

BADANIA NAD MODELOWANIEM ROZCIĘTYCH SPRĘŻYN TALERZOWYCH

Sebastian GŁOWALA*, Bogdan BRANOWSKI*

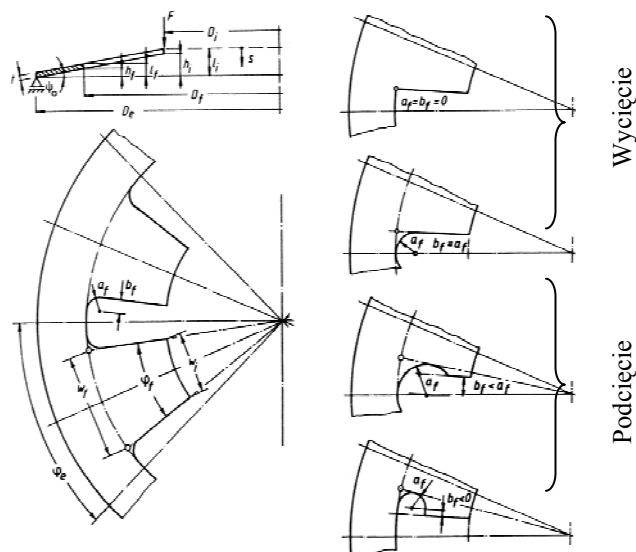
*Zakład Metod Projektowania Maszyn, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań

s.glowala@konto.pl, bogdan.branowski@put.poznan.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono analizę modeli analitycznych rozciętych sprężyn talerzowych w odniesieniu do badań doświadczalnych. Zaproponowano nowe podejście do obliczeń charakterystyki rozciętych sprężyn talerzowych z dużym podcięciem. W modelu uwzględniono półprzegub powstający w miejscu przejścia sprężyny talerzowej w układ sprężyn płaskich. Zaproponowano uproszczone modele obliczeń charakterystyk sprężyn trapezowych.

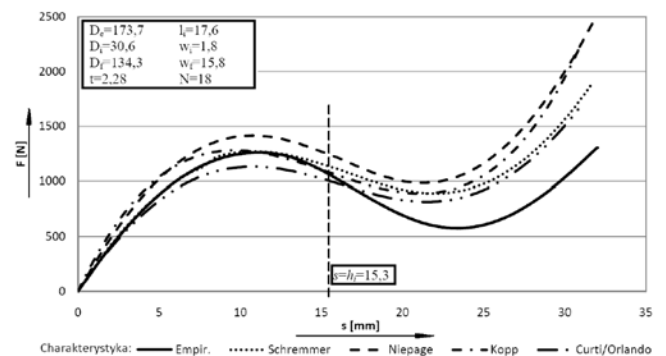
1. ANALIZA PROBLEMU

Monolityczna struktura rozciętej sprężyny talerzowej składa się z układu równoległe działających sprężyn płaskich o zarysie trapezowym tzw. listków (rysunek 1) połączonych z wewnętrznym obrzeżem normalnej sprężyny talerzowej (Branowski, 2007). Wzrost zastosowań rozciętych sprężyn talerzowych wynika ze specyficznej charakterystyki siła F – ugięcie s zawierającej quasistałosilowy odcinek charakterystyki w wąskim paśmie obciążenia $F \pm \Delta F$ (Głowala i Branowski, 2008). Badania H. Koppa (Branowski i inni 1998), G. Curti i H. Orlando (Curti i Orlando, 1981), G. Schremmera (Branowski i inni 1998) oraz P. Niepage z zespołem (Niepage i inni 1987) nad optymalizacją obliczeń wspomnianych sprężyn pozwalają na budowę modeli matematycznych o różnym stopniu adekwatności.



