić do 30%. Założono, że największe pęcherze powstają, gdy przepływ cieczy nie przeciwdziała wzrostowi pęcherza, tzn. gdy w momencie oderwania się pęcherza masa cieczy M nie ugina sprężyny symulującej sprężyste oddziaływanie pęcherza z cieczą. Dlatego przyjęto, że współczynnik A we wzorze (6) jest funkcją położenia masy M . Na Rys. 12

pokazano zmiany funkcji j_g w czasie oraz założoną postać funkcji opisującej zmiany współczynnika A w funkcji położenia masy M .



Rys. 12. Funkcje określające wymiar pęcherza. a) Zmiana w czasie masowego strumienia gazu odprowadzanego przez pęcherz, opisana zależnością (6). b) Zmiana wartości amplitudy funkcji (6) w zależności od położenia masy M

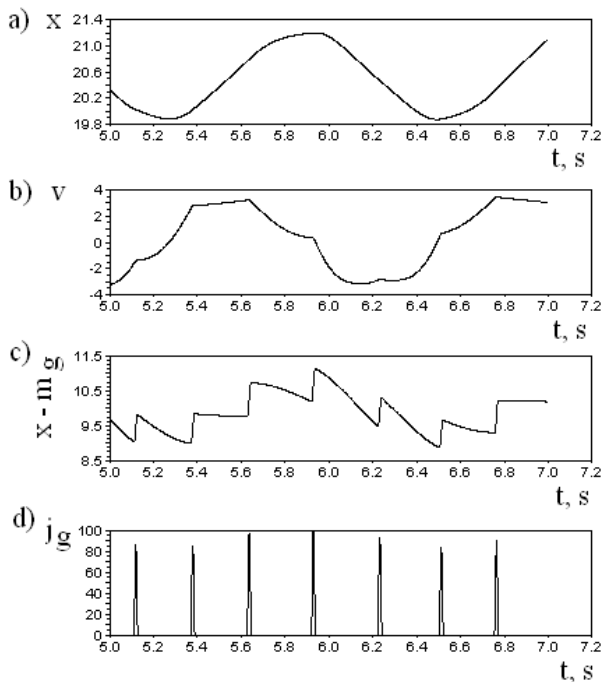


Rys. 13. Model układu oddziaływania pomiędzy układami zasilania dwóch sąsiadujących dysz. 1. wypływ gazu na skutek oderwania się pęcherza, 2. dopływ gazu z układu zasilania, 3. sprężyna modelująca oddziaływanie pęcherza na ciecz, 4. tłumienie ruchu cieczy, 5. masa cieczy wprawianej w ruch przez pęcherze.

Na Rys. 13 pokazano schemat układu opisującego dynamikę odrywania się pęcherzy uwzględniający interakcję pęcherza z cieczą. Układ równań opisujący zachowanie układu pokazanego na Rys. 13 ma postać (11). Występujące w układzie równań (11) stałe (21, 19, 11) określają położenia masy M oraz sprężyny w milimetrach. Współczynnik $\kappa = K/M = 30$, zaś $\gamma = \Gamma/M = 0.004$, strumień $j_g = 3.3$.

Układ równań (11) rozwiązano z wykorzystaniem programu SCILAB. Obliczenia wykonano dla $M = 0.002g$ (masa kulki wypełnionej wodą o średnicy 1.4mm). Występująca w układzie siła tłumienia odpowiada sile Stokesa występującej przy ruchu kulki o promieniu 1mm w wodzie. Siła ugięcia sprężyny przy odkształceniu mm odpowiada sile napięcia powierzchniowego wody działającej na kulkę o promieniu około 1mm. Na Rys. 14 pokazano przykładowe wyniki symulacji. Procedura całkująca układ równań (11) napisana była w taki sposób, aby całkowanie odbywało się w kolejnych przedziałach, w których funkcje występujące w układzie równań (11) są ciągłe wraz z pochodnymi.

