

Walenty Oniszcuk¹, Maja Joanna Podobińska²

MODELOWANIE OBSŁUGI ZADAŃ W SERWERACH Z OSCYLACJAMI

Streszczenie: Idea przedstawianego systemu kolejek z oscylacjami jest oparta na dwóch progowych wartościach. Obsługa procesu w tym systemie jest zorganizowana, w przybliżeniu, w ten sposób, że długość kolejki utrzymuje się pomiędzy tymi wartościami. System kolejki z oscylacjami pozwala lepiej wykorzystywać dostępne zasoby i jest stosowany w wielu urządzeniach, które korzystają z obsługi pojedynczej kolejki. Jest to również uogólnianie niektórych procedur zaproponowanych dla sieci ATM (ang. Asynchronous Transfer Mode). W tej pracy rozważać będziemy systemy kolejkowe z oscylacjami w wersji ze skończonym buforem. Charakterystyki stanów systemów z procesem Poissona na wejściu (M/G-G/1/N) otrzymuje się metodą potencjałów. To podejście daje przejrzyste i łatwe do implementacji formuły matematyczne.

Słowa kluczowe: kolejki z oscylacjami, metoda potencjałów, sieci ATM

1. Wstęp do kolejek oscylacyjnych z buforem

System kolejkowy z oscylacjami [2] jest definiowany w następujący sposób. Wiadomość przybywa w momencie $\tau_i, i = 1, \dots$, gdzie $\tau_{i+1} - \tau_i$ są niezależne oraz $P(\tau_i - \tau_{i-1} < x) = G(x)$

Niech $a, b \in \mathbb{N}$ oraz $a < b$ i $X(t)$ oznacza liczbę zadań w systemie w momencie t , włącznie z zadaniem, które jest bieżąco obsługiwane przez system. Zakładamy, że $X(0) = n$, gdzie $n \in [0, b)$. Początkowo system działa standardowo jak G / G / 1 z czasem obsługi wyznaczonym przez dystrybuantę funkcji $F_1(x)$.

Niech $\tau_b(1)$ będzie pierwszym momentem, w którym długość kolejki osiąga wartość b , np. $\tau_b(1) = \inf\{t > 0 : X(t) = b\}$. W momencie $\tau_b(1)$ dystrybuanta czasu obsługi zmienia się na $F_2(x)$. Zgłoszenie obsługiwane w momencie $\tau_b(1)$ jest obsługiwane drugi raz tylko, że z dystrybuantą $F_2(x)$. Nowa dystrybuanta czasu obsługi obowiązuje aż do momentu $\tau_a(1) = \inf\{t > \tau_b(1) : X(t) = a\}$, gdy to nastąpi, zmienia się w poprzednią i funkcjonuje do momentu $\tau_b(2) = \inf\{t > \tau_a(1) : X(t) = b\}$

¹ Wydział Informatyki, Politechnika Białostocka, Białystok

² Dyplomantka Wydziału Informatyki Politechniki Białostockiej

itd. Zatem zmiana dystrybuanty następuje na poziomie a i b . Załóżmy również, że bufor ma rozmiar N (włączając stanowisko obsługi np. serwer) i $N \geq b$. Oznacza to, że jeśli zgłoszenie przychodzi zastanie system z N innymi zgłoszeniami, to przychodzące zgłoszenie zbedzie stracone. Jeśli $X(0) \geq b$, zmiany w tym opisie są oczywiste.

Jedną z motywacji do badania systemów z oscylacjami jest następująca: gdy projektujemy system z pojedynczą kolejką do obsługi, zwykle oczekujemy, aby kolejka nie była zbyt długa (np. aby uniknąć przepełnienia bufora i wysokiego współczynnika straty). Rozwiązaniem jest wysoka wydajność serwera, ale oznacza to wysoki koszt obsługi. Ponadto, nie możemy wykorzystać najefektywniej serwera, biorąc pod uwagę tylko jego wydajność, ponieważ beczynne okresy są długie. Zatem jest to marnowanie zasobów. Jest to dobrze znany efekt z teorii kolejek, gdzie krótkie kolejki wymagają małego obciążenia ρ (nasilenie ruchu), podczas gdy krótkie okresy beczynności wymagają dużego ρ . Wymagania te nawzajem się wykluczają. Problem, aby mieć krótkie kolejki oraz krótkie okresy beczynności nie może być nareaz rozwiązany przez standardowy pojedynczy model obsługi $G / G / 1$.

Jednym z rozwiązań powyższego problemu jest system ze zmienną intensywnością obsługi, np. zmienna obsługa zależy od długości kolejki. Taki system jest matematycznie skomplikowany, ale i skomplikowany w praktycznej realizacji.