Rys. 1. Rozcięta sprężyna talerzowa z różnymi wycięciami (Niepage i inni 1987)

Celem pracy jest uogólnienie jednej z metod do obliczeń sprężyny z i bez podciętych listków. W obliczeniach sprężyn stosowanych w rozłącznych sprzęgłach przeciążeniowych (Jaśkiewicz i Wąsiewski, 2002) zakłada się, iż ugięcie sprężyste listków stanowi około 10% całkowitego ugięcia rozciętej sprężyny talerzowej. Wg wyników pracy (Jaśkiewicz i Wąsiewski, 2002) ugięcie listków jest pomijalne przy zgrubnych obliczeniach. W tabeli 1 zamieszczono zestawienie znanych modeli analitycznych, a wyniki uzyskane tymi metodami przedstawiono na rysunku 2 wraz z charakterystyką empiryczną. Przedstawione modele dają na ogół o 10 % za wysokie wartości siły.



Rys. 2. Wyniki obliczeń przykładowych charakterystyk rozciętych sprężyn talerzowych

Pierwsze metody obliczeń sprężyn talerzowych dotyczyły sprężyn bez podcięć (górny szkic na rysunku 1) i polegały na zastosowaniu zależności zaproponowanych przez Almena-Laszlo dla zwykłych sprężyn talerzowych, obliczeniu belki trapezowej oraz zastosowaniu zasady superpozycji. Takie podejście jest nadal stosowane przy obliczaniu centralnych sprężyn rozłącznych sprzęgieł (Jaśkiewicz i Wąsiewski, 2002).

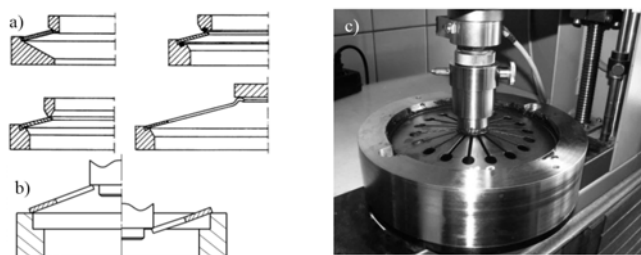
Tab. 1. Zestawienie modeli analitycznych rozciętych sprężyn talerzowych

