# STAN ZAKRYTYCZNEJ DEFORMACJI WIELOSEGMENTOWEJ, WIELOPODŁUŻNICOWEJ KONSTRUKCJI CIENKOŚCIENNEJ PODDANEJ SKRĘCANIU. BADANIA EKSPERYMENTALNE ORAZ NIELINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA

# Tomasz KOPECKI<sup>\*</sup>, Hubert DĘBSKI<sup>\*\*</sup>

\*Katedra Samolotów i Silników Lotniczych, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów \*\*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin

### tkopecki@prz.edu.pl, h.debski@pollub.pl

**Streszczenie:** Rozważa się trzysegmentową, dziesięciopodłużnicową strukturę cienkościenną o ściankach płaskich, wykonaną z materiału o charakterystyce natychmiastowej przybliżanej modelem materiału idealnie sprężysto-plastycznego. Materiał konstrukcji (poliwęglan) wykazuje efekt dwójłomności wymuszonej w świetle spolaryzowanym. Konstrukcję poddaje się skręcaniu, wskutek czego w obszarze struktury pojawia się stan lokalnej deformacji zakrytycznej segmentów pokrycia, interpretowany w pierwszym przybliżeniu jako pole ciągnień. W wyniku nieliniowej analizy numerycznej, w trakcie której zachowywana jest zgodność ścieżek równowagi otrzymanych na drodze numerycznej oraz badań eksperymentalnych, wyznacza się pole naprężeń, uwzględniające stan giętny i błonowy ustroju.

## 1. WPROWADZENIE

Cienkościenne ustroje nośne współczesnych konstrukcji lotniczych charakteryzują się tym, iż w warunkach obciążeń eksploatacyjnych dopuszczalna jest lokalna utrata stateczności elementów pokrycia (Arbocz, 1985; Lynch, 2000). Wynika to z faktu, iż szeroko stosowany model statyczny struktury złożonej ze szkieletu i pokrycia stanowi ustrój półskorupowy, w którym zakłada się, iż funkcją pokrycia jest przenoszenie wyłącznie oddziaływań stycznych. Szkielet, złożony z poprzecznie usytuowanych żeber (wręg) posiadających dużą sztywność w swoich płaszczyznach oraz podłużnic wykazujących dużą sztywność na siły normalne i stosunkowo małą sztywność na zginanie, jest mechanizmem. Połączony z pokryciem tworzy konstrukcję będącą w stanie przenosić wszelkie obciążenia wynikające z możliwych do zaistnienia dopuszczalnych faz lotu.

Z powyższego podziału funkcji w przenoszeniu obciążeń przez poszczególne elementy struktury, wymiarującymi dla elementów pokrycia okazują się te przypadki, w których dominującą formę obciążenia stanowi skręcanie wywołujące stan czystego ścinania w wyodrębnionych elementach pokrycia pomiędzy sąsiadującymi wręgami i podłużnicami. Elementy te poddane czystemu ścinaniu szybko tracą stateczność przy relatywnie niskich wartościach naprężeń krytycznych. Istotnym etapem projektowania struktury nośnej statku powietrznego, posiadającym znaczący wpływ na relację pomiędzy jej masą, sztywnością i nośnością graniczną, stanowi dobór liczby wręg i podłużnic. z którego wynika poziom wewnętrznego obciążenia elementów pokrycia w warunkach deformacji zakrytycznej (Kopecki i Dębski, 2007).

W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję analizy wielosegmentowego ustroju półskorupowego poddanego dominującemu skręcaniu wywołującemu stan lokalnych deformacji zakrytycznych w elementach pokrycia, na przykładzie 3-segmentowej, 10-podłużnicowej struktury, która może być interpretowana jako model fragmentu konstrukcji lotniczej. Konstrukcję poddano nieliniowej analizie numerycznej w ujęciu metody elementów skończonych, weryfikowanej badaniami eksperymentalnymi. Wyniki badań doświadczalnych stwarzały możliwość dokonywania bieżących korekt modelu numerycznego w takim kierunku, by na dowolnym etapie zaawansowania deformacji ustroju zachowywana była zgodność ścieżek równowagi oraz postaci deformacji. Zgodność tych wyników stanowiła podstawę uznawania za wiarygodne rozkłady naprężeń w strukturze, określonych w wyniku nieliniowej analizy numerycznej.

