

WPLYW KSZTAŁTU POWIERZCHNI ROBOCZYCH ŁOŻYSK KULKOWYCH ZWYKŁYCH NA TRWAŁOŚĆ ŁOŻYSKOWANIA WAŁU TRZYPODPOROWEGO

JAROSŁAW KACZOR*, ANDRZEJ RACZYŃSKI*

* Katedra Techniki Ogrzewczej i Wentylacyjnej, Politechnika Łódzka, al. Politechniki 6, 90-924 Łódź

jarka@p.lodz.pl, Andrzej.Raczynski@p.lodz.pl

Streszczenie: Trwałość łożysk kulkowych zwykłych zależy od czynników (tzw. cech) konstrukcyjnych, technologicznych i eksploatacyjnych. Wśród cech konstrukcyjnych jedną z najistotniejszych jest współczynnik przylegania, definiowany jako stosunek poprzecznego promienia bieżni pierścienia łożyska do promienia kulki łożyska. Współczynnik ten decyduje o kształcie powierzchni roboczych bieżni i dlatego można go traktować jako współczynnik kształtu bieżni. Wpływ tego współczynnika na trwałość pojedynczego łożyska obciążonego siłą promieniową jest znany. Celem tej pracy jest zbadanie tego wpływu w przypadku łożyskowania trzypodporowego, w którym występują wzajemne oddziaływania między łożyskami.

1. WSTĘP

Jedną z cech konstrukcyjnych łożyska kulkowego jest współczynnik przylegania, zdefiniowany jako stosunek promienia bieżni pierścienia łożyska r_b do promienia kulki r_k . W łożyskach powszechnego użytku producenci stosują ustalone wartości współczynnika przylegania. Jednakże współcześnie obserwuje się rozwój produkcji łożysk specjalnych, przeznaczonych do konkretnych zastosowań. Ta tendencja ma swoje uzasadnienie w dążeniu do osiągnięcia coraz lepszych, coraz bardziej dopasowanych do warunków pracy i coraz tańszych wytworów. W tej grupie łożysk współczynnik przylegania odgrywa znaczącą rolę parametru dostosowania łożyska. W dziedzinie łożysk miniaturowych wytwórcy wręcz oferują wykonanie łożyska z żądanym przez odbiorcę współczynnikiem przylegania.

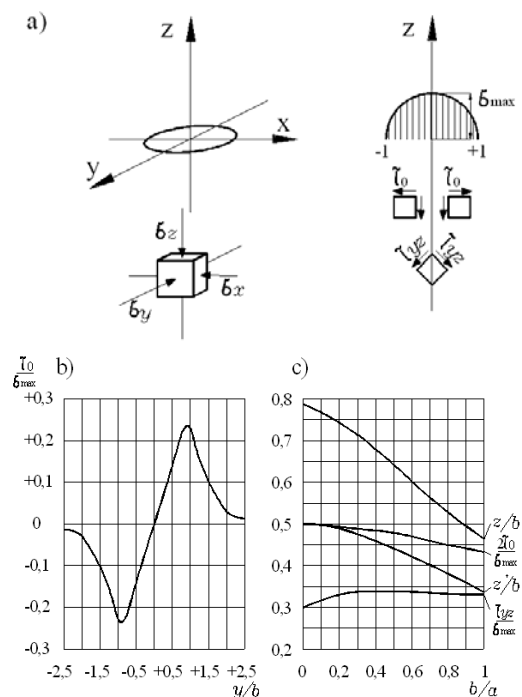
Dotychczasowe obliczenia trwałości łożysk oparte są na modelu Lundberga i Palmgren (1947). Odpowiednie wzory zostały wyprowadzone przy założeniu symetrycznego obciążenia łożyska i tzw. „normalnego” luzu w łożysku. Korzystanie z tego modelu nie daje możliwości uwzględnienia aktualnego luzu, który znacząco wpływa na rozkład obciążenia na elementy toczne.