Metoda	Obliczenia:	Dane:
G Schremmera	$K = \frac{2}{3} \pi \cdot \left(\frac{D_e}{D_f}\right)^2 \cdot \ln\left(\frac{D_e}{D_f}\right) \cdot \left(\frac{D_e}{D_f} - 1\right)^2; c = 3 \cdot \left[\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{w_f}{w_f} + \left(\frac{3}{2} - \ln \frac{w_f}{w_f}\right) \cdot \left(\frac{w_f}{w_f}\right)^2 / \left(1 - \frac{w_f}{w_f}\right)^3\right];$ $F = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{t^4}{D_e^2} \cdot K \cdot \frac{s_1}{t} \cdot \left[\left(\frac{h_f}{t} - \frac{s_1}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{t} - \frac{s_1}{2t}\right) + 1\right] \cdot \frac{1 - \frac{D_f}{D_e}}{1 - \frac{D_f}{D_e}}; s = s_1 \cdot \frac{1 - \frac{D_f}{D_e}}{1 - \frac{D_f}{D_e}} + c \cdot \frac{1 - \mu^2}{2 \cdot E} \cdot \frac{(D_f - D_i)^3}{w_f \cdot t^3 \cdot n} \cdot F$	ugięcie s_1 przy średnicy D_f
G Curti H Orlando	$c = 3 \cdot \left[\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{w_i}{w_f} + \left(\frac{3}{2} - \ln \frac{w_i}{w_f}\right) \cdot \left(\frac{w_i}{w_f}\right)^2 / \left(1 - \frac{w_i}{w_f}\right)^3\right]; s = \frac{1}{2} \cdot (D_e - D_i) \cdot \psi + c \cdot \frac{1 - \mu^2}{2 \cdot E} \cdot \frac{(D_f - D_i)^3}{w_f \cdot t^3 \cdot n} \cdot F;$ $\alpha = \frac{D_e}{D_f}; \gamma = \frac{D_f}{D_i}; F = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha \cdot \gamma} \cdot \gamma \cdot E \cdot \psi \cdot \left[\left(\frac{D_e}{2} \cdot \frac{\alpha + 1}{\alpha} - D_e \cdot \frac{\alpha - 1}{\alpha \cdot \ln \alpha}\right) \cdot \pi \cdot t \cdot (\psi_0 - \psi) \cdot \left(\psi_0 - \frac{\psi}{2}\right) + \pi \cdot \frac{t^3}{6} \cdot \frac{\alpha \cdot \ln \alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{2}{D_e}\right]$	bieżący kąt pochylecia ψ części pierścieniowej
H Koppa	$K_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{(\delta - 1)^2}{\delta + 1 - 2}; \delta = \frac{D_e}{D_f}; \frac{h_f}{h_i} = \frac{D_e - D_f}{D_e - D_i}; \xi = 1 \dots 1,15;$ $F = \frac{4 \cdot E}{1 - \mu^2} \cdot \frac{t^4}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot \left(\frac{h_f}{h_i}\right)^2 \cdot \frac{s}{t} \cdot \left[\left(\frac{h_f}{t} - \frac{h_f}{h_i} \cdot \frac{s}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{t} - \frac{h_f}{2 \cdot h_i} \cdot \frac{s}{t}\right) + 1\right] \cdot \xi$	ugięcie s sprężyny przy średnicy D_f
P Niepage	$x = \frac{s}{h_i} \cdot \frac{D_e - D_i}{D_w - D_e}; a_1 = \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \frac{E \cdot t^3}{D_w - D_e} \cdot \frac{h_i}{D_e - D_i} \cdot I_0; I_0 = \ln \frac{D_e}{D_f} + \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \ln \frac{D_f}{D_f - 2 \cdot b_m}$ $I_1 = \ln \frac{D_e}{D_f} + \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \cdot \left(1 - \frac{D_f - 2 \cdot b_m}{2 \cdot b_m} \ln \frac{D_f}{D_f - 2 \cdot b_m}\right); I_2 = \frac{1}{2} \cdot (D_e - D_f + \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \cdot b_m)$ $I_3 = \frac{1}{8} \cdot (D_e^2 - D_f^2) + \frac{1}{12} \cdot \frac{\varphi_f}{\varphi_e} \cdot b_m \cdot (3 \cdot D_f - 2 \cdot b_m); b_m = \alpha_m \cdot \frac{\pi \cdot \varphi_f}{180} \cdot \frac{D_f}{4}; \alpha_m = 0,25 + 0,30$ $a_2 = \frac{32 \cdot \pi}{1 + \mu} \cdot \frac{E \cdot t}{D_w - D_e} \cdot \left(\frac{h_i}{D_e - D_i}\right)^3 \cdot I_3 \cdot \frac{I_2^2 - I_1 \cdot I_3}{(1 + \mu) \cdot I_2^2 - 2 \cdot I_1 \cdot I_3}; F = a_1 \cdot x + a_2 \cdot x \cdot (1 - x) \cdot \left(1 - \frac{x}{2}\right)$	ugięcie s sprężyny przy średnicy D_f

2. ZESTAWIENIE MODELI Z WYNIKAMI EMPIRYCZNYMI

Badania empiryczne zostały przeprowadzone na próbie dziesięciu sprężyn. W pierwszym etapie zaprojektowano urządzenie zgodnie z zaleceniami firmy Häussermann (Häussermann Gmb, 2008), produkującej rozcięte sprężyny talerzowe. Znanych jest kilka możliwości podparcia i obciążenia sprężyn przedstawionych na rysunku 3a. Ze względu na łatwość wykonania oraz montaż oprzyrządowania na prasie Zwick 1445 wybrano sposób obciążenia sprężyn przedstawiony na rysunku 3b.

