LEPKOPLASTYCZNE ZWIĄZKI KONSTYTUTYWNE DLA SPECJALNYCH STRUKTUR GRANULOWANYCH

Robert ZALEWSKI*

^{*}Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Politechnika Warszawska, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

robertzalewski@wp.pl

Streszczenie: W pracy podjęto próbę opisu nieliniowych zachowań specjalnych struktur granulowanych za pomocą lepkoplastycznych związków konstytutywnych zbudowanych dla metali. Specjalne struktury granulowane budowane są na bazie luźnego granulatu umieszczonego w szczelnej przestrzeni, w której w następnym etapie wytwarza się podciśnienie. Wartość zadanego podciśnienia wewnętrznego determinuje globalne właściwości fizyczne tak utworzonego konglomeratu. W procesie modelowania zastosowano prawo Chaboche'a oraz Bodnera-Partoma. Dokonano weryfikacji zidentyfikowanych modeli konstytutywnych z bezpośrednimi wynikami eksperymentalnymi.

1. WSTĘP

Specjalne struktury granulowane budowane są na bazie luźnego materiału sypkiego umieszczanego w szczelnej, plastomerowej osnowie, w której wytwarza się podciśnienie. Zabieg taki sprawia, że plastyczna pierwotnie masa granulowana przybiera praktycznie dowolną postać i radykalnie zmienia swoją konsystencję z podobnej do lepkiej cieczy na typową dla ciał stałych.

Ta wyjątkowa cecha sprawia, że szczególnie interesujące wydają się być zastosowania inżynierskie tego typu struktur. Przykładem praktycznego wykorzystania specjalnych struktur granulowanych jest zastosowanie ich w tzw. materacach próżniowych będących praktycznie standardowym wyposażeniem zespołów ratunkowych we Francji.

Z punktu widzenia szeroko rozumianej mechaniki, ciekawszą cechą granulowanych zespołów jest możliwość kontrolowanej zmiany ich właściwości mechanicznych za pomocą wygodnego w sterowaniu parametru podciśnienia.

W poprzednich pracach autorów badano możliwości zastosowania tego typu materiałów w semi-aktywnym tłumieniu drgań lub hałasu (np. Bajkowski i inni, 2007; Zalewski i inni, 2007a, b).

W niniejszej pracy podjęto próbę zastosowanie typowych związków konstytutywnych zbudowanych dla metali do opisu nieliniowych właściwości specjalnych struktur granulowanych.

2. BADANIA

Do badań zastosowano specjalnie zbudowaną cylindryczną próbkę. Jej schemat zilustrowano na rysunku 1.

Wykorzystując specjalne metalowe uchwyty (1) umożliwiono montaż próbki w szczękach maszyny wytrzymałościowej MTS 809. Plastomerowa powłoka (4) została przytwierdzona do dwóch stalowych tarcz (2). Za pomocą zaworu (3) wytwarzano wcześniej założoną wartość podciśnienia wewnętrznego. W pracy skupiono się na badaniach granulatu polipropylenowego (5). Kształt pojedynczego ziarna był cylindryczny: 1mm-średnica, 2 mm – długość.



Rys. 1. Schemat próbki badawczej

Brak jakiejkolwiek literatury dotyczącej badań właściwości mechanicznych specjalnych struktur granulowanych sprawił, że autorzy musieli rozwiązać szereg problemów związanych z ustaleniem ogólnych standardów obowiązujących przy przeprowadzaniu prób jednoosiowych dla specjalnych struktur granulowanych. Tematykę tę poruszają m.in. prace Zalewskiego (2005), Bajkowskiego i Zalewskiego (2008) oraz Zalewskiego i Bajkowskiego (2008b).

Przy zastosowaniu dodatkowych założeń opisanych w pracy Zalewskiego (2005) uzyskano rezultaty eksperymentalne przedstawione na rysunku 2.