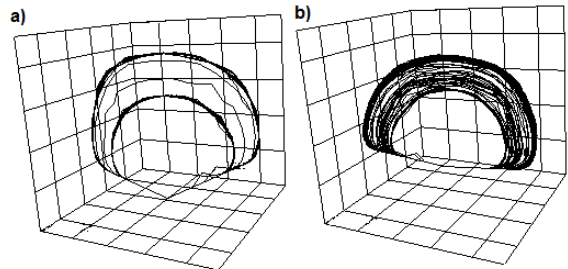
$$\begin{aligned} \frac{dm_g}{dt} &= j_g - j_p \\ j_g &= \text{const} \\ j_p &= \begin{cases} g_p & \text{gdy } M_g > 11 \text{ dla } t_p = 0.02s \\ 0 & \end{cases} \\ g_p &= A \cdot \{\sin[\omega(t - t_p) + \pi/2] + 1\} \\ A &= \begin{cases} 1 & \text{gdy } x > 21 \\ 0.15x - 2.15 & \\ 0.7 & \text{gdy } x < 19 \end{cases} \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{\kappa}{M} \text{sign}(x - m_g - \delta) \cdot (x - m_g - \delta)^2 - \frac{\gamma}{M} \cdot \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (11)$$



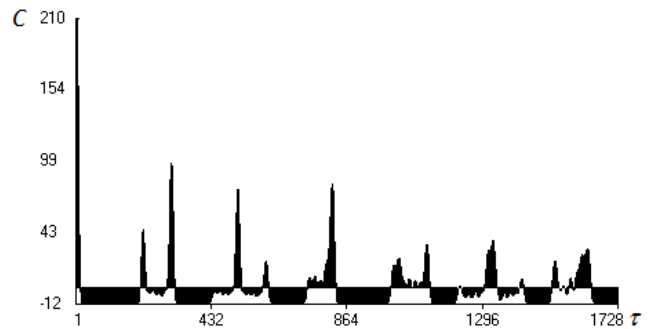
Rys. 14. Przykładowe wyniki symulacji układu (11). a) zmiany w czasie zmiennej x , b) zmiany w czasie zmiennej v , c) zmiany w czasie $x - m_g$, d) zmiany w czasie j_g

Na Rys. 15 pokazano 3D rekonstrukcję atraktorów z szeregów j_g wykonaną przy różnych wartościach współczynnika a . Współczynnik a opisuje nieliniową reakcję układu zawierającego gaz - składającego się z pęcherza i układu zasilania dyszy. Dla $a = 1$ układ jest liniowy,

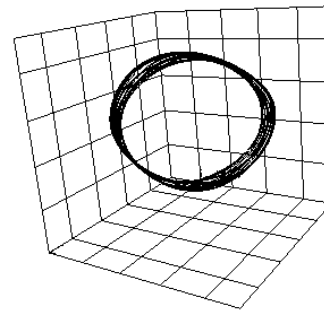
co odpowiada przypadkowi, gdy objętość układu zasilania dyszy w gaz jest pomijalnie mała. Wówczas odrywanie się pęcherzy ma charakter zjawiska periodycznego, co ilustruje atraktor pokazany na Rys. 15a. Gdy wartość współczynnika a wynosi 1.8, wówczas układ staje się nieliniowy i jego zachowanie ma charakter chaosu deterministycznego, co pokazuje atraktor na Rys. 15b.



Rys. 15. Rekonstrukcja 3D atraktora układu (11) przy różnych wartościach parametru a , a) rekonstrukcja na podstawie szeregu j_g $a = 1$, b) rekonstrukcja na podstawie szeregu j_g $a = 1.8$



Rys. 16. Funkcja autokorelacji wyznaczona dla j_g przy $a = 1.8$



Rys. 17. Rekonstrukcja 3D atraktora układu (11) na podstawie zmiennej x dla $a = 1.8$

Zastosowanie algorytmów (2) i (4) do atraktora pokazanego na Rys. 15b jest trudne, ponieważ większość punktów atraktora leży na odcinkach linii prostej, co odpowiada zerowej wartości j_g w czasie napełniania się pęcherza. Na Rys. 16 pokazano funkcję autokorelacji wyznaczoną dla szeregu j_g przy $a = 1.8$. Uzyskany wynik jest charakterystyczny dla szeregu generowanego przez proces chaosu deterministycznego.

Na Rys. 17 pokazano atraktor zrekonstruowany w oparciu o zmienną x dla $a = 1.8$. Wymiar korelacyjny atraktora wynosi 2.3, zaś największy wykładnik Lapunowa 0.4.

