

WYZNACZENIE PĘTLI HISTEREZY POŁĄCZENIA LISTWY W ZACISKU PRZY NIERÓWNOMIERNYM ROZKŁADZIE NACISKÓW

Andrzej KOSIOR*

*Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich, Politechnika Warszawska, Gmach Samochodów i Ciągników, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

akos@ipbm.simpr.pw.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono model fizyczny układu zawierającego połączenie sprężystej listwy w sztywnym zacisku. Przyjęto nierównomierny rozkład nacisków pomiędzy sprężystą listwą i sztywnym zaciskiem przy tarciovym modelu styku. Podczas obciążania, odciążania i ponownego obciążania wyznaczono przemieszczenie listwy w zacisku w funkcji zewnętrznej siły wzdłużnej. Otrzymane zależności na przemieszczenie umożliwiają wyznaczenie pętli histerezy opisującej sprężysto-tarciowe właściwości połączenia.

1. WPROWADZENIE

Badania teoretyczne tarcia konstrukcyjnego w połączeniach nierozłącznych elementów maszyn, prowadzone są dla fizycznych modeli połączeń przy przyjęciu założeń upraszczających dotyczących modelu ciała elementów i modelu ich styku (Giergiel, 1990; Osiński i inni, 1997). Jednym z badanych połączeń elementów maszyn jest połączenie sprężystej listwy w sztywnym zacisku poddane obciążeniu wzdłużnemu. Model ciała sprężystej listwy opisuje prawo Hooke'a.

W badaniach teoretycznych stosowane są metody analityczne z wykorzystaniem wzorów liniowej teorii sprężystości. Badania połączenia sprężystej listwy w zacisku przy równomiernym rozkładzie nacisków i tarciovym modelu styku przedstawiono w pracach Giergiela (1990) oraz Kosiora (2005), przy tarcio-sprężystym modelu styku w pracach Giergiela (1990) i Kosiora (2001) i przy sprężysto-tarciowym modelu styku w pracach Kosiora (1996, 2005). W pracy Kosiora (2008) przedstawiono badanie listwy w zacisku przy przyjęciu nieliniowego modelu styku.

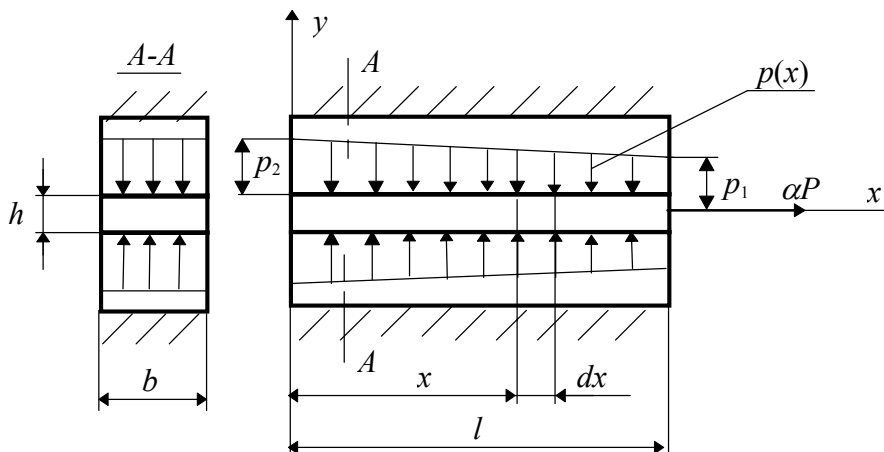
2. MODEL FIZYCZNY POŁĄCZENIA SPRĘŻYSTEJ LISTWY W ZACISKU

Na rysunku 1 przedstawiono model fizyczny połączenia sprężystej listwy w sztywnym zacisku przy przyjęciu do rozważań nierównomiernego liniowo zmiennego rozkładu nacisków pomiędzy listwą i zaciskiem.

Nierównomierny liniowo zmienny rozkład nacisków wzdłuż długości połączenia listwy w zacisku opisuje równanie

$$p(x) = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{l}(l - x) \quad (1)$$

gdzie: $p(x)$ – nacisk między listwą i zaciskiem w odległości x od utwierdzenia listwy, p_1 – nacisk między listwą i zaciskiem w odległości $x = l$, p_2 – nacisk między listwą i zaciskiem w utwierdzeniu listwy (przy $x = 0$), l – długość połączenia listwy w zacisku.



Rys. 1. Model fizyczny połączenia listwy w zacisku

Przy tarciovym modelu styku w połączeniu sprężystej listwy w zacisku jednostkowa siła tarcia opisana jest zależnością

$$q(x) = p(x) \mu b \quad (2)$$

i jest zmienna wzdłuż długości połączenia

$$q(x) = \mu b \left[p_1 + \frac{p_2 - p_1}{l} (l - x) \right] \quad (3)$$

gdzie: $q(x)$ - jednostkowa siła tarcia rozwiniętego w połączeniu w odległości x od utwierdzenia listwy, b - szerokość listwy, μ - współczynnik tarcia między listwą i zaciskiem.