Na szczególną uwagę zasługuje fakt wyraźnej zmiany właściwości fizycznych struktur w zależności od zadanego kierunku obciążenia. Dodatkowo warto zauważyć, że wraz ze wzrostem wartości podciśnienia obserwuje się zdecydowaną zmianę właściwości dyssypacyjnych badanych materiałów. W przypadku naprężeń ściskających obserwuje się ponad czterokrotny wzrost wartości naprężeń występujących dla tej samej wartości zadanego odkształcenia (rysunek 2).



Rys. 2. Przykładowe wyniki prób cyklicznego obciążania próbki specjalnej struktury granulowanej dla zmiennych wartości podciśnienia

Szczegółowy opis przeprowadzonych badań oraz szerszą analizę otrzymanych rezultatów eksperymentalnych można odnaleźć w pracach Zalewskiego (2005) lub Zalewskiegi i Bajkowskiego (2008a).

3. MODELOWANIE

Literatura światowa dotycząca przeglądu modeli konstytutywnych stali i innych metali jest bardzo obszerna (np. Woźnica, 1997). Spośród najpopularniejszych modeli lepkoplastycznych w niniejszej wybrano dwa: Chaboche'a oraz Bodnera-Partoma.

Wyboru takiego dokonano w związku z dużą uniwersalnością wspomnianych modeli. Przy ich użyciu z powodzeniem opisywano nieliniowe zachowanie zarówno wspomnianej stali (Woźnica, 1997) jak i polimerów (Pyrz i Zairi, 2007) czy też powłok tekstylnych (Zagubień, 2002).

3.1 Model Chaboche'a

Obszerny opis modelu Chaboche'a został przedstawiony np. w pracy Lemaitre i Chaboche (1990). Występująca w nim prędkość plastycznego płynięcia jest formułowana jako zależność

$$\dot{\mathbf{E}}' = \frac{2}{3} \cdot \dot{p} \cdot \frac{\mathbf{S}' - \mathbf{X}'}{J(\mathbf{S}' - \mathbf{X}')},\tag{1}$$

gdzie: \dot{E}^{I} prędkość odkształcenia plastycznego w formie tensorowej, \dot{p} – zakumulowana prędkość odkształcenia , S' – dewiator tensora naprężenia oraz X' – funkcja wzmocnienia kinematycznego. Wartość wyrażenia opisującego akumulowaną prędkość odkształcenia plastycznego wyraża się jako:

$$\dot{p} = \eta \cdot \left\langle \frac{J(\mathbf{S}' - \mathbf{X}') - R - k}{K} \right\rangle^{\frac{1}{m}}, \quad (\eta_{=1,0[1/s]}), \quad (2)$$

gdzie: 1/m = n jest współczynnikiem lepkości, k – granica plastyczności, K – funkcja wytrzymałości plastycznej, R – funkcja wzmocnienia izotropowego, symbol J oznacza niezmiennik.

Rozpatrując przypadek jednoosiowego obciążenia możemy zapisać równanie (1) w formie:

$$\dot{\varepsilon}^{I} = \eta \cdot \left\langle \frac{|\sigma - X| - R - k}{K} \right\rangle^{n} \cdot \operatorname{sgn}(\sigma - X),$$
(3)

$$\dot{X} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \dot{\varepsilon}^{I} - c \cdot X \cdot |\dot{\varepsilon}^{I}|, \qquad (4)$$

$$\dot{R} = b \cdot (Q - R) \cdot |\dot{\varepsilon}^{I}| .$$
(5)

gdzie: a, c, b, Q są parametrami funkcji wzmocnienia kinematycznego i izotropowego.

Ostatecznie model Chaboche'a przybiera postać następującego równania

$$\sigma = k + \frac{2}{3} \frac{a}{c} \Big[1 - \exp(-c\varepsilon^{l}) \Big] + Q \Big[1 - \exp(-b\varepsilon^{l}) \Big] + K \dot{\varepsilon}^{lm}(6)$$

Tak opisany model zawiera osiem stałych materiałowych (a, c E, k, Q, b, K, m), których wartości należy określić. Niektóre z nich można otrzymać na podstawie odpowiednich eksperymentów badawczych, inne wymagają zastosowania metod identyfikacyjnych.