## 2. PRZEDMIOT I ZAKRES BADAŃ

Przedmiot badań stanowiła trzysegmentowa struktura cienkościenna o dziesięciu podłużnicach, której ogólny schemat przedstawiono na Rys. 1. Połączenia pomiędzy elementami struktury zrealizowano przy użyciu gęsto roz-stawionych śrub (podziałka t=15mm).

Badania eksperymentalne przeprowadzano mocując konstrukcję na specjalnym stanowisku (Rys. 4) umożliwiającym realizację obciążenia w postaci dominującego skręcania, pomijając minimalny efekt zginania oraz siły poprzecznej. Jedną z brzegowych wręg ustroju utwierdzono, drugą natomiast połączono za pomocą sztywnego żebra zamykającego przekrój z dźwignią, za pomocą której wprowadzano obciążenie sposobem grawitacyjnym. Schemat mocowania i realizacji obciążenia struktury przedstawiono na Rys. 2.



Rys. 1. Schemat j struktury (wymiary w milimetrach)



Rys. 2. Schemat mocowania struktury i wprowadzania obciążenia

Konstrukcję wykonano z materiału o charakterystyce natychmiastowej przedstawionej na Rys. 3.



**Rys. 3.** Wykres rozciągania materiału konstrukcji (poliwęglanu)

Zakres odkształceń trwałych, wynikający ze zmian położenia i kształtu cząstek polimeru, odpowiada w swoim charakterze strefie plastycznej materiału sprężysto-plastycznego. Umożliwiało to przybliżenie charakterystyki rzeczywistej modelem materiału idealnie sprężysto-plastycznego w trakcie analizy numerycznej. Poliwęglan wykazuje ponadto efekt dwójłomności wymuszonej. Obserwacja efektów optycznych w świetle kołowo spolaryzowanym stwarza możliwość otrzymywania jakościowej informacji o istnieniu i lokalizacji stref silnych koncentracji wytężenia, w szczególności w zaawansowanych stanach deformacji zakrytycznej (Kopecki, 1991; Laerman, 1982). W celu umożliwienia obserwacji wspomnianych efektów optycznych, wewnętrzne powierzchnie elementów pokrycia pokryto warstwą refleksyjną. Obserwację prowadzono stosując metodę światła odbitego.



Rys. 4. Widok stanowiska badawczego

W trakcie eksperymentu obciążenie zwiększano stopniowo, przy bardzo małych wartościach przyrostów, dokonując jednocześnie pomiarów kąta skręcenia modelu. W wyniku uzyskano zależność pomiędzy momentem skręcającym oraz całkowitym kątem skręcenia struktury, parametrami wyznaczającymi reprezentatywną ścieżkę równowagi układu (Rys. 9).



**Rys. 5.** Zaawansowana faza deformacji struktury

Już przy relatywnie niewielkich wartościach momentu skręcającego wszystkie segmenty powłoki osiągały stan deformacji zakrytycznej. Po całkowitym odciążeniu, konstrukcja powracała do pierwotnej postaci. Zatem pomimo znacznych deformacji zakrytycznych, w zaawansowanej fazie deformacji nie pojawiły się odkształcenia trwałe. Na Rys. 5 zaprezentowano zaawansowaną fazę deformacji modelu. Rys. 6 przedstawia odpowiadające jej rozkłady efektów optycznych.

Uzyskana reprezentatywna ścieżka równowagi oraz zaobserwowane rozkłady efektów optycznych stanowiły podstawę oceny wyników nieliniowych analiz numerycznych.



Rys. 6. Rozkłady efektów optycznych

## 3. NIELINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA

W nieliniowej analizie struktur nośnych relacje pomiędzy zbiorem parametrów statycznych, a odpowiadającym im zbiorem parametrów geometrycznych, można przedstawić w formie równania macierzowego:

$$\mathbf{g} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{g}) \, \mathbf{f} \,, \tag{1}$$

gdzie **g** jest zbiorem parametrów geometrycznych opisujących stan deformacji ustroju wywołany obciążeniem, **f** – jest zbiorem parametrów statycznych, zaś **K** – macierzą sztywności zależną od zbioru parametrów geometrycznych określających aktualny stan deformacji oraz nieliniowego związku konstytutywnego.



Wobec stwierdzania obecności trwałych odkształceń w trakcie badań eksperymentalnych, wyznaczoną w próbie jednoosiowego rozciągania charakterystykę fizyczną mate-

riału struktury (Rys. 3) przybliżono modelem ciała idealnie sprężysto-plastycznego (Rys. 7).