Trajektorie wyznaczone przez zmienną x chaotycznie oscylują tworząc „rozmytą” trajektorię w przestrzeni fazowej. Podobne zachowanie się układu obserwowano w badaniach eksperymentalnych.

5. PODSUMOWANIE

Wyniki badań eksperymentalnych pokazują, że zmiana częstotliwości odrywania się pęcherzy prowadzi do „rozmycia” trajektorii utworzonej zarówno przez zmiany ciśnienia w układzie zasilania dyszy jak również przez szereg czasowy określający dynamikę zmian kształtu pęcherza w początkowej fazie po oderwaniu się od dyszy. Dla wyższych częstotliwości odrywania się pęcherzy proces generowania pęcherzy ma charakter chaosu deterministycznego, pojawiają się rosnące fluktuacje pulsacji ciśnienia i deformacji pęcherzy. Uzyskane w pracy wyniki badań pokazały, że do budowy modelu pozwalającego na symulację zaobserwowanych w eksperymencie chaotycznych zmian parametrów, opisujących odrywające się pęcherze wystarczające jest przyjęcie następujących założeń upraszczających:

- reakcja układu pęcherz+układ zasilania dyszy w powietrze na oddziaływanie z cieczą ma charakter nieliniowy;
- rozmiar odrywającego się pęcherza zależy od wielkości oddziaływania pęcherza z cieczą.

Uzyskane wyniki symulacji pozwalają sformułować hipotezę, że jednym z powodów występowania zjawiska chaotycznego odrywania się pęcherzy gazowych jest nieliniowy charakter oddziaływania pęcherza na ciecz wywołany sprężaniem gazu zawartego w sferycznym pęcherzu oraz układzie zasilania dyszy w gaz. Stopień nieliniowości (wartość współczynnika a) zależy od proporcji pomiędzy objętością pęcherza a objętością układu zasilania. Przy małej objętości układu zasilania oddziaływanie pęcherza z cieczą ma charakter liniowy.

LITERATURA

1. **Luewisutthichat W., Tsutsumi A., Yoshida K.** (1997), Chaotic hydrodynamics of continuous single-bubble flow systems, *Chemical Engineering Science*, Vol. 52, No. 21-22, 3685-3691.
2. **Oguz H. N., Prosperetti A.** (1993), Dynamics of bubble growth and detachment from a needle, *J. Fluid Mech.*, Vol. 257, 111-145.
3. **Toshiyuki S., Masao W., Tohru F., Akira K.** (2005), Behavior of a single coherent gas bubble chain and surrounding liquid jet flow structure, *Chemical Engineering Science*, Vol. 60, No. 17, 4886-4900.
4. **Zhang L., Shoji M.** (2001), Aperiodic Bubble Formation from a Submerged Orifice, *Chemical Engineering and Science*, Vol.56, No.18, 5371-5381.
5. **Mosdorf R., Shoji M.** (2003), Chaos in bubbling - nonlinear analysis and modelling, *Chemical Engineering Science*, Vol. 58, 3837-3846.
6. **Baker G. L., Gollub J. P.** (1998), *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
7. **Cieśliński J. T., Mosdorf R.** (2002), Identification of chaos in gas bubbling, *The Third International Conference of Heat Transfer and Transport Phenomena in Multiphase Systems*, Kielce, 247-254
8. **Peters E. E.** (1997), *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG PRESS, Warszawa.
9. **Schuster H. G.** (1993), *Chaos deterministyczny – wprowadzenie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
10. **Grassberger P., Procaccia I.**, (1983), Characterization of Strange Attractors, *Physical Review Letters*, 50, 5.

THE GAS BUBBLES DETACHMENT FROM THE NOZZLE EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS AND MODELLING

Abstract: The result of experimental investigations of bubbles emission from brass nozzle with inner diameter equal to 1.1mm has been presented. The air pressure, time of passing bubbles through laser beam and dynamics of bubbles deformation have been simultaneously recorded. The bubbles detachment from the nozzle has been modelled using the set of ODE which describes the spring interaction between gas bubble and liquid. In the model and experiment the chaotic behaviours of bubbles have been observed. The obtained results can be summarized as follows: the chaotic behaviours of bubbles detachment from the nozzle can be caused by non-linear character of interaction between liquid and the system consisting of spherical bubble and air supply system.

Praca finansowana w ramach grantu: Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego, N N503 138936.