3.2 Model Bodnera-Partoma

Rozpatrując podobnie jak w poprzednim przykładzie przypadek jednoosiowego obciążania próbie możemy przedstawić model Bodnera-Partoma za pomocą następujących równań:

$$\dot{\varepsilon}^{i} = \frac{2}{\sqrt{3}} D_{0} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R+D}{\sigma}\right)^{2n} \frac{n+1}{n}\right] \operatorname{sgn}(\sigma), \qquad (7)$$

$$R = R_1 \left[1 - \exp\left(-m_1 W^{T}\right) \right] + R_0 \exp\left(-m_1 W^{T}\right), \qquad (8)$$

$$D = D_1 \left[1 - \exp\left(-m_2 W^T \right) \right], \tag{9}$$

gdzie *R* oznacza funkcję opisującą wzmocnienie izotropowe materiału, *D* jest funkcją związaną ze wzmocnieniem kinematycznym. Dodatkowo występujące we wzorach (7 – 9) parametry D_0 , D_1 , R_0 , R_1 , m_1 , m_2 , n są stałymi materiałowymi, których wartości należy wyznaczyć na podstawie wyników uzyskanych z odpowiednio przeprowadzonych badań laboratoryjnych. Wyrażenie $\dot{W}^I = \sigma \dot{\varepsilon}^I$ opisuje moc plastycznego wzmocnienia materiału. Wyrażenie (7) można także zapisać w postaci funkcjonału wiążącego naprężenie, zmienne związane z funkcjami wzmocnień materiałowych oraz prędkością odkształcenia plastycznego:

$$\frac{\sigma}{R+D} = f\left(\dot{\varepsilon}^{i}\right),\tag{10}$$

oraz

$$\frac{\sigma}{R+D} = \left[\frac{2n}{n+1}\ln\left(\frac{2D_0\,\mathrm{sgn}\,\sigma}{\sqrt{3}\dot{\varepsilon}^{T}}\right)\right]^{\frac{1}{2n}} \tag{11}$$

Parametr D_0 , określający maksymalną wartość prędkości odkształcenia zwyczajowo przyjmowany jest arbitralnie. Powołując się na Bodnera i Partoma (1972) lub Bodnera i Partoma (1975), jego wartości tablicowe dla statycznych i dynamicznych obciążeń przybierają odpowiednio wartości $D_0=10^4 s^{-1}$ i $D_0=10^8 s^{-1}$.

4. WYNIKI

W prezentowanej pracy ze względu na ograniczania edytorskie całkowicie pominięto problem identyfikacji modeli konstytutywnych. Wcześniejsze prace autorów skupiały się na omówieniu zarówno klasycznych metod analitycznych (np. Zalewski, 2005) jak i podejmowały próby adaptacji wybranych metod numerycznych umożliwiających estymację parametrów materiałowych omawianych równań konstytutywnych (Zalewski, 2005; Pyrz i Zairi, 2007).



Rys. 3. Modelowanie zachowania próbki ABS o średnicy 35mm i podciśnienia 0,05MPa równaniem Bodnera-Partoma



Rys. 4. Modelowanie zachowania próbki ABS o średnicy 35mm i podciśnienia 0,05MPa równaniem Chaboche'a

W dalszej części zaprezentowane zostaną finalne wyniki weryfikacji modeli Chaboche'a oraz Bodnera-Partoma z bezpośrednimi rezultatami eksperymentalnymi. Przykładowe rezultaty zestawienia bezpośrednich rezultatów eksperymentalnych z ich odpowiednikami numerycznymi zaprezentowano na rysunkach 3 i 4.

