

ANALIZA GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA EFEKTORA MANIPULATORA RÓWNOLEGŁEGO PRZESTRZENNEGO TYPU TRIPLANAR

Tomasz KUŹMIEROWSKI*

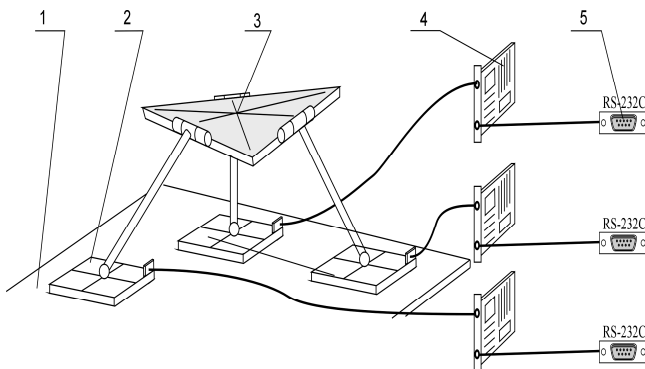
*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

tomek@pb.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono analizę geometrycznej dokładności pozycjonowania efektora manipulatora typu triplanar. Konstrukcja ta jest manipulatorem równoległym przestrzennym z efekтором o sześciu stopniach swobody. Autor przedstawia badania symulacyjne i stanowiskowe geometrycznej dokładności pozycjonowania efektora w funkcji wysokości punktu pracy dla wybranych parametrów konfiguracyjnych manipulatora.

1. KONSTRUKCJA MANIPULATORA TYPU TRIPLANAR

Manipulator typu Triplanar jest konstrukcją, w której użyto trzech mechatronicznych napędów planarnych jako niezależne napędy główne. Na Rys. 1 przedstawiono manipulator typu Triplanar będący zmodyfikowaną konstrukcją znanej platformy Stewarta-Gougha (Gough i Whitehall, 1962), który został zbudowany i przebadany na Wydziale Mechanicznym Politechniki Białostockiej.



Rys. 1. Konstrukcja manipulatora równoległego przestrzennego z napędami planarnymi

W przedstawionej modyfikacji zastąpiono gałęzie o stałych punktach mocowania i zmiennej długości członami o stałej długości i z ruchomymi podporami (Kuźmierowski i inni, 2004). Wyeliminowano w ten sposób główną wadę mechanizmu Stewarta-Gougha, a mianowicie małą strefę roboczą efektora. Użyte płaskie podpory aerostaticzne (2) napędzane są liniowymi planarnymi silnikami krokowymi, sterowanymi przez komputer za pośrednictwem specjalizowanych kart sterowania (4) przez port szeregowy RS-232 (5). Podpory (2) mają możliwość przemieszczania się po płaszczyźnie XY (1) w dwóch prostopadłych kierunkach i sterowane są niezależnie. Podstawa (1) jest jednocześnie statorem dla silników krokowych, zamontowanych w pod-

porach (2). W celu zmniejszenia oporów ruchu pomiędzy podporą a podłożem wytworzona jest poduszka powietrzna (płaskie łożysko aerostaticzne).

Gałęzie łączące ruchomą podstawą tworzą z efekтором parę obrotową (klasa V) i parę sferyczną z podporą (klasa III). Podpora porusza się po nieruchomej podstawie w dwóch prostopadłych osiach, tworząc parę powierzchniową kinematyczną IV klasy. Zastosowany napęd mechatroniczny pozwolił na niezależne sterowanie każdą z podpór i tym samym realizację przez efektor dowolnej trajektorii w przestrzeni. Struktura kinematyczna manipulatora sprawia, że człon bierny (efektor) posiada sześć stopni swobody. Ma on możliwość zmiany pozycji w trzech osiach w układzie kartezjańskim oraz zmiany orientacji poprzez wychylenie w trzech kierunkach (obrót względem trzech osi układu prostokątnego).

Zaletą przedstawionej konstrukcji jest możliwość łatwego rozwiązania problemu zadania odwrotnego kinematyki w czasie rzeczywistym przy użyciu komputera. Dzięki zastosowaniu napędów planarnych strefa robocza zależy jedynie od wielkości powierzchni bazowej (podstawy), po której porusza się manipulator.