W równaniu konstytutywnym, w opisie odnoszącym się do zakresu liniowo-sprężystego

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D} \boldsymbol{\varepsilon} \,, \tag{2}$$

utrzymano w mocy założenie o niezmienniczości długości odcinka normalnego ( $\varepsilon_z$ =0).

Zatem stan naprężenia płyty reprezentuje wektor -

$$\boldsymbol{\sigma} = \left\{ \boldsymbol{\sigma}_{x}, \boldsymbol{\sigma}_{y}, \boldsymbol{\tau}_{xy}, \boldsymbol{\tau}_{yz}, \boldsymbol{\tau}_{zx} \right\}^{T}.$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{E}{1 - v^{2}} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 & 0 & 0 \\ v & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - v}{2k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - v}{2k} \end{bmatrix}$$
(3)

jest macierzą stałych materiałowych, w której poprzez wprowadzenie współczynnika korekcyjnego – k=1,2 uwzględniono wpływ odkształceń postaciowych na energię sprężystą płyty,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left\{ \varepsilon_{x}\varepsilon_{y}, \frac{1}{2}\gamma_{xy}\frac{1}{2}\gamma_{yz}\frac{1}{2}\gamma_{zx} \right\}^{T} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^{2} \right] \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^{2} \right] \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \right\} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right\} \right\}$$

jest wektorem zawierającym składowe stanu odkształcenia odpowiadające tensorowi odkształceń Greena–Saint-Venanta (Marcinowski, 1999), natomiast u, v, w są składowymi wektora przemieszczenia w układzie lokalnym x, y, z.

Odwzorowania numeryczne nieliniowych deformacji rozważanego ustroju opierane są na założeniu, iż na dowolnym etapie rozwiązania przy odpowiadającym mu obciążeniu odkształcony układ zachowuje zawsze stan równowagi statycznej. Tak więc, dla zdefiniowanego układu dyskretnego można sformułować układ równań równowagi, który w odniesieniu do nieliniowej analizy strukturalnej w ujęciu metody przemieszczeniowej, przedstawić można w formie macierzowego równania sił rezidualnych:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{\Lambda}) = \mathbf{0} \tag{5}$$

w którym **u** jest wektorem stanu zawierającym składowe przemieszczenia węzłów struktury odpowiadające aktualnej konfiguracji geometrycznej,  $\Lambda$  – macierzą zawierającą parametry kontrolne odpowiadające aktualnemu stanowi obciążenia, natomiast **r** jest wektorem rezidualnym, zawierającym niezrównoważone składowe sił, związane z aktual

nym stanem deformacji układu (Felippa i inni, 1994, Felippa, 1976).

W algorytmach numerycznych, składowe macierzy  $\Lambda$  wyrażane są w funkcji parametru  $\lambda$  określanego jako parametr kontroli stanu. Jest on miarą przyrostu obciążenia związanego pośrednio lub bezpośrednio z parametrem pseudo-czasu – t. Zatem układ równań równowagi (5) można również przedstawić w postaci:

$$\mathbf{r}\left(\mathbf{u}\,,\lambda\right) = \mathbf{0}\tag{6}$$

Równanie powyższe określane jest jako monoparametryczne równanie sił rezidualnych. Jego rozwiązanie obejmuje skończoną liczbę kolejnych stanów deformacji struktury, przy czym każdemu stanowi odpowiada kombinacja zmieniających się parametrów kontrolnych związanych z obciążeniem układu, wyrażanych poprzez pojedynczy parametr kontroli stanu  $\lambda$ . Przejście od bieżącego stanu do kolejnego, wyrażające krok przyrostowy, inicjowane jest przez zmianę parametru kontrolnego, któremu odpowiada nowa geometria struktury określona przez nowy wektor stanu.

Rozwój metod numerycznych, znajdujący swoje odzwierciedlenie we współczesnych algorytmach ujmowanych w profesjonalnych programach komercyjnych, ukonstytuował dwa zasadnicze rodzaje owych metod. Pierwsze, to metody czysto przyrostowe, zwane również metodami prognostycznymi, drugie to metody korekcyjne, nazywane również prognostyczno-korekcyjnymi lub przyrostowo iteracyjnymi. Pierwsze z wymienionych charakteryzują się ograniczoną, często niezadowalającą dokładnością uzyskiwanych wyników. Ponadto nie stwarzają one możliwości kontynuowania obliczeń po przekroczeniu punktów krytycznych na ścieżce równowagi. Wprowadzana faza iteracyjna ma więc głównie na celu zmniejszenie błędu rozwiązania oraz umożliwienie określania punktów krytycznych. Zapewnia to możliwość analizy struktury w zaawansowanych stanach deformacji.