Na tle bezpośrednich rezultatów eksperymentalnych wykreślono wyniki symulacji numerycznych odkształcenia próbki struktury granulowanej w próbie jednoosiowego ściskania. Zastosowana w badaniach próbka o średnicy 35 [mm] została wypełniona granulatem z materiału ABS. Modelowano jej zachowanie przy podciśnieniu wewnętrznym p=0,05MPa i prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon} = 0,003$ [.]

5. PODSUMOWANIE

Z danych zaprezentowanych na rysunkach 3 i 4 można wywnioskować, że lepkoplastyczne modele konstytutywne Chaboche'a i Bodnera-Partoma dobrze opisują nieliniowy zakres odkształceń próbek struktur granulowanych.

W jednym i drugim przypadku krzywe eksperymentalne i numeryczne praktycznie się pokrywają.

Dalsze prace związane z badaniami i modelowaniem zachowań specjalnych struktur granulowanych powinny dostarczyć niezbędnych informacji umożliwiających wzbogacenie opisywanych modeli o parametr podciśnienia.

LITERATURA

- Bajkowski J., Tadzik P., Zalewski R. (2007), Nowe możliwości aktywnego tłumienia drgań, 8th Conference on Active Noise and Vibration Control Methods, Kraków-Krasiczyn, 42-44.
- 2. **Bajkowski J., Zalewski R.** (2008), Experimental research of the influence of underpressure on force values acquired in granular beams bending tests, *TRANSACTIONS of the VŠB*, Technical University of Ostrava Metallurgical Series, 1, 179-186
- 3. Bodner S. R., Partom Y. (1975), Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials, *ASME, J. Appl. Mech.*, 42, 385-389.
- Bodner S. R., Partom Y. (1972), Dynamic inelastic properties of materials, Part II, Representation of timedependent characteristics of metals, *Proc. 8th Cong. of ICAS*, Amsterdam.
- 5. Chen W. F. (1994), Constitutive Equations for Engineering Materials, Elsevier Science B. V.
- 6. Lemaitre J, Chaboche J. L. (1990), *Mechanics of Solid materials*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Pyrz M, Zairi F. (2007), Identification of viscoplastic parameters of phenomenological constitutive equations for polymers by deterministic and evolutionary approach, *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 15:85-103.
- Woźnica K. (1997), Dynamique des structures elastoviscoplastique, Memoire d'habilitation a diriger des recherches. Lille: Universite des Sciences et Technologies de Lille.
- 9. Zagubień A. (2002), Badania laboratoryjne i identyfikacja niesprezystych wlasciwosci materialowych tkaniny powlekanej typu «Panama», Praca Doktorska, Politechnika Koszalinska.

- 10. Zalewski R. (2005), Analiza właściwości mechanicznych struktur utworzonych z granulatów umieszczonych w przestrzeni z podciśnieniem, Rozprawa Doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa.
- Zalewski R., Bajkowski J. (2008a), Similarities and dissimilarities of MR fluids and new granular structures in special conditions, Euromech Colloquium 498, *Nonlinear Dynamics* of Composite and Smart Structures, Conference proceedings, Lublin, 91-99.
- Zalewski R., Bajkowski J. (2008b), Wpływ podciśnienia na charakter zjawiska relaksacji naprężeń specjalnych struktur granulowanych w próbach jednoosiowego ściskania, *Modelowanie Inżynierskie*, 35, 147-154.
- Zalewski R., Bajkowski J., Tadzik P. (2007a), Application of granular structures in special conditions for semi-active damping of vibrations, *Machine Dynamics Problems*, Vol. 31, No 3, 109-115.
- 14. Zalewski R., Tadzik P., Skalski P. (2007b), Analiza własności akustycznych specjalnych struktur granulowanych, *Materiały XXII Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych"*, Zakopane.

VISCOPLASTIC CONSTITUTIVE MODELS FOR SPECIAL GRANULAR STRUCTURES

Abstract: Presented work is the next stage of considerations related to innovative semi-intelligent structures composed on the basis of granular materials.

Loose granular material is initially placed in a hermetic plastomers envelope, where in the next step so called "underpressure" is generated.