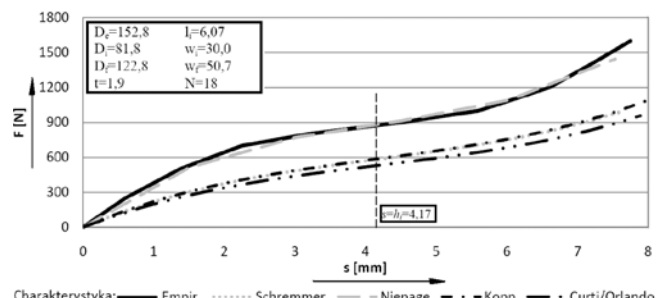
Charakterystyki przedstawionych modeli zestawiono z własnymi wynikami empirycznymi (rysunke 2) oraz znanymi z literatury (Niepage i inni, 1987) (rysunek 4).



Rys. 3. Metody obciążenia rozciętych sprężyn talerzowych: a) znane schematy obciążenia (Häussermann Gmb, 2008); b) zastosowany schemat obciążenia; c) wykonane oprzyrządowanie.

Na podstawie badań oraz podanych zależności można postawić tezę, iż dla sprężyn w których nie występuje podcięcie listka (dwa pierwsze przypadki na rysunku 1) najlepiej sprawdza się model zaproponowany przez P. Niepage, natomiast dla sprężyn z podcięciami innego kształtu lepiej

sprawdzają się pozostałe modele.



Rys. 4. Zestawienie charakterystyk rozciętych sprężyn talerzowych

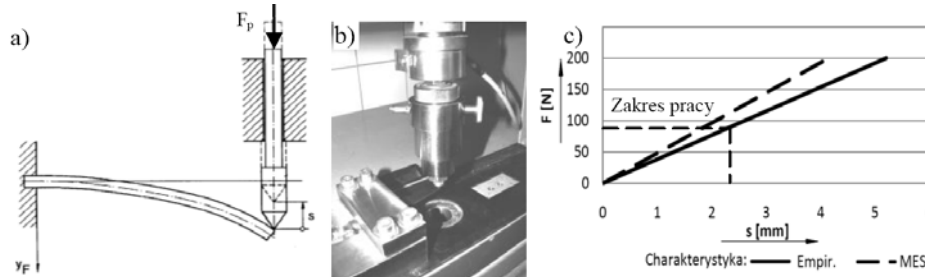
W celu sprawdzenia wpływu sprężyn płaskich (listków) rozciętej sprężyny talerzowej na jej charakterystykę przeprowadzono eksperymentalne badania, wyniki których porównano z obliczeniami analitycznymi. Sprężyny zostały zamocowane zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 5a, b. Należy jednocześnie pamiętać, że główną rolę przy badaniach odgrywa utwierdzenie.

Charakterystyki sprężyn ołowiercono przy wykorzystaniu MES, która wykazała, iż uzyskane wyniki empiryczne dają znaczne błędy ze względu na małą powierzchnię utwierdzenia sprężyn (próbki były fragmentami sprężyn talerzowych). Wyniki przykładowej podciętej sprężyny trapezowej wraz z charakterystyką wyznaczoną MES przedstawiono na rysunku 5c.

Obliczenia MES wykonano przy wykorzystaniu siatek: trójkątnej i prostokątnej. Miejsca podcięcia zostały podzielone na podsektory co pozwoliło na polepszenie jakości siatek i uniknięcie ostrych kątów w siatce wprowadzających duże błędy (Głowała i Branowski, 2007). Wyznaczane charakterystyki przy wykorzystaniu obu siatek dawały porównywalne wyniki, a ich rozrzut mieścił się w błędzie

wynoszący około 1%. Do dalszej analizy przyjęto wyniki MES jako wzorcowe, co sprawdzono dla trapezowej belki bez podcięć a otrzymane wyniki porównano z wynikami pochodzącymi z metod analitycznych, licznie przedstawionych w literaturze. Rozwiązania, których zestawienie ukazano w tablicy 2 często są błędne.

Wybrane metody analityczne (Chironis, 1961; Meissner i Wanke, 1988; Niepage, 1969; Żukowski (1958) dają zbliżone wyniki z MES. Ugięcie listków stanowi około 12% ugięcia rozciętej sprężyny talerzowej przy maksymalnej sile działającej na układ.