2. MODEL MATEMATYCZNY MANIPULATORA

Analizując geometrię mechanizmu i określając globalny układ współrzędnych $\{B\}$, związany z nieruchomą podstawą, oraz przyjmując oznaczenia wektorów jak na Rys. 2 model matematyczny manipulatora typu Triplanar można opisać równaniami (1)-(9) (Kuźmierowski, 2004). Wśród tych równań są trzy równania opisujące długości gałęzi kinematycznych łączących podstawę z efekтором – k:

$$k^2 = AD^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2 + (z_D - z_A)^2 \quad (1)$$

$$k^2 = BE^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2 + (z_E - z_B)^2 \quad (2)$$

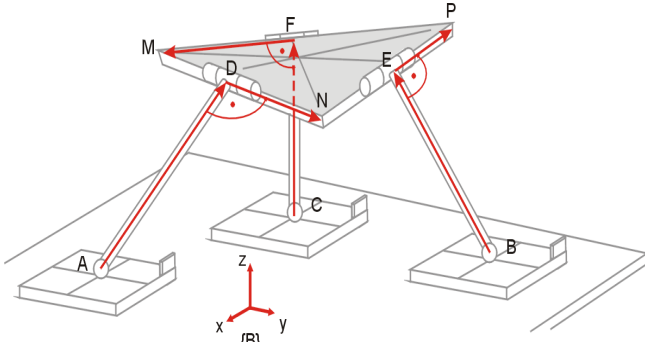
$$k^2 = CF^2 = (x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2 + (z_F - z_C)^2 \quad (3)$$

Równania na długość boku efektora – m:

$$m^2 = MN^2 = (x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2 \quad (4)$$

$$m^2 = NP^2 = (x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2 + (z_P - z_N)^2 \quad (5)$$

$$m^2 = PM^2 = (x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + (z_P - z_M)^2 \quad (6)$$



Rys. 2. Mechanizm z przyjętymi do rozważań wektorami i oznaczeniami geometrycznymi

Biorąc pod uwagę fakt prostokątności gałęzi do odpowiednich boków efektora, iloczyny skalarne odpowiednich par wektorów są równe zero. Stąd:

$$\overline{AD} \cdot \overline{DN} = 0; \quad (7)$$

$$(x_D - x_A)(x_N - x_D) + (y_D - y_A)(y_N - y_D) + (z_D - z_A)(z_N - z_D) = 0$$

$$\overline{BE} \cdot \overline{EP} = 0; \quad (8)$$

$$(x_E - x_A)(x_P - x_E) + (y_E - y_B)(y_P - y_E) + (z_E - z_B)(z_P - z_E) = 0$$

$$\overline{CF} \cdot \overline{FM} = 0; \quad (9)$$

$$(x_F - x_C)(x_M - x_F) + (y_F - y_C)(y_M - y_F) + (z_F - z_C)(z_M - z_F) = 0$$

Dodatkowo dochodzą równania ograniczeń geometrycznych, a mianowicie współrzędne z punktów A, B i C związanych z napędami poruszającymi się po podstawie mają wartości współrzędnych z równe zero a współrzędne punktów M, N, P mają wartość dodatnią. Dodatkowo miejsca łączenia gałęzi z platformą mechanizmu przyjęto w połowie wysokości boków efektora, stąd współrzędne punktów D, E, i F znajdujących się w połowie odcinków odpowiednio MN, NP i PN.

Uwzględniając więzy geometryczne i ograniczenia konfiguracji z uzyskanych dziewięciu niezależnych równań można rozwiązać zadania kinematyki. Zadanie proste, polegające na wyznaczeniu położenia efektora w funkcji pozycji napędów, wymaga zbudowania układu dziewięciu równań z dziewięcioma niewiadomymi. Zadanie odwrotne, poszukujące sześciu współrzędnych pozycji podpór przy danej pozycji orientacji efektora, wymaga rozwiązania układu składającego się tylko z sześciu równań.

3. ANALIZA GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA EFEKTORA

Dokładność geometryczna jest miarą zdolności manipulatora do osiągnięcia zaprogramowanego położenia członu roboczego. Jest to różnica między zaprogramowaną a rzeczywistą pozycją efektora. Ilościową ocenę zdolności mani-

pulatora do pozycjonowania efektora przy kolejnych próbach nazywa się powtarzalnością, czyli zdolnością do wielokrotnego powtórzenia położenia rzeczywistego (Galicki, 2000). Z reguły powtarzalność jest większa od dokładności.