Wspólną cechą obydwu rodzajów metod jest obecność fazy przyrostowej. W odniesieniu do dowolnego przyrostu, przy przejściu ze stanu **n** do stanu **n+1**, wielkościami nie określonymi są:

$$\Delta \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n \text{ oraz } \Delta \lambda_n = \lambda_{n+1} - \lambda_n \tag{7}$$

W celu ich wyznaczenia, formułowane jest dodatkowo równanie kontroli przyrostu, zwane równaniem więzów, wyrażane w formie warunku:

$$c \ (\Delta \mathbf{u}_n, \Delta \lambda_n) = 0 \tag{8}$$

Zasadniczym składnikiem fazy przyrostowej jest jej krok prognostyczny, określający punkt w hiperprzestrzeni stanu odpowiadający kolejnej konfiguracji układu, wyznaczanej poprzez określenie przyrostu  $\Delta u$  dla przyjętego  $\Delta \lambda$ , przy jednoczesnym spełnianiu równania (8). Błąd rozwiązania w danym kroku przyrostowym uzależniony jest od równania kontroli przyrostu oraz przyjętej formuły ekstrapolacyjnej. W każdym kolejnym kroku przyrostowym, wartość całkowitego błędu może ulegać zwiększaniu, co określane jest jako tzw. błąd dryfu. Jego zminimalizowanie zapewnia faza iteracyjna. Podstawową metodą stosowaną w rozwiązywaniu nieliniowych problemów mechaniki konstrukcji jest dobrze oprogramowana metoda Newtona-Raphsona posiadająca szereg odmian, stanowiących rodzinę metod (Crisfield, 1997; Felippa i inni, 1994, Felippa, 1976; Kopecki i Debski, 2007). Istota owych metod opiera się na rozwinięciu w szereg Taylora równań: sił rezidualnych –  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$  oraz kontroli przyrostu –  $\mathbf{c} = 0$ .

Zakładając, że w wyniku k-tego kroku iteracji korekcyjnej otrzymuje się wartości  $\mathbf{u}^k$  i  $\lambda^k$ , równania te przyjmują odpowiednio postaci:

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^{k} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{d} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \lambda} \cdot \eta + W.R. = \mathbf{0}$$
(9)

$$c^{k+1} = c^{k} + \frac{\partial c}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{d} + \frac{\partial c}{\partial \lambda} \cdot \eta + W.R. = 0$$
(10)

gdzie:  $\mathbf{d} = \mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k$ ,  $\eta = \lambda^{\kappa+1} - \lambda^{\kappa}$  (11)

Człony W.R. w obu równaniach ujmują pomijane, residualne wartości wyższych rzędów wektorów r i c. W iteracyjnym określane są kolejne wartości  $\mathbf{d}$  i  $\mathbf{\eta}$ , w odniesieniu do których sprawdzany jest warunek zbieżności rozwiązania, przy założonej tolerancji. Otrzymany w wyniku zbiór stanowiący rozwiązanie nieliniowego układu równań algebraicznych względem niewiadomych przemieszczeń węzłowych, stwarza podstawę wyznaczania ścieżki równowagi. Ścieżka, jako zależność między parametrami statycznymi odpowiadającymi obciążeniu struktury i parametrami geometrycznymi związanymi z przemieszczeniami poszczególnych jej punktów stanowi hiperpowierzchnię w przestrzeni wielowymiarowej, której liczba wymiarów odpowiada liczbie uwzględnianych stopni swobody układu. W praktyce tworzone są zazwyczaj reprezentatywne zależności stanowiące relację pomiędzy dwoma parametrami.

W celu uzyskania dodatkowej metody weryfikacji wyników oraz porównania możliwości dwóch niezależnych rodzajów oprogramowania, nieliniową analizę numeryczną przeprowadzono za pomocą programów: ABAQUS/ STANDARD 6.8-3 oraz MSC MARC 2007. W przypadku programu ABAOUS utworzono dwie wersje modelu numerycznego. W obu wersjach do modelowania pokrycia użyto elementów powłokowych typu Shell S4, natomiast podłużnice modelowano za pomocą elementów belkowych typ Beam 2.1 Różnica pomiędzy modelami polegała na odmiennym sposobie odwzorowania wręg. W modelu pierwszej wersji zastosowano odwzorowanie trójwymiarowe, za pomocą elementów typu solid C3D8, uzyskując łącznie 7895 węzłów. W wersji drugiej zastosowano elementy powłokowe typu Shell S4, wskutek czego uzyskano 16779 wezłów.