Z warunku równowagi sił działających na element listwy o długości dx w kierunku x otrzymamy równanie

$$\frac{dN}{dx} = q(x) \quad (4)$$

gdzie: N - siła normalna w przekroju x listwy.

Wydłużenie listwy związane jest z obciążeniem równaniem różniczkowym

$$\frac{du}{dx} = \frac{N}{k} \quad (5)$$

$$k = EF \quad (6)$$

gdzie: k - sztywność listwy rozciąganej lub ściskanej, E - moduł Younga listwy, $F = bh$ - przekrój poprzeczny listwy, h - grubość listwy.

3. WYZNACZENIE SIŁY NORMALNEJ W LISTWIE I PRZEMIESZCZENIA LISTWY W ETAPIE 1

Z rozwiązania równania różniczkowego (4) wyznaczmy siłę normalną N_1 w przekroju x listwy w strefie poślizgu w etapie 1

$$N_1(\alpha, x) = \alpha P - \mu b \left[p_2(l - x) - \frac{p_2 - p_1}{2l} (l^2 - x^2) \right] \quad (7)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego

$$N_1(\alpha, x = l) = \alpha P \quad (8)$$

gdzie: α - współczynnik obciążenia w etapie 1 (α - zmienia się od 0 do 1), P - amplituda siły obciążającej listwę.

Długość strefy poślizgu w etapie 1 wyznaczmy z równania (7)

$$a_1 = \frac{l}{p_2 - p_1} \left[-p_1 + \sqrt{p_1^2 + \frac{2\alpha P (p_2 - p_1)}{\mu b l}} \right] \quad (9)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$N_1(\alpha, x = l - a_1) = 0 \quad (10)$$

Z rozwiązania równania różniczkowego (5) przemieszczenie końca listwy w etapie 1 przy $x=l$ wyznaczmy z zależności

$$u_1(\alpha, x = l) = \frac{1}{k} \left\{ \alpha P a_1 - \frac{1}{2} \mu b a_1^2 \left[p_2 - \frac{p_2 - p_1}{l} \left(l - \frac{1}{3} a_1 \right) \right] \right\} \quad (11)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$u_1(\alpha, x = l - a_1) = 0 \quad (12)$$

4. WYZNACZENIE SIŁY NORMALNEJ W LISTWIE I PRZEMIESZCZENIA LISTWY W ETAPIE 2

Z rozwiązania równania różniczkowego (4) wyznaczmy siłę normalną N_2 w przekroju x listwy w strefie poślizgu w etapie 2 (α - zmienia się od -1 do +1)

$$N_2(\alpha, x) = \alpha P + \mu b \left[p_2(l - x) - \frac{p_2 - p_1}{2l} (l^2 - x^2) \right] \quad (13)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego

$$N_2(\alpha, x = l) = \alpha P \quad (14)$$

Długość strefy poślizgu w etapie 2 wyznaczmy z równania (13)

$$a_2 = \frac{l}{p_2 - p_1} \left[-p_1 + \sqrt{p_1^2 + \frac{P(1 - \alpha)(p_2 - p_1)}{\mu b l}} \right] \quad (15)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$N_2(\alpha, x = l - a_2) = N_1(\alpha = 1, x = l - a_2) \quad (16)$$

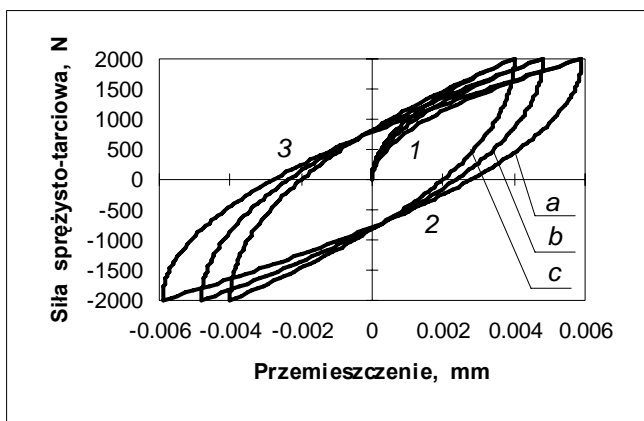
Z rozwiązania równania różniczkowego (5) przemieszczenie końca listwy w etapie 2 przy $x=l$ wyznaczmy z zależności