Analiza dokładności pozycjonowania podpór napędowych sprowadza się do określenia wpływu zmian efektora na zmianę pozycji podpory na płaszczyźnie w zależności od miejsca w strefie roboczej. Dokładność zmian położenia podpór napędowych jest funkcją minimalnej zmiany położenia efektora i parametrów geometrycznych manipulatora.

Wartość błędów położenia w osi X i w osi Y wyznaczona metodą różniczkowania cząstkowego dla jednej podpory przyjmie postać:

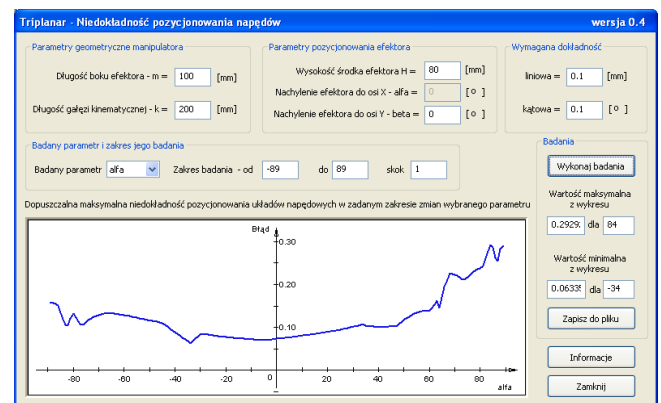
$$\Delta x_A = \frac{\partial x_A}{\partial x_D} \Delta x_D + \frac{\partial x_A}{\partial y_D} \Delta y_D + \frac{\partial x_A}{\partial z_D} \Delta z_D + \frac{\partial x_A}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial x_A}{\partial y_N} \Delta y_N + \frac{\partial x_A}{\partial z_N} \Delta z_N$$

$$\Delta y_A = \frac{\partial y_A}{\partial x_D} \Delta x_D + \frac{\partial y_A}{\partial y_D} \Delta y_D + \frac{\partial y_A}{\partial z_D} \Delta z_D + \frac{\partial y_A}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial y_A}{\partial y_N} \Delta y_N + \frac{\partial y_A}{\partial z_N} \Delta z_N$$

Znając wymagane dopuszczalne wartości błędów położenia punktów efektora można wyznaczyć błąd położenia podpory, a więc określić dokładność, z jaką musi być pozycjonowana dla danej konfiguracji manipulatora.

4. BADANIA KOMPUTEROWE GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA

Geometryczna dokładność z jaką powinny być pozycjonowane podpory napędowe jest zależna od parametrów geometrycznych manipulatora, zadanej dokładności liniowej pozycji oraz od dokładności kątowej orientacji efektora. Przy założonej dokładności położenia efektora dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór będzie różny w różnych konfiguracjach manipulatora i w różnych miejscach strefy roboczej.



Rys. 3. Program do badań dokładności pozycjonowania geometrycznego efektora

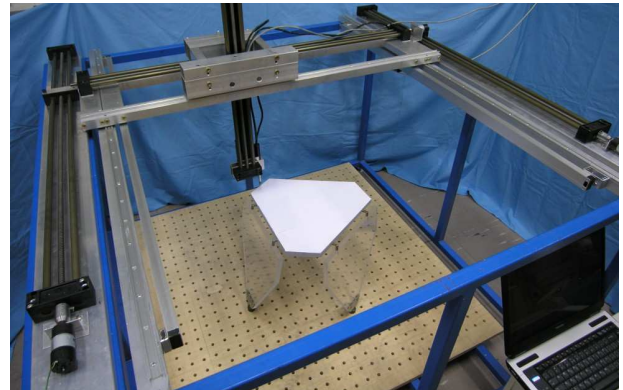
Do badań symulacyjnych maksymalnego dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór autor stworzył autorski program „Triplanar - Niedokładność”, który pozwala zbadać błąd pozycjonowania dla dowolnego parametru konfiguracyjnego oraz zbadać wpływ dokładności wykonania elementów manipulatora na uzyskiwaną dokładność geometryczną pozycjonowania efektora.

Przedstawiony na Rys. 3 program wylicza dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór dla całego zakresu badanego parametru (dowolnie wybranego). Dla każdej jego wartości wyliczane są po dwa położenia podpór dla skrajnych wartości dopuszczalnego przedziału dokładności pozycjonowania i zorientowania efektora w przestrzeni. Istnieje możliwość podania niezależnie dokładność liniowej pozycji i dokładności kątowej orientacji efektora. Wyliczenie pozycji podpór odbywa się poprzez rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki manipulatora.