Na ten rozkład ma również wpływ współczynnik przylegania, ponieważ przy poosiowym przesunięciach w łożysku zwiększenie współczynnika przylegania (zwiększenie promienia bieżni), ma podobny wpływ, jak zwiększenie luzu.

Ilościowe określenie wpływu współczynnika przylegania na trwałość łożysk nie jest łatwe. W rozwiązanie uwikłane są maksymalne ortogonalne naprężenia tnące τ_0 , których obliczenie jest utrudnione ze względu na brak możliwości bezpośredniego określenia niektórych składowych, mających wpływ na naprężenia τ_0 (np. głębokość zalegania, maksimum tych naprężeń).

2. NAPRĘŻENIA PODPOWIERZCHNIOWE

Przy statycznym kontakcie pod powierzchnią styku elementu tocznego z bieżnią występują naprężenia, których wartości określone pod maksymalnym naprężeniem normalnym, w kierunku głównych osi elipsy styku i normalnej do powierzchni, są naprężeniami głównymi: σ_x , σ_y , σ_z (rysunek 1a).



Rys. 1. Naprężenia podpowierzchniowe (Krzemiński-Freda, 1989)

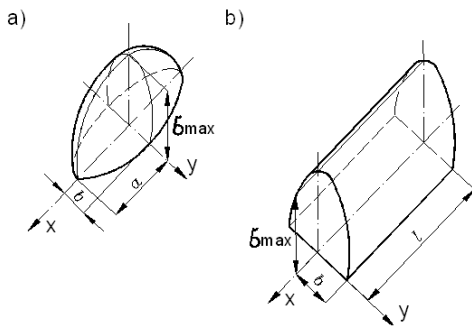
Największą wartość osiągają naprężenia tnące τ_{yz} , leżące na pewnej głębokości wzdłuż osi z, określone wzorem (Krzemiński-Freda, 1989):

$$\tau_{yz} = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_y) \quad (1)$$

Na rysunku 1c przedstawiono stosunek maksymalnych naprężeń tnących do maksymalnych naprężeń normalnych τ_{yz}/σ_{max} oraz względną głębokość ich zalegania z/b w zależności od stosunku półosi elipsy styku b/a (rysunek 2).

Dla kołowego pola kontaktu głębokość położenia punktu maksimum naprężeń tnących wynosi 0,467 b , a dla liniowego 0,786 b .

W czasie przetaczania się elementu tocznego po bieźni w płaszczyznach równoległych do powierzchni występują ortogonalne naprężenia tnące, których zwroty w przedniej i tylnej części styku są przeciwne.



Rys. 2. Model rozkładu naprężeń kontaktowych: a) punktowy, b) liniowy (Krzemiński-Freda, 1989)

Maksymalne ortogonalne naprężenia tnące τ_0 mają przebieg zmienności taki, jak przedstawiono dla styku liniowego na rysunku 1b. W rezultacie po przejściu ruchomego punktu styku przez rozpatrywany punkt bieźni, znaki naprężeń w materiale ulegają zmianie.

Amplituda zmian tych naprężeń wynosi $2\tau_0$, a ich względną wartość w stosunku do maksymalnych naprężeń normalnych σ_{max} oraz głębokość zalegania z'/b można określić na podstawie stosunku b/a oraz pomocniczego parametru t według zależności (Furmanek i Kraszewski, 1989; Krzemiński-Freda, 1989):

– amplituda względnej wartości naprężeń ortogonalnych:

$$\frac{\tau_0}{\sigma_{max}} = \frac{(2t-1)^{1/2}}{2t(t+1)} \quad (2)$$

– głębokość zalegania:

$$\frac{z'}{b} = \frac{1}{(t+1)(2t-1)^{1/2}} \quad (3)$$

Pomocniczy parametr t (zależny od stosunku b/a) wyznacza się z zależności:

$$\left[(t^2 - 1)(2t - 1) \right]^{1/2} = \frac{b}{a} \quad (4)$$

Względną wartość naprężeń $2\tau_0/\sigma_{max}$ oraz względną głębokość zalegania z'/b w zależności od stosunku b/a przedstawiono również na rysunku 1c.