$$u_2(\alpha, x = l) = \frac{1}{k} \left\{ \alpha P a_2 + P(a_1 - a_2) + \left[p_2 \left(a_2^2 - \frac{1}{2} a_1^2 \right) - \frac{p_2 - p_1}{2l} \left\{ l(2a_2^2 - a_1^2) - \frac{1}{3}(2a_2^3 - a_1^3) \right\} \right] \right\} \quad (17)$$

po uwzględnieniu warunku brzegowego na granicy strefy poślizgu

$$u_2(\alpha, x = l - a_2) = u_1(\alpha = 1, x = l - a_2) \quad (18)$$

Postępując podobnie jak w etapach 1 i 2 wyznaczono zależności na siłę w listwie, długość strefy poślizgu i przemieszczenie swobodnego końca listwy w etapie 3. Otrzymane zależności na przemieszczenie swobodnego końca listwy w funkcji siły zewnętrznej αP w etapach 1, 2 i 3, posłużyły do wyznaczenia wykresów pętli histerezy połączenia listwy w zacisku pokazanych na rysunku 2.



Rys. 2. Pętla histerezy połączenia listwy w zacisku wyznaczone w etapach 1, 2 i 3 przy parametrach: $p_2=10000\text{N/m}^2$ oraz a) $p_1=6000\text{N/m}^2$, b) $p_1=8000\text{N/m}^2$ i c) $p_1=10000\text{N/m}^2$

Wykresy na rysunku 2 wyznaczone przy nierównomiernym liniowo zmiennym rozkładzie nacisków między listwą i zaciskiem. Przyjęto stałą wartość nacisku p_2 w utwierdzeniu listwy przy $x=0$ i zmienne wartości nacisku p_1 przy $x=l$. Z wykresów na rysunku 2 wynika, że przy ustalonej wartości p_2 i zmniejszających się wartościach p_1 poczynając od $p_1=p_2$, co odpowiada równomiernemu rozkładowi nacisków, wzrasta przemieszczenie swobodnego końca listwy.

Obliczenia do wykresów na rysunku 2 przeprowadzono dla wymiarów listwy: $l=0,5\text{m}$, $b=0,05\text{m}$ i $h=0,005\text{m}$, oraz innych parametrów połączenia: modułu Younga listwy $E=2\cdot 10^{11}\text{N/m}^2$, współczynnika tarcia między listwą i zaciskiem $\mu=0,2$ i amplitudy siły obciążającej listwę $P=2000\text{N}$ oraz pozostałych parametrów podanych w podpisie pod rysunkiem.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przeprowadzono badania połączenia sprężystej listwy w zacisku podczas obciążania, odciążania i ponownego obciążania listwy. Przyjęto nierównomierny rozkład nacisków między listwą i zaciskiem, przy trzech wartościach nacisku p_1 . Rozważania prowadzono dla tarcowego modelu styku listwy w zacisku. Z przedstawionych na rysunku 2 trzech wykresów pętli histerezy przedstawiających sprężysto-tarciowe właściwości połączenia wynika, że przy ustalonej wartości nacisku p_2 i zmniejszających się wartościach nacisku p_1 , wzrasta przemieszczenie swobodnego końca listwy.

LITERATURA

1. Giergiel J. (1990), *Tłumienie drgań mechanicznych*, PWN, Warszawa.
2. Kosior A. (2008), Badanie drgań układu z listwą w zacisku przy uwzględnieniu nieliniowego modelu tarcia, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika*, z. 74, Rzeszów, 155-164.
3. Kosior A. (2001), Tłumienie drgań swobodnych układu z listwą w zacisku z tarcioowo - sprężystym oddziaływaniem, *Materiały VIII Polsko-Francuskiego Seminarium Naukowego Mechaniki*, Warszawa, 213-221.
4. Kosior A. (2005), Wpływ parametrów wybranych połączeń z tarcem konstrukcyjnym na właściwości sprężysto-tłumiące układów mechanicznych, *Prace Naukowe, Mechanika*, z. 209, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
5. Kosior A. (1996), Investigation of the joint between a strip and foundation with regard to the elasto-frictional model contact, *Machine Dynamics Problems*, Warsaw University of Technology, 16, Warsaw, 39-53.
6. Osiński Z. i inni (1997), *Tłumienie drgań*, PWN.

HYSTERESIS LOOP JOINT ELASTIC STRIP IN THE RIGID CLAMP OBTAINED WITH IRREGULAR DISTRIBUTION PRESSURE

Abstract: In the work presented of physical model of the system with joint elastic strip in the rigid clamp. Irregular distribution pressure between elastic strip and rigid clamp, taking structural friction into account is presented. During load, relieve and again load free part of the strip, displacement in a function of the longitudinal force external was determined. The obtained dependences of the displacement enable determination of the hysteresis loop describes elasto-frictional properties of the joint.