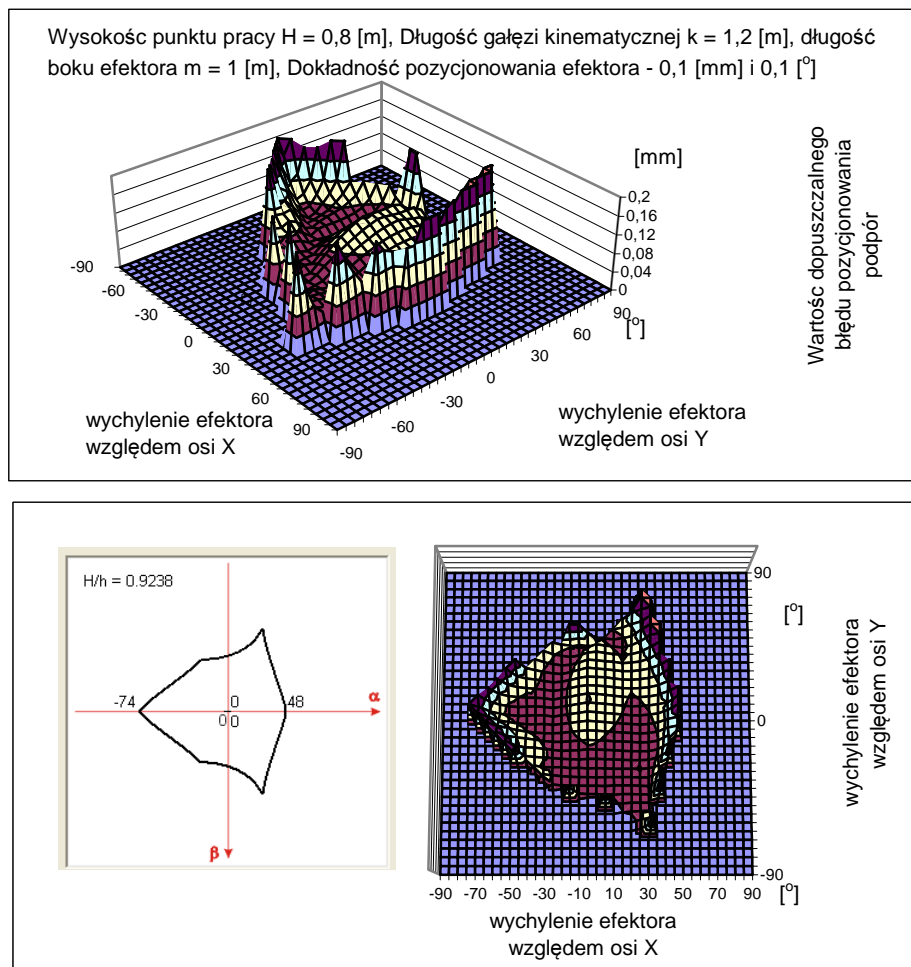
W kolejnym kroku wyliczane są różnice między wyliczonymi wartościami pozycji podpór przy tej samej wartości parametru badanego. Spośród uzyskanych wyników dla trzech podpór, w dwóch osiach każda, wybierana jest wartość minimalna. Wartość ta jest przyjęta jako maksymalny dopuszczalny błąd, z jakim może być pozycjonowana każda podpora, aby nie została przekroczona dopuszczalna założona minimalna dokładność położenia efektora. Badania wykonywane są dla pozycji efektora opisanej w globalnym układzie współrzędnych wektorem pozycji o współrzędnych $(0, 0, H)$. Położenia względem osi X i Y układu globalnego nie mają wpływu na wynik obliczeń, dlatego przyjęto dla nich wartości zerowe. Orientacja efektora jest opisana kątami wychylenia względem osi OX – α i względem osi OY – β . Kąt obrotu względem osi OZ – θ przyjęto zerowy.

5. BADANIA STANOWISKOWE GEOMETRYCZNEJ DOKŁADNOŚCI POZYCJONOWANIA

Badanie dokładności pozycjonowania podpór napędowych wykonano dla efektora o kształcie trójkąta równobocznego dla założonej wymaganej wartości dokładności liniowej pozycji efektora równej 0.1mm oraz dokładności kątowej orientacji efektora równej 0.1° . Stanowisko do badań przedstawia Rys. 4.