Naprężenia te uważa się za główną przyczynę pęknięć zmęczeniowych występujących pod powierzchnią poddaną cyklicznemu przetaczaniu.

Wartości tych naprężeń są uzależnione m.in. od wielkości pola styku pomiędzy elementem tocznym a bieźnią oraz od maksymalnych naprężeń normalnych σ_{max} , na wielkość których ma wpływ współczynnik przylegania k .

Założono więc, że maksymalne ortogonalne naprężenia tnące τ_0 zmieniają się tak samo jak maksymalne naprężenia normalne σ_{max} . Natomiast trwałość łożysk zmienia się w zależności od ortogonalnych naprężeń normalnych zgodnie z zapisem (Harris, 1999):

$$L_{10} \sim \frac{1}{\tau_0^{c/e}} = \frac{1}{\tau_0^{9,3}} \quad (5)$$

Pozwala to orientacyjnie, ale z dobrym przybliżeniem określić zmianę trwałości w zależności od współczynnika przylegania. Poniżej jest przedstawiona metodyka wyznaczenia trwałości łożysk w układzie trzypodporowym z uwzględnieniem tego współczynnika.

3. MODEL OBLICZENIOWY

Wał maszynowy, wykonany ze stali, jest podparty na trzech łożyskach tocznych. Wał może mieć zmienny przekrój, tzn. może składać się z szeregu odcinków o kształcie cylindrycznym. Wał jest sprężysty, a związek obciążenia i ugięcia wynika z powszechnie znanego równania linii ugięcia wału.

Łożyska wału, to łożyska kulkowe zwykle (jednorzędowe). Łożyska są traktowane jako podpory sprężyste, a związek obciążenia łożyska z jego odkształceniem jest opisany w dalszej części artykułu. Osiove obciążenie wału jest przyjmowane przez lewe łożysko („A”) w przyjętym schemacie (rys. 3). Tym samym jest to łożysko ustalające.

Najważniejsze założenia upraszczające:

- problem jest rozpatrywany statycznie (pominięte są siły i zmiany sił powodowane ruchem obrotowym wału i wewnętrznych części łożysk),
- obciążenie wału występuje w jednej płaszczyźnie osiowej, a jest reprezentowane przez siły składowe w kierunku promieniowym x i osiowym y ,
- odkształcenia sprężyste łożysk rozważa się tylko w miejscach styku części tocznych z pierścieniami (powierzchnie montażowe pierścieni zachowują kształt cylindryczny),
- osadzenie łożysk uważa się geometrycznie bezbłędne, czyli osie zewnętrznych pierścieni łożysk leżą na jednej prostej.

4. UJĘCIE MATEMATYCZNE

Układ złożony z wału i trzech łożysk jest układem statycznie niewyznaczalnym; na wielkość reakcji podpór mają wpływ przesunięcia promieniowe i odchylenia katowe pierścieni łożysk. Dotyczy to zarówno sił, jak i momentów reakcyjnych. Z drugiej strony te przemieszczenia wynikają z linii ugięcia wału, ta zaś jest zależna od momentów reakcyjnych w łożyskach.

Ze względu na wzajemne uzależnienie rozpatrywanych wielkości (odkształceń i obciążeń w wale i w łożyskach) oraz brak możliwości obliczenia wprost składowych przemieszczeń w łożysku w zależności od obciążenia, przyjęto postępowanie iteracyjne:

- w pierwszym etapie są obliczone orientacyjne reakcje podpór i orientacyjne parametry linii ugięcia wału bez uwzględnienia podatności i reakcyjnych momentów łożysk,
- w drugim etapie są określone przemieszczenia sprężyste w łożyskach i momenty reakcyjne łożysk przy ich obciążeniach orientacyjnych i orientacyjnych parametrach linii ugięcia wału,
- w trzecim etapie są określone rzeczywiste reakcje na podporach i rzeczywiste parametry linii ugięcia wału z uwzględnieniem przemieszczeń sprężystych w łożyskach i momentów reakcyjnych łożysk.