Z kolei w przypadku oprogramowania MSC MARC 7 do modelowania powłoki badanego ustroju wykorzystano bilinearne elementy powłokowe *thin-shell*, natomiast w przypadku wręg i układu aplikującego obciążenie zastosowano elementy powłokowe *thick-shell*. Podłużnice odwzorowano przy pomocy elementów belkowych, opartych na modelu Eulera-Bernoulliego. Wszystkie wymienione elementy posiadają sześć stopni swobody w węźle, a zatem

#### Tomasz Kopecki, Hubert Dębski <u>Stan zakrytycznej deformacji wielosegmentowej, wielopodłużnicowej konstrukcji cienkościennej poddanej skręcaniu.</u> <u>Badania eksperymentalne oraz nieliniowa analiza numeryczna</u>

zachodził pełna zgodność pomiędzy elementami powłoki oraz podłużnic. Uzyskano łącznie 25300 węzłów.

Analiza nieliniowa przy pomocy programu ABAQUS uwidoczniła nadmierną rozbieżność ilościową wyników obliczeń wobec eksperymentu w przypadku odwzorowania wręg przy użyciu elementów trójwymiarowych, dlatego też w przypadku programu MARC zrezygnowano z tego rodzaju rozwiązania.



**Rys. 8.** Model geometryczny (po lewej) i siatka elementów skończonych (po prawej)





Analizę nieliniową oparto na metodzie prognostycznej Newtona-Raphsona (Bathe, 1996; Crisfield, 1997; Felippa i inni, 1994, Felippa, 1976; Rakowski i Kacprzyk, 1993) oraz korekcji hipersferycznej Crisfielda. Wiarygodność otrzymywanych wyników oceniano na podstawie porównywania zarówno kształtu ścieżek równowagi, jak i zgodności geometrii deformacji. Obydwa czynniki stanowiły podstawę wielokrotnego korygowania modelu numerycznego.

W wyniku serii testów numerycznych opracowano modele, których charakter deformacji jakościowo w pełni odpowiadał deformacjom uzyskiwanym w trakcie eksperymentu. Dla wszystkich wersji modelu, podobnie jak podczas badań doświadczalnych, określono zależności pomiędzy całkowitym kątem skręcenia a wielkością momentu skręcającego, stanowiące reprezentatywne ścieżki równowagi.

Rys. 8 prezentuje model geometryczny ustroju, wykonany przy użyciu oprogramowania MSC PATRAN oraz siatkę elementów skończonych, przeznaczoną do obliczeń programem MSC MARC.

Na Rys. 9 przedstawiono zestawienie reprezentatywnych ścieżek równowagi.



**Rys. 10.** Wyniki obliczeń programem ABAQUS STANDARD: Obraz deformacji modeli numerycznych oraz rozkład wytężenia wg hipotezy H-M-H (a-model z wręgami dwuwymiarowymi, b-model z wręgami trójwymiarowymi)



**Rys. 11.** Wyniki obliczeń prgramem MSC MARC 7: obraz deformacji modelu numerycznego oraz rozkład wytężenia wg hipotezy H-M-H



**Rys. 12.** Zaawansowana faza deformacji zakrytycznych modelu z otworem kołowym: po lewej wynik eksperymentu, po prawej wynik nieliniowej analizy numerycznej

Korzystając z opisanego wcześniej stanowiska badawczego, przeprowadzono eksperyment przy użyciu modelu z otworem kołowym. Na Rys. 12 zaprezentowano porównanie obrazów deformacji zakrytycznych struktury uzyskanych w wyniku eksperymentu modelowego oraz nieliniowej analizy numerycznej.

Przedstawione wyniki potwierdzają pełną zgodność postaci deformacji. Porównanie wartości całkowitego kąta skręcenia dla wybranych wartości momentu skręcającego pozwala również stwierdzić, iż zachodzi zadowalająca ilościowa zgodność wyników obliczeń z rezultatem eksperymentu. A zatem zaprezentowany na Rys. 13 rozkład naprężenia zredukowanego może być uznany za wiarygodny.