Rys. 4. Stanowisko do badań dokładności geometrycznej pozycjonowania efektora



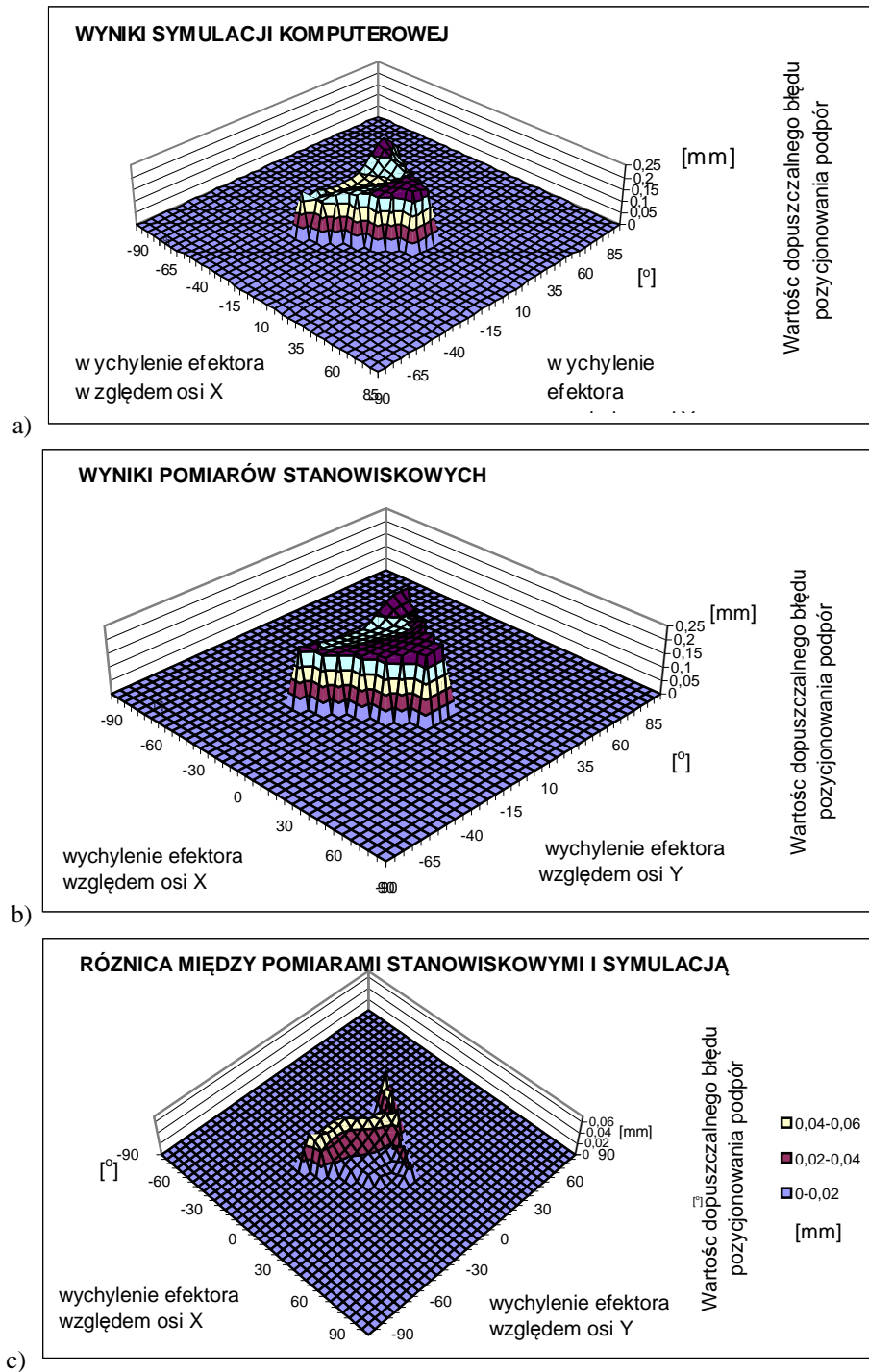
Rys. 5. Wykres dokładności pozycjonowania geometrycznego efektora w funkcji wysokości punktu pracy

Zbadano jaki wpływ na dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór δ ma wysokość punktu pracy - H środka efektora i kąty wychylenia względem obu osi układu globalnego - α i β . Badania wykonano dla całego zakresu strefy roboczej manipulatora o długości gałęzi kinematycznej łączącej efektor z podstawami - $k=1,2m$. Badany manipulator wyposażony został w efektor o kształcie trójkąta równobocznego o długości boku - $m=1m$

Wybrane wyniki badań symulacyjnych dokładności przedstawiają wykresy na Rys. 5.