Rys. 5. Badania sprężyn płaskich: a, b) schemat obciążenia; c) zestawienie charakterystyki sprężyny płaskiej wyciętej ze sprężyny, której parametry przedstawiono na rysunku 2.

Tab. 2. Zestawienie modeli analitycznych płaskich sprężyn trapezowych

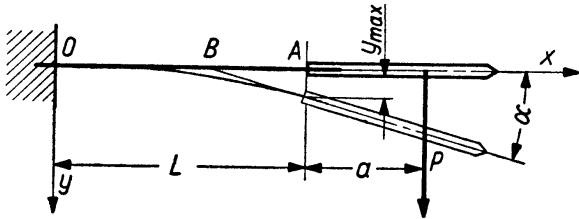
Schemat obciążenia:			
		$B=15,8$ $b=2,6$ $b_0=2$ $l=37,5$ $L=39,5$ $t=2,28$	
	Ugięcie	Współczynniki	Sztywność
[1]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot IB$	$IB = \frac{3}{2} \cdot k \cdot [1 - \frac{2 \cdot (1-k)}{k^2} \cdot \{(1-k) \cdot \ln(1-k) + k\}]$; $k = \frac{b}{B}$	195,94
[3]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot IB$	$IB = \frac{3}{2 \cdot k} [1 - \frac{2 \cdot (1-k)}{k^2} \cdot \{(1-k) \cdot \ln(1-k) + k\}]$; $k = \frac{b}{B}$	136,76
[12]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K_1$	$K_1 = \frac{2}{3} \cdot [1 - \frac{4 \cdot \beta + 3 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta}{(1-\beta)^3}]$; $\beta = \frac{b}{B}$	820,96
[20]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot \delta$	$\delta = \frac{3}{1-\zeta} \cdot [\frac{3}{2} - \frac{1}{1-\zeta} - (\frac{\zeta}{1-\zeta})^2 \cdot \ln \zeta]$; $\zeta = \frac{b}{B}$	136,76
[13]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K_1$	$K_1 = \frac{3}{2} \cdot [1 - \frac{4 \cdot \beta + 3 \cdot \beta^2 - 2 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta}{(1-\beta)^3}]$; $\beta = \frac{b}{B}$	136,76
[14]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K_1$	$K_1 = \frac{3}{(1-\zeta)^3} \cdot [\frac{1}{2} - 2 \cdot \zeta + \zeta^2 \cdot (\frac{3}{2} - \ln \zeta)]$; $\zeta = \frac{b}{B}$	136,76
[7]	$y_l = \frac{6 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K$	$K = \frac{1}{1-\zeta} [1 + \frac{2}{1-\zeta} \cdot [-1 - (\frac{1}{1-\zeta} - 1) \cdot \ln \zeta]]$; $\zeta = \frac{b}{B}$	187,89
[18]	$y_l = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot B \cdot t^3} \cdot K$	$K = \frac{3}{2+\zeta}$; $\zeta = \frac{b}{B}$	131,67
MES	Liczba elementów (El. typu Plate-trójkątny): 719, Liczba węzłów: 408		136,61