Dokładniejszy opis rozwiązania tego problemu został przedstawiony w Kaczor i Raczyński (2007).

Naprężenia normalne w kontakcie kulki z bieżniami określa wzór (6), wg. Krzeziński-Freda (1989):

$$\sigma_{\max} = \frac{858}{a^* b^*} \left[Q_{\max} (\Sigma \rho)^2 \right]^{1/3} \quad (6)$$

gdzie: a^* , b^* - współczynniki półosi elipsy kontaktu, Q_{\max} - obciążenie najbardziej obciążonej kulki, $\Sigma \rho$ - suma krzywizn stukających się ciał.

Współczynniki półosi elipsy kontaktu, podobnie jak suma krzywizn stukających się ciał (kulki i pierścienia), zależą od promieni kulki i profilu bieżni w dwóch płaszczyznach, co jest opisane m.in. w Krzeziński-Freda (1989).

Wartość sumy krzywizn opisują wzory:

a) dla bieżni wewnętrznej pierścienia:

$$\Sigma \rho_i = \frac{1}{D_i} \left(4 - \frac{2}{k_i} + \frac{2\kappa}{1-\kappa} \right) \quad (7)$$

b) dla bieżni zewnętrznej pierścienia:

$$\Sigma \rho_o = \frac{1}{D_i} \left(4 - \frac{2}{k_o} - \frac{2\kappa}{1+\kappa} \right) \quad (8)$$

gdzie: D_i - średnica części tocznej (kulki), k_i - współczynnik przylegania dla styku kulki z bieżnią pierścienia wewnętrznego, k_o - współczynnik przylegania dla styku kulki z bieżnią pierścienia zewnętrznego,

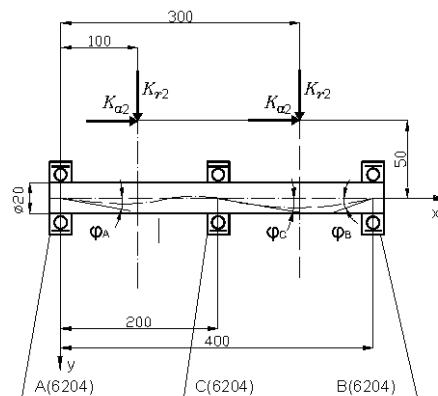
Parametry elipsy a^* i b^* można odczytać z wykresów podanych w Krzeziński-Freda (1989), a $\kappa = D_i/d_m$, gdzie: d_m - średnica podziałowa łożyska.

W ten sposób zmienne współczynniki przylegania (k_i i k_o) są uwzględnione w obliczeniu naprężeń.

Na podstawie przedstawionej metody postępowania został zbudowany program komputerowy do obliczenia odkształceń stykowych, obciążeń styku i naprężeń stykowych w poszczególnych położeniach kulki z uwzględnieniem jej rzeczywistego kąta działania oraz trwałości zmęczeniowej łożyska z uwzględnieniem faktycznego widma obciążenia kulek łożysk wału trzypodporowego.

Dla przykładu poniżej przedstawiono obliczenia wpływu współczynnika przylegania na naprężenia kontaktowe

dla prostego łożyskowania zilustrowanego na rysunku 3.



Rys. 3. Łożyskowanie przyjęte do testowego obliczenia

Do obliczeń przyjęto łożyska z luzem promieniowym normalnym (przyjęto wartość tego luzu równą $14 \mu\text{m}$).

Na rysunku 4 przedstawiono wpływ współczynnika przylegania na maksymalne naprężenie normalne σ_{\max} , a na rysunek 5 wpływ tego współczynnika na trwałość łożyskowania. Można zauważyć wyraźne uzależnienie naprężeń σ_{\max} od współczynnika przylegania. Jest to spowodowane zmianami wielkości styku bieżni i kulek.

Oprócz tego zwiększenie współczynnika przylegania powoduje zwiększenie momentu reakcyjnego występującego w każdym łożysku.