6. WNIOSKI Z BADAŃ

W wyniku przeprowadzonych badań dopuszczalnego błędu w funkcji wysokości punktu pracy H można zauważyć, że wartość błędu wzrasta w okolicy granicy strefy roboczej. Dodatkowo dla wysokości H zbliżonej do maksymalnej (gdy $H \rightarrow k$) precyzja pozycjonowania podpór może być mniejsza.



Rys. 6. Porównanie geometrycznej dokładności pozycjonowania efektor. a) wyniki symulacji komputerowej, b) wyniki stanowiskowe, c) różnica między pomiarami stanowiskowymi i symulacją komputerową

Dopuszczalny błąd wyznaczony poprzez pomiary stanowiskowe był zawsze większy od wyliczonego z symulacji komputerowej. Oznacza to, że jeśli podczas pracy manipulatora będzie zachowany minimalny błąd dopuszczalny wyznaczony z symulacji, to mamy pewność, że podczas rzeczywistej pracy efektor zawsze będzie mieścił się w zadanym polu tolerancji pozycji.

Wykresy na Rys. 6 prezentują porównanie wyników uzyskanych w wyniku symulacji komputerowej i badań stanowiskowych.

Różnica wartości błędu jest większa w środkowym obszarze strefy roboczej i mniejsza na jej brzegach. Efekt taki jest wynikiem znoszenia się błędów wykonania elementów konstrukcyjnych manipulatora i luzów w parach kinematycznych na brzegach strefy, gdy elementy zajmują swoje skrajne położenia, a większa we wnętrzu strefy, gdzie luzy nie znoszą się lub nawet się sumują.

Wyniki uzyskane drogą pomiarów stanowiskowych wykazują większą równomierność stref wartości błędu dopuszczalnego.

Pomiary stanowiskowe potwierdziły, że największy błąd dopuszczalny jest na granicach strefy roboczej i w górnym zakresie wysokości punktu pracy efektor, i zmniejsza się wraz z obniżaniem wysokości punktu pracy efektor i ze zbliżaniem się do wnętrza strefy roboczej S_H .

7. PODSUMOWANIE

Analizując dotychczasowe kierunki rozwoju konstrukcji napędów manipulatorów przestrzennych należy oczekiwać, że w najbliższych latach przestrzenne manipulatory równoległe będą przedmiotem coraz intensywniejszych badań naukowców. Jest bardzo prawdopodobne, że zastosowanie manipulatorów równoległych przestrzennych w przemyśle będzie wzrastać. Rozwój technik cyfrowych, informatyki i mechatroniki oraz postęp w rozwiązaniach konstrukcyjnych elektrycznych silników krokowych pozwala projektować manipulatory o większych możliwościach i produkować mechanizmy spełniające różnorodne wymagania i stawiane im cele.

LITERATURA

1. **Galicki M.** (2000), *Wybrane metody planowania optymalnych trajektorii robotów manipulacyjnych*, Wydawnictwa Naukowe Techniczne, Warszawa.
2. **Gough, V.E., Whitehall, S.G.** (1962), "Universal tyre test machine, *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*, 117-137.
3. **Kuźmierowski T.** (2004), Pozycjonowanie efektor manipulatora przestrzennego równoległego z mechatronicznym napędem podpór, *Warsztaty Projektowania Mechatronicznego, Kraków 20-21 V 2004*, 131-137.
4. **Kuźmierowski T., Siemieniako F., Karpowicz S.** (2004), Mechatronics step motor of the planar aerostatic relative base applied in parallel mechanisms 3D, *International Carpathian Control Conference: ICCO'2004, Zakopane, 739-744*.

ANALYSIS OF THE GEOMETRICAL ACCURACY OF THE POSITIONING OF THE EFFECTOR OF THE PARALLEL MANIPULATOR SPATIAL TYPE TRIPLANAR

Abstract: The article presents an analysis of geometric accuracy of the positioning of the effector of the triplanar manipulator. This construction is a spatial parallel manipulator with effector of six degrees of freedom. The author presents the simulation and workplace examinations of the geometric accuracy of positioning in the functions of the height of the point of the work for chosen manipulator's configuration parameters.