3. ZESTAWIENIE MODELI Z WYNIKAMI EMPIRYCZNYMI

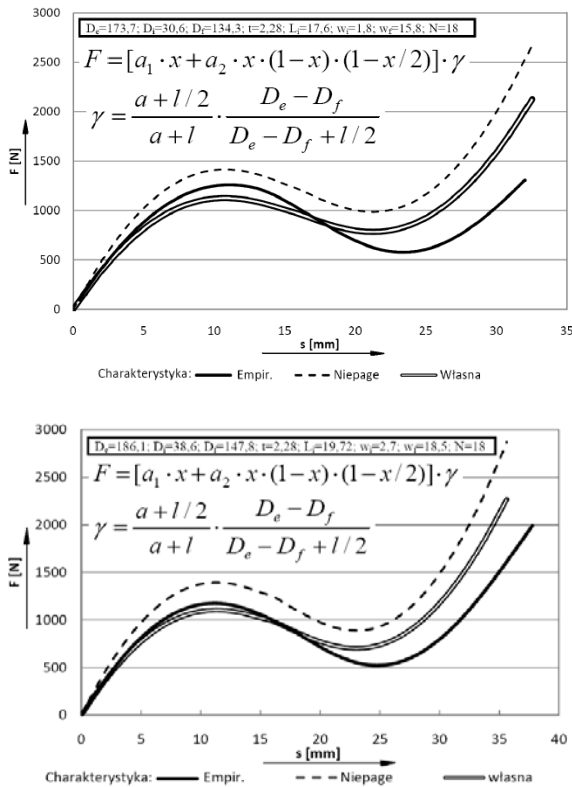
Stosowane w modelach analitycznych podejście (oprócz modelu P. Niepage i H. Koppa) do wyznaczania charakterystyki siła F w funkcji ugięcia s powoduje, że zakładamy na początku, iż sprężyna trapezowa jest sztywna i obliczamy w pierwszy etapie siłę dla danego ugięcia sprężyny talerzowej. W drugim etapie zakłada się, że sprężyna talerzowa jest sztywna i liczy się ugięcie sprężyny płaskiej

dla wyznaczonej siły. Ostatnim etapem jest zastosowanie zasady superpozycji. Zakłada się również, że sprężyna trapezowa jest doskonale utwierdzona w sprężynie talerzowej. Utwierdzenie takie jest praktycznie niemożliwe (Huber, 1958), ponieważ każdy materiał, otaczający nawet najdokładniej utwierdzony koniec belki doznaje pewnych odkształceń pod wpływem działania sił zewnętrznych i z tego powodu powstaje pewien obrót przekroju podporowego. Oznacza to, że ugięcie mięsi się pomiędzy znanymi rozwiązaniami dla belek zamocowanych zupełnie i przegubowo (Bródka i Kozłowski, 1996). Zaproponowany

przez M. T. Hubera model utwierdzenia sprężystego został rozszerzony w dalszych pracach w dziedzinie półprzegubów (Jungnickel, 2004) oraz przegubów sprężystych (Tryliński, 1964). W przypadku podciętych sprężyn trapezowych podcięcie (dolne szkice rysunku 1) pełni rolę półprzegubu w którym punkt obrotu zmienia swoje położenie (rysunek 6). Długość a jest długością sprężyny trapezowej natomiast wymiar l jest długością podcięcia. Zgodnie z zaleceniami dla $a=0$ $BA=2l/3$, natomiast gdy l jest małe w stosunku do a wtedy $BA \approx l/2$ (Chironis, 1961; Mrugalski i inni, 1996; Tryliński, 1964). Taki przypadek spotykany jest najczęściej w konstrukcji rozciętych sprężyn talerzowych.



Rys. 6. Łożyskowanie na jednej sprężynie obciążonej siłą poprzeczną (Meissner i Wanke, 1988; Tryliński, 1964)

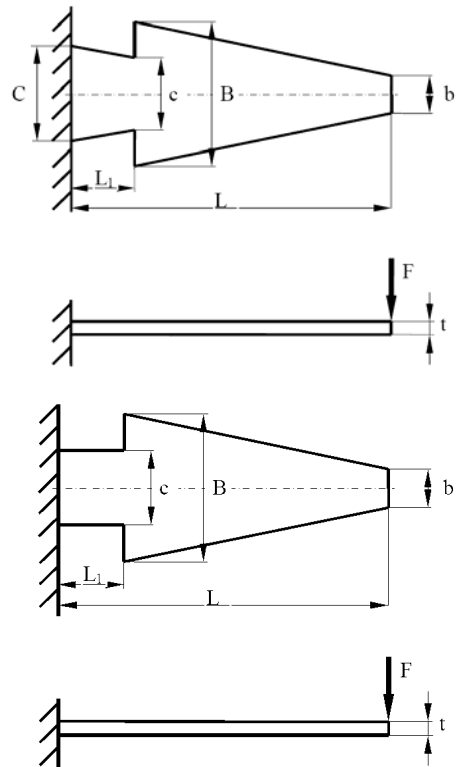


Rys. 7. Porównanie charakterystyk empirycznych z nowszym modelem analitycznym rozciętych sprężyn talerzowych