Inne rozwiązanie oparte jest na wartościach progowych (wiele schematów kontroli ruchu w sieciach ATM opiera się na podstawowych progach systemów kolejkowych). Na przykład w pracach [7] oraz [8] autorzy uporali się z pojedynczym systemem obsługi w następujący sposób. Zgłoszenie przybywa do kolejki z rozkładem Poissona. Jeżeli długość kolejki w momencie zapoczątkowanej usługi klienta jest mniejsza niż próg $L \in \mathbb{N}$ (kolejno, większa lub równa niż próg L), to czas obsługi klienta ma rozkład F_1 (kolejno, F_2). Te wywody były początkowo motywowane przez transmisję głosowych pakietów w sieciach ATM. Obsługa w tej sytuacji oznacza transmisję, a przez przybliżoną i dokładną transmisję głosową uzyskuje się dwa różne czasy obsługi. Systemy z oscylacjami rozwiązują wspomniany problem jak również uogólniają idee Choi [7].

Wprowadzenie dwóch poziomów progowych w zasadzie nie komplikuje praktycznego wykonania systemu, ale dodatkowo pozwala mieć lepszą kontrolę nad długością kolejki. W modelach $M / G-G / 1$ można przedstawić charakterystyki systemu z oscylacjami z procesem Poissona na wejściu i nieskończonym buforem [1]. Ponieważ nieskończony bufor nie istnieje, zatem z powodów praktycznych ważniejsze jest rozpatrzenie wersji ze skończonym buforem. W związku z tym będzie przeprowadzona wszechstronna analiza tego przypadku. Mianowicie, dystrybuante

stacjonarns długości kolejki dla systemu z procesem Poissona na wejściu (M / G-G / 1 / N) otrzyma sie i zaprezentuje w przejrzystych formułach.

Będziemy potrzebowali tylko założyć, że wartości oczekiwane dla dystrybuant $G(x), F_1(x), F_2(x)$ są skończone ($< +\infty$)

2. System M/G-G/1/N

Zakładamy, że $G(x) = 1 - e^{-\nu x}$. Naszym celem jest znalezienie granicy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_n(X(t) = l) = P_l \quad (1)$$

(indeks n przy P_n oznacza, że $X(0) = n$). Fakt, że ta granica istnieje dla każdego $l = 0, 1, \dots, N$ i że nie zależy od n może być w prosty sposób udowodniony przez odwołanie do teorii systemów kolejkowych z oscylacjami M/G-G/1. Zaprezentowane tam argumenty są oparte na fakcie, że momenty $\tau_b(i), \tau_a(i)$ są markowskie i dają wzór na P_l :

$$P_l = \frac{1}{m} (V_l(a, b) + W_l(b, a)) \quad (2)$$

gdzie

$$V_l(a, b) = \int_0^\infty P_a(X(t) = l, \tau^+(a, b) > t) dt$$

$$W_l(b, a) = \int_0^\infty P_b(X(t) = l, \tau^-(b, a) > t) dt$$

$$m = E\tau^+(a, b) + E\tau^-(b, a)$$

Tutaj $\tau^+(a, b)$ jest przedziałem czasu, w którym długość kolejki zmienia się z poziomu a do b . Innymi słowy zakładamy $X(0) = a$, mamy wtedy $\tau^+(a, b) = \tau_b(1)$. Podobnie $\tau^-(b, a)$ jest przedziałem czasu, w którym długość kolejki zmienia się z poziomu b na a , i zakładamy $X(0) = b$, wtedy $\tau^-(b, a) = \tau_a(1)$. Momenty $\tau_b(i), \tau_a(i)$ w modelu M/G-G/1/N są markowskie. W takim razie zostało nam wyznaczyć $V_l(a, b), W_l(b, a)$ oraz wartość m .

3. Obliczanie V_l

Znalezienie V_l jest łatwiejszą częścią zadania. Zauważmy, że postać tego funkcjonału zależy od procesu zachowania się długości kolejki przed osiągnięciem poziomu b . Oznacza to, że funkcjonały $V_l(a, b)$ dla systemu M/G-G/1 i M/G-G/1/N są równe. W systemie M/G-G/1 formuły dla $V_l(a, b)$ otrzymano przez użycie metody potencjałów [4]. Główną rolę w tej metodzie odgrywa następujące twierdzenie.

Twierdzenie 1. Niech $\{p_i\}_{i=-1}^{\infty}$ oznacza dyskretny rozkład skoncentrowany na zbiorze $\{-1, 0, 1, \dots\}$ taki, że $p_{-1} > 0$ i $\{\psi_i\}_{i=1}^{\infty}$ dany ciąg. Głównymi rozwiązaniami tego systemu są równania

$$\sum_{n=-1}^{k-1} p_n x_{k-n} - x_k = \psi_k \quad k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

które mają postać

$$x_k = CR_k + \sum_{n=1}^k \psi_k R_{k-n} \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

gdzie C jest stałą niezależną od k oraz ciąg $\{R_i\}_{i=0}^{\infty}$ ma rekurencyjną postać

$$R_0 = 0 \quad R_{k+1} = \frac{1}{p_1} (\delta_{0,k} + R_k - \sum_{n=0}^k p_k R_{k-n}) \quad k = 0, 1, \dots \quad (5)$$