W konsekwencji pojawiają się dodatkowe obciążenia kulek i tym bardziej wzrastają naprężenia kontaktowe.

Do obliczeń przyjęto łożyska z luzem promieniowym normalnym (przyjęto wartość tego luzu równego $14 \mu\text{m}$).

Na rysunku 4 przedstawiono wpływ współczynnika przylegania na maksymalne naprężenie normalne σ_{\max} , a na rysunku 5 wpływ tego współczynnika na trwałość łożyskowania.

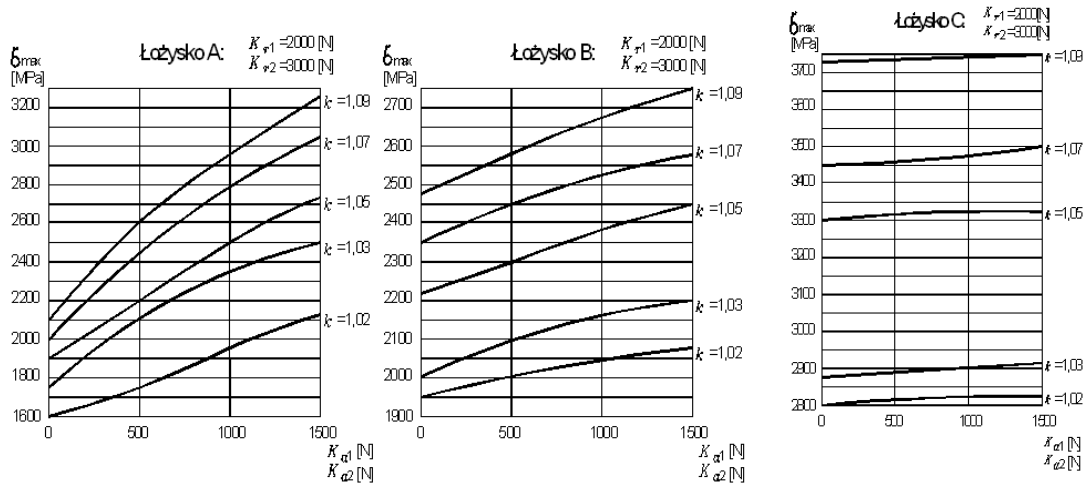
Zauważyć można wyraźne uzależnienie naprężeń σ_{\max} od współczynnika przylegania. Jest to spowodowane zmianami wielkości styku bieżni i kulek.

Oprócz tego zwiększenie współczynnika przylegania powoduje zwiększenie momentu reakcyjnego występującego w każdym łożysku. W konsekwencji pojawiają się dodatkowe obciążenia kulek i tym bardziej wzrastają naprężenia kontaktowe.

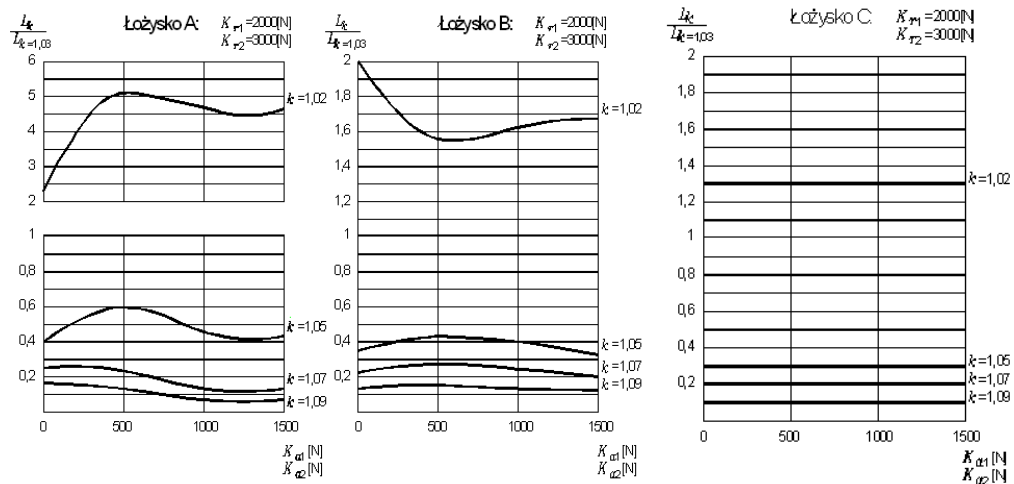
Na podstawie otrzymanych zmian w maksymalnych naprężeniach normalnych można określić orientacyjne zmiany trwałości łożysk stosunku do trwałości łożysk z współczynnikiem przylegania $k=1,03$ (stosowany przez krajowego producenta łożysk) przy obciążeniu $K_{r1}=2000 \text{ N}$ i $K_{r2}=3000 \text{ N}$ oraz $K_{a1}=500 \text{ N}$ i $K_{a2}=500 \text{ N}$.

Trwałości łożysk dla $k=1,03$ wynoszą odpowiednio:

- dla łożyska A: trwałość katalogowa $L_{10}=2,71 \cdot 10^2$ mln.obr., na podstawie obliczeń własnych $L_{10}=5,27 \cdot 10^2$ mln.obr.;
- dla łożyska B: trwałość katalogowa $L_{10}=6,46 \cdot 10^2$ mln.obr., na podstawie obliczeń własnych $L_{10}=7,79 \cdot 10^2$ mln.obr.;
- dla łożyska C: trwałość katalogowa $L_{10}=24,6$ mln.obr., na podstawie obliczeń własnych $L_{10}=26,9$ mln.obr.



Rys. 4. Wartości maksymalnych naprężeń kontaktowych w łożyskach



Rys. 5. Wpływ współczynnika przylegania na trwałość łożyskowania

Odpowiadające tym trwałościom maksymalne naprężenia wynoszą odpowiednio (dla $k=1,03$):

- dla łożyska A: $\sigma_{\max} \approx 2100$ MPa,
- dla łożyska B: $\sigma_{\max} \approx 2100$ MPa,
- dla łożyska C: $\sigma_{\max} \approx 2900$ MPa.

Jak dowodzą obliczenia, poprzez zmniejszenie współczynnika przylegania można osiągnąć wzrost trwałości łożysk także w przypadku łożyskowania trzypodporowego, ale warto zauważyć, że wpływ ten jest zależny od wartości siły osiowej obciążającej wał.

W łożysku przenoszącym siłę osiową, szczególnie duży wzrost trwałości można uzyskać tą metodą przy umiarkowanych siłach osiowych ($0,2 \div 0,3$ siły promieniowej).

LITERATURA

1. **Furmanek S., Kraszewski Z.** (1989), *Niezawodność łożysk tocznych*, Wydawnictwo Przemysłowe WEMA, Warszawa.
2. **Harris T.A.** (1999), Lundberg-Palmgren Fatigue Theory: Considerations of Failure Stress and Stressed Volume, *Journal of Tribology*, 121.
3. **Kaczor J., Raczyński A.** (2007), Łożyskowanie wałów z uwzględnieniem sprężystości podpór, *Przegląd Mechaniczny*, 2.

4. **Krzemiński-Freda H.** (1989), *Łożyska toczne*, PWN, Warszawa.
5. **Lundberg G., Palmgren A.** (1947), Dynamic Capacity of Rolling Bearings, *Acta Politechnica, Mechanical Engineering Series*, 1 No. 3,7.

THE EFFECT OF WORK SURFACE SHAPE OF THE ROLLING BEARINGS ON DURABILITY OF THREE-SUPPORT SHAFT

Abstract: The ball bearing durability depends on some constructional, technological and exploitation features. Among the constructional features, the one of the most essential is the osculation factor. It is defined as a relation between transverse radius of race and ball radius. Osculation factor determines the race shape, so one can see this factor as a coefficient of working surface shape. The effect of osculation on the durability of single ball bearing, loading by radial force, is well-known. The aim of this work is the determining of this effect in the case of three-support bearing arrangement, in which the interaction between three bearings occurs.