**Rys. 13.** Rozkład naprężenia zredukowanego wg hipotezy H-M-H dla modelu z otworem kołowym

## 4. WNIOSKI

Przedstawiona metoda wyznaczania rozkładów wytężenia w strukturze cienkościennej pracującej w zakresie obciążeń zakrytycznych, oparta na weryfikacji wyników nieliniowych analiz numerycznych eksperymentem, pozwala w skuteczny sposób zlokalizować strefy koncentracji naprężeń oraz dokonywać stosownych modyfikacji konstrukcji. Modyfikacje te mogą być przeprowadzane w środowisku wirtualnym, tworzonym przez oprogramowanie MES, umożliwiając właściwy dobór liczby i geometrii wręg i podłużnic oraz eliminację innych niedoskonałości konstrukcji. Umożliwia to dopracowanie struktury przed wykonaniem jej prototypu, który to etap jest na ogół jednym z kosztowniejszych w procesie tworzenia nowego rozwiązania konstrukcyjnego.

Należy podkreślić, iż eliminacja niedoskonałości struktury poprzez połączenie nieliniowej analizy numerycznej z eksperymentem oraz analiza modeli numerycznych poddanych modyfikacjom nie zmieniającym ogólnego charakteru rozkładu deformacji struktury, mogą być stosowane w stosunkowo wczesnej fazie procesu projektowania.

Zapewniający zgodność z eksperymentem model numeryczny oraz przyjmowana strategia rozwiązania stwarza podstawę analizy numerycznej szeregu wariantów zmodyfikowanej geometrii ustroju, bez konieczności powtarzania badań eksperymentalnych, co umożliwia eliminację ewentualnych rozwiązań nieracjonalnych realizacją rozwiązania prototypowego.

## LITERATURA

- 1. Arbocz J. (1985), Post-buckling behavior of structures, Numerical techniques for more complicated structures, *Lecture Notes In Physics*, 228.
- 2. Bathe K. J. (1996), Finite element procedures, Prentice Hall.
- 3. Crisfield M. A. (1997), Non-linear finite element analysis of solid and structures, J. Wiley & Sons, New York.
- 4. **Doyle J.F.** (2001), *Nonlinear analysis of thin-walled structures*, Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg.
- 5. Felippa C. A. (1976), Procedures for computer analysis of large nonlinear structural system in large engineering systems, ed. by A. Wexler, Pergamon Press, London.
- 6. Felippa C. A., Crivelli L. A., Haugen B. (1994), A survey of the core-congruential formulation for nonlinear finite element, *Arch. of Comput. Meth. in Enging.*, 1.
- Kopecki H. (1991), Problemy analizy stanów naprężenia ustrojów nośnych, w świetle badań eksperymentalnych metodami mechaniki modelowej, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Nr 78, Rzeszów.
- 8. Kopecki T., Dębski H. (2007), Buckling and post-buckling study of open section cylindrical shells subjected to constrained torsion, *Arch. of Mech. Enging.*, Vol. LIV, 4.
- 9. Laerman K.H. (1982), The principle of integrated photoelasticity applied to experimental analysis of plates with nonlinear deformation, *Proc.* 7<sup>th</sup> Conf. on experimental stress analysis, Haifa.
- 10. Lynch C. (2000), A finite element study of the post buckling state behaviour of a typical aircraft fuselage pane, PhD. Thesis, Queen's University Belfast.
- Marcinowski J. (1999), Nieliniowa stateczność powłok sprężystych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- 12. Rakowski G., Kacprzyk Z. (1993), Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji, Oficyna WydawniczaPolitechniki Warszawskiej, Warszawa.

### POST-CRITICAL DEFORMATIONS STATE OF MULTI-SECTION, MULTI-STRINGER THIN WALLED STRUCTURE, SUBJECTED TO THE TORSION. EXPERIMENTAL RESEARCH AND NON-LINEAR NUMERICAL ANALYSIS

Abstract: Paper presents results of experimental and numerical research of thin-walled structure reinforced by ten stringers and four frames, subjected to the torsion. The experimental structure was made of the polycarbonate, for which the tensile strength test was carried out and material constants determined. It also characterized by the high optical activity thanks to which it became possible to obtain qualitative information about optical effect distribution in circular polarization conditions. As the result of the torsional load, the post-critical deformations state comes out in all area of the model. Using non-linear numerical analyses, keeping the compliance of equilibrium paths, the stress field considering bending and membrane effects was obtained.

Badania realizowane w ramach Projektu Nr POIG.0101.02-00-015/08 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (POIG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego