

ZASTOSOWANIE DWUWYMIAROWEGO ROZKŁADU PRAWDOPODOBIENSTWA INICJACJI PĘKNIĘĆ W OBLICZENIACH TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Aleksander KAROLCZUK*, Jacek SŁOWIK**

* Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole
** Instytut Lotnictwa, Aleja Krakowska 110/114, 02-256 Warszawa

a.karolczuk@po.opole.pl, jrslowik@op.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę obliczania trwałości zmęczeniowej elementów o niejednorodnych rozkładach naprężeń zmiennych bazującą na dwuwymiarowym rozkładzie prawdopodobieństwa zniszczenia elementu. Zaproponowany dwuwymiarowy rozkład inicjacji pęknięcia zmęczeniowego wykorzystuje standardowe charakterystyki zmęczeniowe i pozwala na obliczenia trwałości zmęczeniowej dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa. Metoda została przeanalizowana przy wykorzystaniu badań zmęczeniowych próbek wykonanych z trzech stali konstrukcyjnych o różnej geometrii.

1. WPROWADZENIE

Złożone kształty elementów maszyn i konstrukcji oraz często sposób obciążenia, generuje powstawanie obszarów w materiale o niejednorodnym stopniu uszkodzenia zmęczeniowego. Badania doświadczalne wykazują, że trwałości takich elementów wyznaczone na podstawie maksymalnych naprężeń lokalnych są zawyżone w stosunku do trwałości eksperymentalnych (Papadopoulos i Panaskaltsis, 1996; Morel i Palin-Luc, 2002).

Z przeglądu literatury specjalistycznej można wyróżnić dwie grupy metod, które uwzględniają wpływ gradientu naprężeń na trwałość zmęczeniową. Pierwsza, bardziej rozpowszechniona grupa to metody deterministyczne, w których trwałość zmęczeniową wyznacza się ściśle bez uwzględnienia probabilistycznego charakteru zmęczenia materiału. Dominują tutaj metody polegające na zredukowaniu pola naprężeń do naprężeń lokalnych poprzez proces uśredniania (Morel i Palin-Luc, 2002). Druga grupa to metody probabilistyczne bazujące na koncepcji najsłabszego ogniwa, w której zakłada się, że wielkość obszaru narażonego na zmienne naprężenia o różnych poziomach wpływa na prawdopodobieństwo wystąpienia pęknięcia.

W pracy zaprezentowano probabilistyczną metodę szacowania trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych bazującą na koncepcji najsłabszego ogniwa (the weakest link concept, (Weibull, 1939, 1949; Bomas i inni, 1999; Delahay i Palin-Luc, 2006). W przeciwieństwie do klasycznego w tej koncepcji podejścia polegającego na wyznaczeniu rozkładu prawdopodobieństwa wytrzymałości zmęczeniowej $P_z - \sigma_a$, przy danej trwałości zmęczeniowej N (liczby cykli do zniszczenia), przedstawiona w pracy metoda uwzględnia wzrost prawdopodobieństwa wystąpienia pęknięcia ze wzrostem zrealizowanej liczby cykli obciążenia. W obliczeniach przyjęto rozkłady typu Weibulla, których parametry uzależniono od lokalnych wartości naprężeń/odkształceń ekwiwalentnych i standardowych charakterystyk zmęczeniowych.

2. OPIS METODY

Koncepcja najsłabszego ogniwa, która leży u podstaw proponowanej metody oraz teorii Weibulla została sformułowana już w latach dwudziestych XX wieku. Podstawowe założenia koncepcji najsłabszego ogniwa to: (i) dany element konstrukcyjny zawiera statystycznie rozmieszczone różnego rodzaju mikro defekty; (ii) inicjacja pęknięcia nastąpi w pewnym elementarnym obszarze (ogniwie) elementu, który zawiera „najbardziej niebezpieczny defekt”; (iii) wystąpienia inicjacji pęknięć zmęczeniowych w poszczególnych ogniwach elementu są od siebie niezależne.

Dla kolejnych elementów o tej samej geometrii i obciążeniu „najbardziej niebezpieczny defekt” charakteryzuje się innymi cechami, co prowadzi do inicjacji pęknięcia przy innej liczbie cykli N . W przypadku niejednorodnego pola naprężeń dany element jest dzielony na podobszary. Prawdopodobieństwo, że w całym elemencie nie pojawi się pęknięcie w przedziale $[0, N]$ oznacza, że inicjacja pęknięcia nie nastąpi w żadnym elementarnym podobszarze. Oznaczając przez $P_{tr}^{(i)}$ prawdopodobieństwo, że podobszar (i) nie zainicjuje pęknięcia w pewnym przedziale liczby cykli $[0, N]$ to prawdopodobieństwo P_{tr} dla całego elementu jest iloczynem prawdopodobieństw $P_{tr}^{(i)}$:

$$P_{tr} = \prod_{i=1}^{i=k} P_{tr}^{(i)}, \quad (1)$$

gdzie k jest liczbą wszystkich podobszarów (ogniw).

Przyjęcie wykładniczej postaci rozkładu $P_{tr}^{(i)} = e^{-f(\sigma^{(i)})}$ prowadzi do zastąpienia iloczynu Π we wzorze (1) operacją sumowania (całkowania) wykładnika liczby e :

$$P_{tr} = P_{tr}^{(i)} \cdot P_{tr}^{(i+1)} \dots = e^{-f(\sigma^{(i)})} \cdot e^{-f(\sigma^{(i+1)})} \dots = e^{-f(\sigma^{(i)}) - f(\sigma^{(i+1)}) \dots}$$

Taką postać rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej zaproponował Weibull w 1939 roku, uzależniając rozkład $P_{tr}^{(i)}$ od poziomu naprężenia $\sigma^{(i)}$. Klasyczna

(Weibullowska) postać rozkładu prawdopodobieństwa $P_z = 1 - P_{tr}$ zniszczenia elementu jest następująca:

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\sigma_0}^{\sigma} g(\sigma) d\omega}, \quad g(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^m, \quad g(\sigma) = \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_u} \right)^m, \quad (2a, 2b, 2c)$$

gdzie Ω_0 jest objętością lub powierzchnią referencyjną elementu charakteryzującego się rozkładem (2). Natomiast $g(\sigma)$ jest funkcją tzw. „ryzyka zniszczenia”, której postać zależy od własności materiału. Weibull zaproponował dwu (2b) i trzy (2c) parametrową postać funkcji $g(\sigma)$, gdzie σ_0 , σ_u , m są odpowiednio naprężeniowymi parametrami: przesunięcia, skali i kształtu rozkładu (2a). Z uwagi na różne własności materiału na jego powierzchni oraz w objętości, Weibull rozważał wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia osobno w objętości V materiału ($\omega = V$) jak i na powierzchni swobodnej A elementu ($\omega = A$). W przypadku procesów zmęczeniowych rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia elementu jest dwuwymiarową funkcją amplitudy naprężenia σ_a i liczby cykli N do zniszczenia elementu $P_z = f(\sigma_a, N)$. Postać takiej funkcji nie została

jednak zaproponowana przez Weibulla. Inni badacze (Bomas i inni, 1999; Delahay i Palin-Luc, 2006) rozwijali tę koncepcję, ale ich badania skoncentrowały się na wyznaczeniu funkcji typu $P_z = f(\sigma_a, N = \text{poziom granicy zmęczenia})$, czyli na zagadnieniu czy element ulegnie zniszczeniu lub nie, bez względu na liczbę cykli.

W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję obliczania trwałości zmęczeniowej elementów na podstawie dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa $P_z = f(D, N)$, gdzie D jest uogólnioną zmienną zależną od poziomu naprężenia/odkształcenia. Ogólna postać takiego rozkładu jest analogiczna do klasycznego rozkładu Weibulla (2a), czyli:

$$P_z = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\sigma_0}^{\sigma} h(N, D) d\omega}, \quad (3)$$

gdzie funkcja „ryzyka zniszczenia” h zależy od dwóch zmiennych: D i N .

Przeprowadzając testy zmęczeniowe na danym poziomie amplitudy naprężenia σ_a ($D = \sigma_a$) otrzymane trwałości zmęczeniowe N wykazują pewne rozproszenie. Część badaczy (Schijve, 1993) skłania się do poglądu, że rozkład Weibulla dobrze opisuje rozrzut trwałości zmęczeniowej w skali logarytmicznej, co wyraża się zależnością:

$$P_z = 1 - e^{-\left(\frac{\log(N)}{\mu} \right)^m}, \quad (4)$$

gdzie μ jest współczynnikiem skali, m jest współczynnikiem kształtu. Kształt rozkład trwałości zmęczeniowej N jest wyrażony wartościami parametrów μ i m , które zależą od poziomu amplitudy naprężenia σ_a . Prawidłowo uzależniony współczynnik skali μ od poziomu naprężenia σ_a powinien umożliwić porównanie rozrzutów trwałości zmęczeniowej uzyskanych dla różnych poziomów σ_a . W związku z tym współczynnik skali μ przyjmuje formę $\mu = \log(N_f)$, gdzie N_f jest charakterystyczną (referencyjną) dla danego poziomu σ_a trwałością zmęczeniową. Przy założeniu,

że współczynnik skali μ jest cechą materiałową, trwałość N_f można wyznaczyć ze standardowej charakterystyki zmęczeniowej typu $\sigma_a - N_f$. Dla stałego współczynnika skali $\log(N_f)$ współczynnik m odpowiada za kształt rozkładu, czyli

za szerokość pasma rozrzutu trwałości N . A zatem, współczynnik m jest cechą jakościową wykonania danego elementu, ale nie tylko. Przy dużych obciążeniach, czyli małej trwałości N_f rozrzuty są mniejsze niż przy obciążeniach mniejszych. Przy obciążeniu równym statycznej granicy wytrzymałości trwałość N_f w sensie zmęczeniowym nie wykazuje praktycznie żadnego rozrzutu ($N_f \rightarrow 1$ cykl obciążenia). Z drugiej strony przy obciążeniach na poziomie granicy zmęczenia jedne próbki ulegają zniszczeniu a inne mają trwałość nieograniczoną, co prowadzi do znacznych rozrzutów trwałości. Symulacje przeprowadzone dla równania (4) wykazują, że przy stałej funkcji skalującej $\log(N_f)$ rozrzuty maleją dla wzrastającej wartości funkcji m . Prostą funkcją spełniającą takie wymagania jest funkcja w postaci:

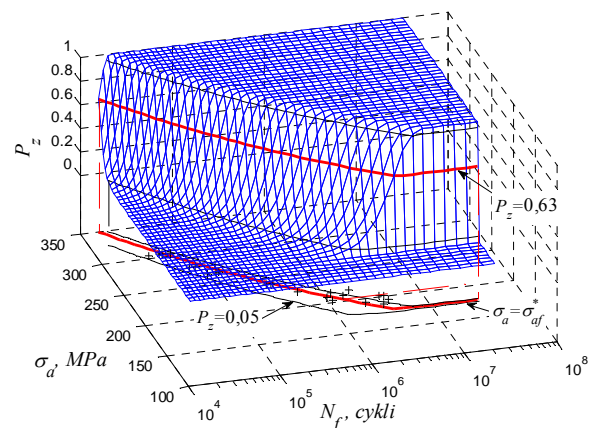
$$m(\sigma) = m(N_f) = \frac{p}{\log(N_f)}, \quad (5)$$

gdzie p jest wyodrębnioną cechą jakościową wykonania danego elementu. Ostatecznie rozkład prawdopodobieństwa (4) zniszczenia elementu przyjmuje postać

$$P_z(N) = 1 - e^{-\frac{1}{\Omega_0} \int_{\sigma_0}^{\sigma} \left(\frac{\log(N)}{\log(N_f)} \right)^{\frac{p}{\log(N_f)}} d\omega}, \quad (6)$$

W przypadku równomiernego rozkładu naprężeń o powierzchni swobodnej (referencyjnej) równej A_0 , wzór (6) redukuje się do następującej formy

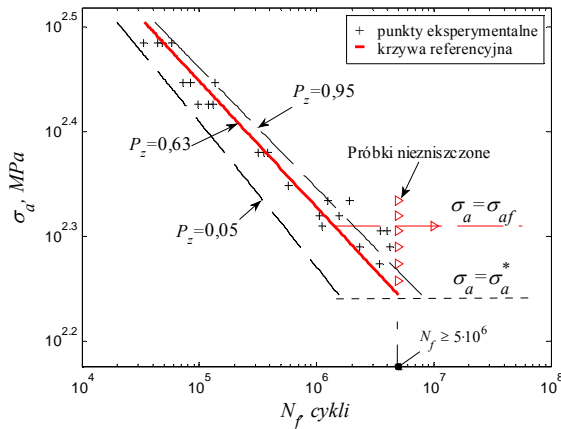
$$P_z(N) = 1 - e^{-\left(\frac{\log(N)}{\log(N_f)} \right)^{\frac{p}{\log(N_f)}}}. \quad (7)$$



Rys. 1. Symulowany dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa pęknięcia elementu wykonanego ze stali 18G2A dla $p=580$

Na rysunku 1 przedstawiono przykładowy dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia otrzymany na podstawie zależności (7) przy wykorzystaniu charakterystyki zmęczeniowej $\sigma_a - N_f$ stali 18G2A (Tab. 1) oraz przyjęciu wartości parametru $p = 580$. Natomiast rysunek 2

przedstawia punkty eksperymentalne charakterystyki σ_a-N_f wraz z otrzymanym dla $p = 580$ rozrzutem trwałości przy $P_z = \{0,05 \text{ i } 0,095\}$. Testy eksperymentalne dla wyznaczenia charakterystyki σ_a-N_f przerywano w przypadku osiągnięcia $5 \cdot 10^6$ cykli, co odpowiada $\sigma = \sigma^* = 175,4$ MPa. Takie samo założenie należy przyjąć przy wyznaczaniu rozkładu prawdopodobieństwa P_z , czyli $P_z(\sigma < \sigma^*) = 0$.



Rys. 2. Charakterystyka zmęczeniowa σ_a-N_f z punktami eksperymentalnymi wraz z rozrzutem trwałości zmęczeniowej wyznaczonym dla $p=580$.

Przecinając dwuwymiarowy rozkład $P_z(\sigma_a, N_f)$ płaszczyzną poziomą otrzymujemy charakterystykę zmęczeniową σ_a-N_f dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa (Rys. 1). W przypadku funkcji rozkładu według równania (7) krzywa referencyjna σ_a-N_f (Tab. 1) odpowiada prawdopodobieństwu $P_z = 0,63$ (dla $N=N_f$). W przypadku przyjęcia rozkładu logarymiczno normalnego krzywa referencyjna odpowiadałaby prawdopodobieństwu $P_z=0,50$. Krzywa referencyjna dla stali 18G2A została wyznaczona w układzie podwójnie logarytmicznym metodą regresji liniowej na podstawie wyników badań zmęczeniowych dla $\sigma_a > \sigma_{af}$. Jeżeli trwałości eksperymentalne układałyby się według rozkładu logarymiczno normalnego to liczba punktów po lewej stronie krzywej referencyjnej byłaby równa liczbie punktów po jej prawej stronie $P_z=0,50$. Całkowita liczba punktów użytych do wyznaczania parametrów krzywej σ_a-N_f ($\sigma_a > \sigma_{af}$, rys. 2) jest równa $n_f=19$, a liczba punktów po lewej stronie krzywej referencyjnej $n_l=12$, co daje iloraz równy $n_l/n_f=0,632$. Wynik ten sugeruje poprawność założenia o rozkładanie trwałości typu (7), gdzie $P_f=0,63$.

Opisana metoda jest zaproponowana z myślą o jej zastosowaniu w dowolnym zakresie liczby cykli do inicjacji pęknięcia. Taka koncepcja wymaga przedyskutowania podstawowego założenia metod probabilistycznych o niezależności inicjacji pęknięć w poszczególnych podobszarach (ogniwach) elementu konstrukcyjnego. Niezależności pęknięć poszczególnych elementarnych podobszarów oznacza, że inicjacja pęknięcia w jednym (pierwszym) podobszarze definiuje zniszczenie całego elementu. W praktyce problem dotyczy de facto definicji inicjacji pęknięcia. Popularną definicją inicjacji pęknięcia jest przyjęcie pewnej krytycznej długości makroskopowego pęknięcia, któremu odpowiada trwałość o dominującym okresie bez zauważalnego pęknięcia. Postuluje się, że koncepcja najslabszego ogniwa może być stosowana w zakresie dowolnej

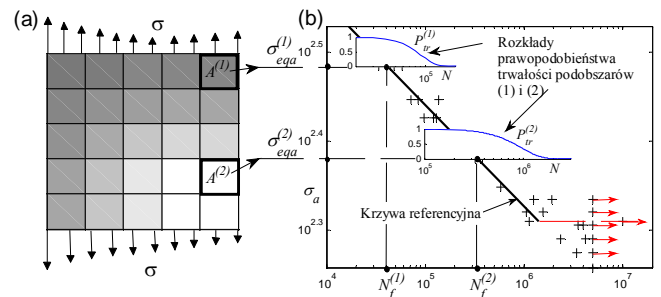
liczby cykli, jeżeli długość pęknięcia definiująca zniszczenie elementu będzie osiągnięta w okresie zdominowanym przez mechanizm inicjacji, w którym nie ma wyraźnej interakcji pomiędzy mikropęknięciami. Odształcenia plastyczne spowalniają prędkość rozwoju szczeliny zmęczeniowej

i w takim przypadku zbyt długie pęknięcia byłyby osiągnięte w okresie propagacji szczeliny. Propagująca szczelina nachodzi na kolejne ogniwa, niszcząc ich potencjał na zainicjowanie pęknięcia i niwelując w ten sposób hipotezę o niezależności pęknięć. Podsumowując, koncepcja najslabszego ogniwa może być stosowana w dowolnym zakresie liczby cykli, jeśli długość pęknięcia, definiująca zniszczenie elementu, jest osiągnięta w dominującym mechanizmie inicjacji pęknięcia, czyli dla materiałów o makroskopowych cyklicznych odształceniach plastycznych, pęknięcia (definiujące okres inicjacji) powinny być stosunkowo krótkie.

3. ZASTOSOWANIE DWUWYMIAROWEGO ROZKŁADU PRAWDOPODOBIEŃSTWA P_z W OBLICZENIACH TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Przyjmując, że za zniszczenie elementu odpowiadają pęknięcia mające miejsce na powierzchni swobodnej elementu ($\omega=A, \Omega_0=A_0$) oraz znając parametry dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa (6), procedura wyznaczania trwałości zmęczeniowej elementu o niejednorodnym polu naprężeń jest następująca:

- powierzchnia swobodna rozważanego elementu jest dzielona na podobszary $A^{(i)}$, w których panuje jednorodny rozkład naprężeń/odkształceń (Rys. 3a).



Rys. 3. (a) Wydzielone podobszary elementu o jednorodnych rozkładach naprężeń, (b) rozkłady prawdopodobieństwa trwałości $P_{tr}^{(i)}$ indywidualnych podobszarów na tle krzywej referencyjnej.

- w każdym podobszarze $A^{(i)}$ wieloosiowy stan naprężeń $\sigma_{kl}^{(i)}(t)$ jest redukowany do stanu ekwiwalentnego $\sigma_{eqa}^{(i)}$ wykorzystując odpowiednie kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału.
- na podstawie ekwiwalentnego naprężenia i charakterystyki zmęczeniowej σ_a-N_f obliczamy lokalną (i) liczbę cykli $N_f^{(i)}$ do zniszczenia dla każdego podobszaru $A^{(i)}$ (Rys. 3b). Znając funkcję skalującą $\log(N_f^{(i)})$ wyznaczamy rozkład trwałości $P_{tr}^{(i)} = 1 - P_z^{(i)}$ (Rys. 3b)

$$P_{tr}^{(i)}(N) = e^{-\frac{1}{A_0} \left(\frac{\log(N)}{\log(N_f^{(i)})} \right)^{\frac{p}{A^{(i)}}}} \quad (8)$$

- dla każdej trwałości zmęczeniowej N sumujemy wykładniki liczby e funkcji (8) po wszystkich podobszarach $A^{(i)}$ otrzymując funkcję:

$$P_{ir}(N) = e^{-\frac{1}{A_0} \sum_{i=1}^k \left(\frac{\log(N)}{\log(N_f^{(i)})} \right)^{m_p} A^{(i)}} \quad \text{oraz } P_z(N) = 1 - P_{ir}(N).$$

- trwałości N_{cal} obliczamy dla $P_z(N_{cal}) = 0,63$. W podobny sposób można obliczyć trwałość zmęczeniową dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa, czyli rozrzut trwałości zmęczeniowej.

4. WYZNACZENIE PARAMETRÓW DWUWYMIAROWEGO ROZKŁADU PRAWDOPODOBIEŃSTWA ZNISZCZENIA ELEMENTU

Wykorzystując standardową krzywą referencyjną $\sigma_a - N_f$, liczba parametrów rozkładu dwuwymiarowego (6) została ograniczona do dwóch tj. Ω_0 i p . Pole powierzchni lub objętość próbki referencyjnej jest to obszar o jednorodnym rozkładzie naprężeń próbki wykorzystanej przy wyznaczaniu krzywej referencyjnej $\sigma_a - N_f$ (próbki referencyjne).

Parametr p odpowiadający za rozkład rozrzutów trwałości zmęczeniowej może być wyznaczony na podstawie badań eksperymentalnych próbek, jeśli charakteryzują się one takim samym rozkładem defektów (rodzaj i morfologia) jak analizowany element konstrukcyjny. Zazwyczaj jednak, jakość wykonania elementów konstrukcyjnych różni się od jakości próbek. W takim wypadku, parametry rozkładu najlepiej dopasować na podstawie jednej serii badań eksperymentalnych konkretnego elementu przy prostych obciążeniach. Taką procedurę zastosowali między innymi Delahay i Palin-Luc (2006) przy wyznaczaniu parametrów jednowymiarowego rozkładu typu (2). W niniejszej pracy zastosowano różne wartości parametru p , które posłużyły do obliczeń trwałości zmęczeniowej i analizy zaproponowanego modelu.

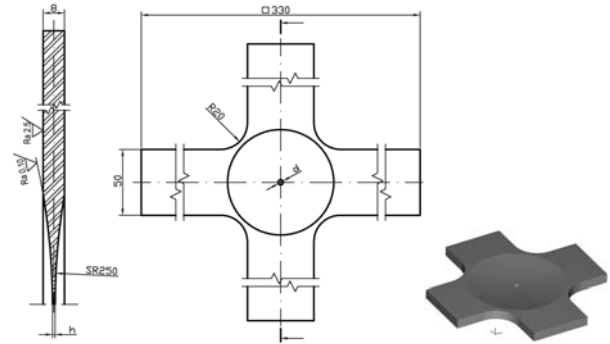
5. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Do weryfikacji proponowanej metody wyznaczania trwałości zmęczeniowej wykorzystano wyniki badań eksperymentalnych z trzech stali: 18G2A (Karolczuk i inni, 2007), AISI 1141 (Fatemi i inni, 2004), St3S (Słowik, 2007).

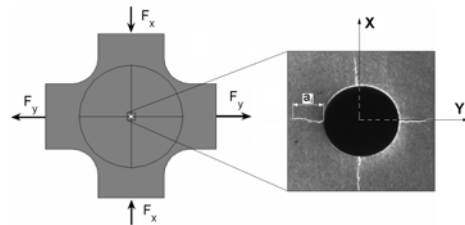
W badaniach stali 18G2A testom poddano próbki krzyżowe (Rys. 4) z koncentratorem naprężeń w postaci otworu o trzech średnicach $d = \{2,4; 2,5; 3,0\}$ mm.

Podstawowe własności cykliczne badanej stali 18G2A, przedstawiono w tabeli 1. Badania prowadzono przy kontrolowanych przebiegach sił: $F_x(t) = F_{xa} \sin(2\pi ft)$, $F_y(t) = F_{ya} \sin(2\pi ft - \delta)$ o takich samych częstotliwościach ($f = 13$ Hz) i zbliżonych amplitudach sił F_{xa} i F_{ya} z przesunięciem fazowym $\delta = 180^\circ$. Za trwałość zmęczeniową uznano liczbę cykli $N_{exp} = \{39700 \div 246695\}$ odpowia-

jącą długości pierwszego zarejestrowanego pęknięcia $a_f = \{0,07 \div 0,37\}$ mm (Rys. 5). Dokładniejszy opis badań zawarto w pracy ().



Rys. 4. Geometra próbki krzyżowej; $d = \{2,4; 2,5; 3,0\}$ mm; $h = \{1,20 \div 1,86\}$ mm



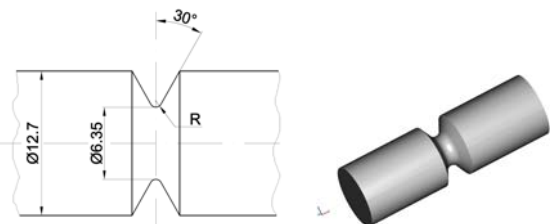
Rys. 5. Schemat obciążenia próbki krzyżowej z położeniem pęknięć zmęczeniowych

Tab. 1. Cykliczne własności stali 18G2A przy wahadłowym rozciąganiu ściskaniu i wielkość pola referencyjnego A_0

$\sigma_a = \sigma_{af} (N_{\sigma} / N_f)^{1/m_{\sigma}}$			$\epsilon_a^p = (\sigma_a / K')^{1/n'}$		A_0
σ_{af} MPa	m_{σ}	N_{σ} cykli	K' MPa	n'	mm ²
204	8,32	$1,426 \cdot 10^6$	1323	0,207	1256

Indeksy: af – granica zmęczenia, a – amplituda, p – część plastyczna

Drugą część wyników eksperymentalnych zaczerpnięto z pracy (Fatemi i inni, 2004). Przebadane próbki wykonano ze stali AISI 1141 (Tab. 2) w dwóch stanach bez obróbki cieplnej (AF) i po obróbce cieplnej (QT-hartowanie i odpuszczanie). Próbki z karbem obrączkowym (Rys. 6) o dwóch promieniach zaokrąglenia dna karbu $R = \{0,529; 1,588\}$ mm poddano jednoosiowemu obciążeniu o zerowej wartości średniej. Trwałość zmęczeniowa to liczba cykli do całkowitego zniszczenia próbki w zakresie $N_{exp} = \{6991 \div 756000\}$. Dominującym okresem trwałości zmęczeniowej był okres inicjacji pęknięcia.

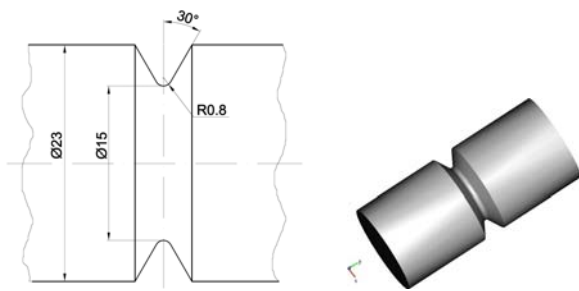


Rys. 6. Geometra próbki z karbem obrączkowym wykonanej ze stali AISI 1141

Tab. 2. Cykliczne własności stali AISI 1141 bez obróbki cieplnej (AF) i po obróbce cieplnej (QT) oraz wielkość pola referencyjnego A_0

	$\varepsilon_a = \sigma_f' / E (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$					$\varepsilon_a^p = (\sigma_a / K')^{1/n'}$		A_0
	E , GPa	σ_f' , MPa	ε_f' , -	b , -	c , -	K' , MPa	n' , -	mm^2
AF	200	1296	1,026	-0,088	-0,686	1205	0,122	162
QT	212	765	1,664	-0,041	-0,704	1133	0,134	162

Trzecią część wyników eksperymentalnych zaczerpnięto z pracy (Słowik, 2007). Próbki z karbem obrączkowym wykonane ze stali St3S (Tab. 3) poddano jednoosiowemu obciążeniu $F_x(t) = F_{xa} \sin(2\pi ft)$ o zerowej wartości średniej ($f = \{0,6 \div 4,0 \text{ Hz}\}$). Trwałość zmęczeniowa to liczba cykli do pojawienia się makro-pęknięcia w zakresie $N_{exp} = \{2730 \div 322000\}$.



Rys. 7. Geometria próbki z karbem obrączkowym wykonanej ze stali St3S

Tab. 3. Cykliczne własności stali St3S przy wahadłowym rozciąganiu ścisłaniu i wielkość pola referencyjnego A_0

	$\varepsilon_a = \sigma_f' / E (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$					$\varepsilon_a^p = (\sigma_a / K')^{1/n'}$		A_0
E , GPa	σ_f' , MPa	ε_f' , -	b , -	c , -	K' , MPa	n' , -	mm^2	
200	1964	0,828	-0,201	-0,620	851,5	0,168	1885	

6. WYNIKI OBLICZEŃ

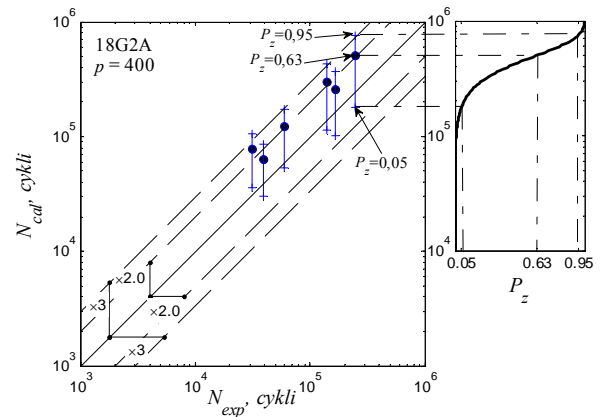
Ze względu na posiadane charakterystyki zmęczeniowe oraz prosty stan obciążenia próbek referencyjnych jak i próbek z karbem za kryterium wieloosiowego zmęczenia materiału przyjęto kryterium maksymalnych naprężeń normalnych (próbki krzyżowe) lub odkształceń normalnych (próbki z karbem obrączkowym) w płaszczyźnie krytycznej. Wartości ekwiwalentne według tych kryteriów oblicza się odpowiednio

$$\sigma_{eq}(t) = \sigma_n(t) = \sigma_{ij}(t) n_i n_j, \quad \varepsilon_{eq}(t) = \varepsilon_n(t) = \varepsilon_{ij}(t) n_i n_j, \quad (9a, 9b)$$

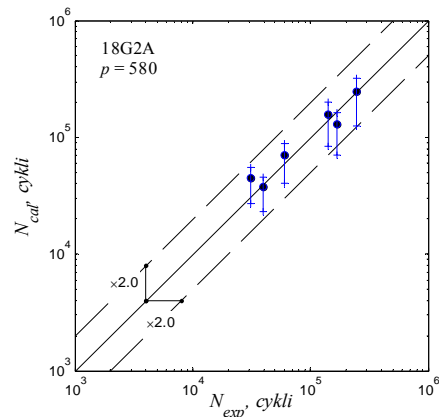
gdzie n_i jest wektorem prostopadłym do płaszczyzny o największej wartości naprężenia $\max_{i,n} \sigma_n(t)$ lub odkształcenia normalnego $\max_{i,n} \varepsilon_n(t)$. Z uwagi na symetrię obciążenia i geometrii, obliczenia przeprowadzono dla reprezentatywnej części próbki. Wartość naprężeń i odkształceń obliczono na podstawie modelu ciała z umocnieniem kinematycznym z wykorzystaniem metody elementów skończonych

(elementy Lagrange'a 3D-2 rzędu) i programu COMSOL (2006). W obliczeniach użyto krzywą cyklicznego umocnienia według prawa Ramberga-Osgooda i warunek plastyczności według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego. Jako obszar ω przyjęto powierzchnie swobodną elementu A . Powierzchnie elementów skończonych potraktowano, jako podobzary $A^{(i)}$ opisane w paragrafie 3. Na podstawie otrzymanych, dla różnych wartości parametru p , rozkładów P_z obliczono liczbę cykli do inicjacji pęknięcia

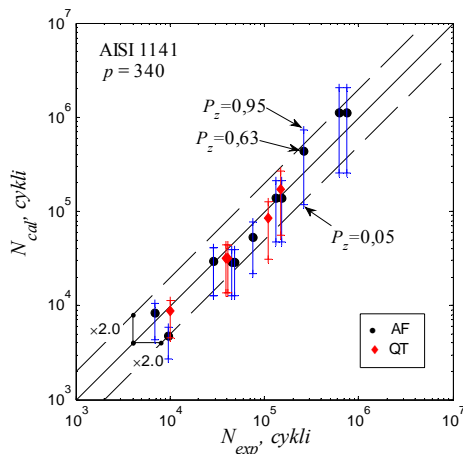
N_{cal} dla trzech poziomów prawdopodobieństwa: $P_z = \{0,05; 0,63; 0,95\}$ (Rys. 8.). Dla stali 18G2A satysfakcjonującą zgodność uzyskano dla $p=580$ (Rys. 9). Natomiast dla stali AISI 1141 najlepszą zgodność trwałości eksperymentalnej N_{exp} z obliczeniową N_{cal} uzyskano dla $p=340$ (Rys. 10) i to zarówno dla dwóch promieni zaokrąglenia dna karbu jak i obróbki: AF i QT. Dla stali St3S najlepszą korelację trwałości N_{exp} z N_{cal} uzyskano dla stosunkowo małej wartości $p=195$, co odbija się na dużym paśmie rozrzutu trwałości obliczeniowej (Rys. 11). Na rysunkach 9-11 umieszczono dodatkowo pasmo rozrzutu o współczynniku 2 w obrębie, którego mieszczą się wszystkie obliczeniowe trwałości uzyskane dla $P_z=0,63$ przy odpowiednio dobranym współczynniku p .



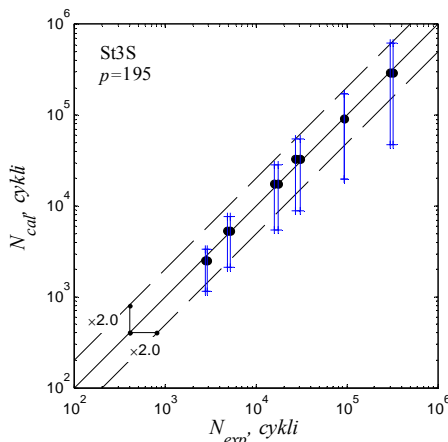
Rys. 8. Porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością obliczeniową N_{cal} dla stali 18G2A przy $p=400$ z rozkładem prawdopodobieństwa zniszczenia $P_z(N)$ dla wybranej próbki



Rys. 9. Porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością obliczeniową N_{cal} dla stali 18G2A przy $p=580$



Rys. 10. Porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością obliczeniową N_{cal} dla stali AISI 1141 przy $p=340$



Rys. 11. Porównanie trwałości eksperymentalnej N_{exp} z trwałością obliczeniową N_{cal} dla stali St3S przy $p=195$

7. PODSUMOWANIE

W pracy zaproponowano procedurę wyznaczania dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa do zniszczenia elementu $P_z-N-\sigma/\varepsilon$ i jego zastosowanie do obliczania trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych. Podejście pozwala na obliczenie trwałości zmęczeniowej dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa uwzględniając niejednorodny rozkład naprężeń w materiale. Przedstawiony rozkład prawdopodobieństwa według zależności (6) ma postać ogólną i może być stosowany dla różnych charakterystyk zmęczeniowych, czy to naprężeniowych, odkształceniowych lub energetycznych.

Obliczeniowe wyniki trwałości zmęczeniowej N_{cal} dobrze korelują z trwałością eksperymentalną przy $p=580$ dla stali 18G2A, $p=340$ dla stali AISI 1141 i $p=195$ dla stali St3S. Należy zwrócić uwagę, że trwałości zmęczeniowe próbek wykonanych ze stali AISI 1141 o różnym promieniu zaokrąglenia dna karbu i po różnej obróbce cieplnej (o różnych charakterystykach zmęczeniowych) zostały dobrze wyznaczone dla takiej samej wartości parametru p . Próbki zostały wykonane taką samą obróbką mechaniczną, co potwierdza, że parametr p jest cechą jakościową elementów.

LITERATURA

1. Papadopoulos I.V., Panoskaltsis V.P. (1996), Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engng Fract Mech* 55(4), 513-528.
2. Morel F., Palin-Luc T. (2002), A non-local theory applied to high cycle multiaxial fatigue, *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 25, 649-665.
3. Weibull W. (1939), A statistical theory of the strength of materials, *Royal Swed. Inst. Engng Res.* No 151.
4. Weibull W. (1949), A statistical representation of fatigue failures in solids, *Transaction of The Royal Institute of Technology* No 27, Stockholm.
5. Bomas H., Linkewitz T., Mayra P. (1999), Application of a weakest-link concept to the fatigue limit of the bearing steel SAE 52100 in a bainitic condition, *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 22, 733-741.
6. Delahay T., Palin-Luc T. (2006), Estimation of the fatigue strength distribution in high-cycle multiaxial fatigue taking into account the stress-strain gradient effect, *Int J Fatigue* 28, 474-484.
7. Schijve J. (1993), A normal distribution or a Weibull distribution for fatigue lives, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, Vol 16, No. 8, 851-859.
8. Karolczuk A., Lachowicz C.T., Rozumek D., Słowik J. (2007), Inicjacja i rozwój pęknięć zmęczeniowych w próbkach krzyżowych z karbem, *Przegląd Mechaniczny* 2007, 12/07, 18-23.
9. Fatemi A., Zeng Z., Plaseied A. (2004), Fatigue behavior and life predictions of notched specimens made of QT and forged microalloyed steels, *Int. J. Fatigue* 26, 663-672.
10. Słowik J. (2007), *Wpływ złożonego stanu naprężenia w dnie karbu na trwałość zmęczeniową elementów maszyn*, Rozprawa doktorska, Politechnika Opolska, Wydział Mechaniczny.
11. COMSOL (2006), *Structural Mechanics Module User's Guide*, version 3.3 (www.comsol.com).

APPLICATION OF TWO-DIMENSIONAL PROBABILITY DISTRIBUTION IN FATIGUE LIFE CALCULATION

Abstract: The paper presents a methodology to determinate a two-dimensional probability distribution P_z of fatigue crack initiation as a function of fatigue life N and damage parameter σ/ε . $P_z-N-\sigma/\varepsilon$. The proposed probability function uses the parameters of standard fatigue curve and allows calculating the fatigue life of element with the non-uniform stress distribution.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2007-2009 jako projekt badawczy.