Przy zmianie długości ramienia działania siły zmienia się również moment siły działający na sprężynę talerzową. Przy takim podejściu znane zależności przedstawione przez P. Niepage z zespołem należy rozszerzyć o współczynnik uwzględniający spadek momentu działającego na listek spowodowanego półprzegubem oraz wzrost działającego momentu na sprężynę talerzową. Zależność ta sprawdza się dla stosunku wymiarów $B/c=0,7-0,5$ (rysunek 8). Przy

podcięciu większym należy stosować zależności podane w pracy (Jungnickel, 2004). Dla dużych podcięć (ostatni przypadek podcięcia na rysunku 1.) należy dodatkowo sprawdzić wytrzymałość przekrojów na zginanie, gdyż istnieje niebezpieczeństwo lokalnego przekroczenia naprężeń dopuszczalnych powodujące trwałe odkształcenie przekroju. W takim przypadku ugięcie listków wchodzi w zakres dużych kątów ugięcia i wymaga pełnego rozwiązania. Zastosowanie współczynnika korekcyjnego przedstawiono na rysunku 7.

Prace nad modelem obejmowały również przybliżenie charakterystyki podciętej sprężyny trapezowej. Dokładne rozwiązania (dla przejść łukowych – rysunek 8) nastroczają wiele problemów i wymagają stosowania całkowania numerycznego. Zaproponowano dwa przybliżenia geometryczne przedstawione na rysunku 8.



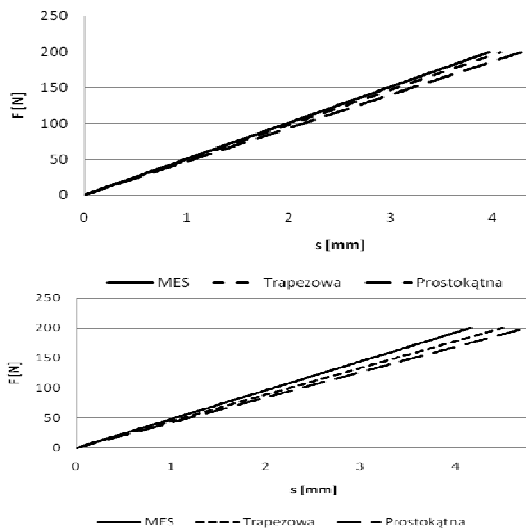
Rys. 8. Przybliżenia geometrii podciętych sprężyn płaskich

W obu przypadkach podzielono początkowo sprężynę na dwie a następnie zsumowano stosując zasadę superpozycji. Przy takim podejściu należało wyznaczyć kąty ugięcia sprężyny prostokątnej i trapezowej obciążonej momentem. Dla prostokątnej sprężyny obciążonej momentem i siłą otrzymujemy zależność (1). Natomiast kąt ugięcia sprężyny trapezowej obciążonej momentem przedstawia zależność (2).

$$y = \frac{4 \cdot F \cdot L_1^3}{E \cdot c \cdot t^3} + \frac{6 \cdot M \cdot L_1^3}{E \cdot c \cdot t^3} \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{12 \cdot L_1 \cdot M \cdot \ln(1 - k_1)}{E \cdot C \cdot k_1 \cdot t^3}; \quad \text{gdzie: } k_1 = 1 - \frac{c}{C} \quad (2)$$

Uzyskane przybliżone wyniki przedstawione na rysunku 9. Przybliżenie dla trapezu jako miejsca połączenia daje lepsze wyniki w odniesieniu do analizy MES.



Rys. 9. Przybliżenie wyników podciętej sprężyny trapezowej

Zależność 3 przedstawia ostateczną postać równania ugięcia podciętej sprężyny trapezowej.

$$s_L = s_I + s_{II} + L \cdot s_{III} / L_1 \quad (3)$$

gdzie: s_I - ugięcie sprężyny trapezowej (tabl. 2); s_{III} - ugięcie sprężyny trapezowej o długości L_1

$$s_{II} = L \cdot 12 \cdot L_1 \cdot (L - L_1) \cdot F \cdot \ln(1 - k_1) / E \cdot C \cdot k_1 \cdot t^3 \quad (4)$$

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zestawienie modeli analitycznych rozciętych sprężyn talerzowych i sprężyn trapezowych. Zaproponowano przybliżenie modelu przedstawionego przez P. Niepage dla podciętych sprężyn talerzowych. Przebadano sprężyny ze spadkiem przekroju wynoszącym maksymalnie 50%.

To przybliżenie zapewnia uogólnienie modelu dla większości rodzajów rozciętych sprężyn talerzowych.

Przedstawione modele sprawdzają się w pełni dla niepodciętych listków, dla których zmienia się teoretyczna wysokość talerza. W dalszych badaniach zamierza się rozszerzyć model uwzględniając zmianę geometrii przekroju sprężyny.

LITERATURA

1. Branowski B. (1997), *Sprężyny metalowe*, PWN, Warszawa.
2. Branowski B. (red.) (1998), *Wprowadzenie do projektowania*, PWN, Warszawa.
3. Bródka J., Kozłowski A. (1996), *Sztwność i nośność węzłów podatnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.

4. Chironis N. P.(1961), *Spring Design and Application*, New York.
5. Curti G., Orlando M.(1981), *Geschlitzte Tellerfedern. Spannungen und Verformungen*, Meisenbach Verlag, Draht 32.
6. Głowala S., Branowski B.(2007), Błędy modelowania i obliczeń numerycznych rozciętych sprężyn talerzowych, *XXIII Sympozjon PKM, Przemysł*.
7. Głowala S., Branowski B.(2008), Hierarchical parametrical optimization of slotted conical disc spring, *Materiały III Międzynarodni Conference o Pruzinach, Praha, Suchdol, Ceska Republika*.
8. Groß S.(1951), *Berechnung und Gestaltung von Metallfedern*, Springer-Verlag, Berlin/Gottingen/Heidelberg.
9. Huber M. T.(1958), *Stereomechanika techniczna (Wytrzymałość Materiałów)*, PWN, Warszawa.
10. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.(2002), *Układy napędowe pojazdów samochodowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
11. Jungnickel U.(2004), *Miniaturisierte Positioniersysteme mit mehreren Freiheitsgraden auf der Basis monolithischer Strukturen*, <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/496/>, Darmstadt
12. Meissner M., Schorcht H. J.(1997), *Metallfedern*, Springer-Verlag, Berlin.
13. Meissner M., Wanke K.(1988), *Handbuch Feder*, VEB Verlag, Berlin.
14. Mrugalski Z. (red.) (1996), *Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych*, WNT, Warszawa.
15. Niepage P.(1969), *Berechnung von Federn aus Stahl*, Vortrag, Wuppertal.
16. Niepage P., Schiffner K., Grab B.(1987), *Theoretische und experimentelle untersuchungen an geschlitzte Tellerfedern*, VDI nr 154, Dusseldorf.
17. Tryliński W.(1964), *Drobne mechanizmy i przyrządy precyzyjne. Podstawy konstrukcji*, WNT, Warszawa.
18. Witzig K.(1918), *Zur Berechnung von Tragfedern fur Eisenbahnfahrzeuge*, Schweizerische Bauzeitung, Zurich.
19. Żukowski S.(1958), *Resory*, PWT, Warszawa.
20. *The Physics of Diaphragm Springs*, Hausserman Gmb, <http://www.haussermann.com/en/index.php>, 2008.

RESEARCH ON SLOTTED CONICAL DISC SPRINGS MODELLING

Abstract: The following work analyses analytical models of conical disc springs with reference to own research. New approach to calculation of characteristics of conical disc springs with a large undercut has been presented. Model includes a half-joint occurring where the conical disc spring joins and trapezoidal springs. Simplified models of calculations of trapezoidal springs characteristics have been also suggested.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy nr N N502 367035