Zauważmy, że ciąg

$$\{R_i\}_{i=0}^{\infty}$$

nazywany jest potencjałem dla rozkładu $\{p_i\}_{i=-1}^{\infty}$. Używanie metody potencjałów ułatwia otrzymanie V_l :

$$V_l(a, b) = \varphi_1 \sum_{k=0}^{b-a-1} p_{k-1} R_{b-a-k} - \sum_{k=1}^{b-a-1} r_{l-b+k} R_{b-a-k} \quad (6)$$

gdzie

$$\varphi_l = \frac{\sum_{k=1}^{b-1} r_{l-b+k} (R_{b-k} - R_{b-1-k}) + \frac{I(l=0)}{v}}{\sum_{k=0}^{b-1} p_{k-1} (R_{b-k} - R_{b-1-k})}$$

$$r_k = I(k \geq 0) \int_0^{\infty} \frac{e^{-vt} (vt)^k}{k!} (1 - F_1(t)) dt$$

$$p_k = \int_0^{\infty} \frac{e^{-vt} (vt)^{k+1}}{(k+1)!} df_1(t) \quad k = -1, 0, 1, \dots$$

i $\{R_i\}_{i=0}^{\infty}$ jest potencjałem dla rozkładu $\{p_i\}_{i=-1}^{\infty}$. Ostatecznie zauważmy, że

$$E\tau^+(a, b) = \int_0^{\infty} P_a(\tau^+(a, b) > t) dt = \sum_{l=0}^{b-1} V_l(a, b) \quad (7)$$

4. Obliczanie W_l

Oczywiście funkcjonały $W_l(b, a)$ dla systemu M/G-G/1 i M/G-G/1/N nie są równe. Dla znalezienia $W_l(b, a)$ w naszym przypadku w tej części rozważmy standardowy system kolejkowy M/G/1/K (gdzie K jest pojemnością systemu włącznie z zadaniem w systemie). Rozkład czasu przybycia dany jest przez $G(x) = 1 - e^{-\nu x}$ i rozkładem czasu obsługi $F_2(x)$ Ponieważ,

$$P_b(X(t) = l, \tau^-(b, a) > t) = P_{b-a}(X(t) = l, \tau^-(b-a, 0) > t) \quad (8)$$

Możemy wyliczyć tylko $P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t)$ dla $l > 0, n > 0$ bez tracenia ogólności. Zauważmy najpierw, że $X(0) = n$ i $2 \leq n \leq K$. Używając całej formuły prawdopodobieństwa ze szczególną uwagą na pierwszy moment wyjścia (ozn. γ_1) otrzymujemy

$$\begin{aligned} P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t) &= \int_0^t P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t | \gamma_1 = u) dF_2(u) \\ &+ \int_t^\infty P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t | \gamma_1 = u) dF_2(u) \end{aligned} \quad (9)$$

Jeśli wziąć pod uwagę dobrze znaną własność procesów Poissona oraz fakt, że moment γ_1 jest markowskim momentem

$$\begin{aligned} &\int_0^t P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t | \gamma_1 = u) dF_2(u) \\ &= \sum_{k=0}^{K-n} P_{n+k-1}(X(t-u) = l, \tau^-(n+k-1, 0) > t-u) \frac{e^{-\nu u} (\nu u)^k}{k!} dF_2(u) \\ &+ \sum_{k=K-n+1}^{\infty} \int_0^t P_{K-1}(X(t-u) = l, \tau^-(n+k-1, 0) > t-u) \frac{e^{-\nu u} (\nu u)^k}{k!} dF_2(u) \end{aligned}$$

Ponadto dla $u > t$:

$$c_{l,n}(t) =: P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t) = \begin{cases} I(l \geq n) \frac{e^{-\nu t} (\nu t)^{l-n}}{(l-n)!} & \text{dla } l < K \\ \sum_{k=K-n}^{\infty} \frac{e^{-\nu t} (\nu t)^k}{k!} & \text{dla } l = K. \end{cases} \quad (10)$$

Ustalając l i używając skróconej notacji $\Phi_n(t) = P_n(X(t) = l, \tau^-(n, 0) > t)$ otrzymujemy ze wzoru (9)

$$\begin{aligned} \Phi_n(t) &= \sum_{k=0}^{K-n} \int_0^t \Phi_{n+k-1}(t-u) \frac{e^{-vu}(\nu u)^k}{k!} dF_2(u) \\ &+ \sum_{k=K-n+1}^{\infty} \int_0^t \Phi_{K-1}(t-u) \frac{e^{-vu}(\nu u)^k}{k!} dF_2(u) + c_{l,n}(t)(1-F_2(t)) \end{aligned} \quad (11)$$

Założyliśmy, że $n \geq 2$. Łatwo zauważyć, że jeżeli dodatkowo zdefiniujemy $\Phi_0(t) = 0$, to (11) obowiązuje również dla $n = 0$. Łącząc obie strony (11) widzimy, że

$$\phi_n = \sum_{k=0}^{K-n} \phi_{n+k-1} p_{k-1} + \phi_{K-1} d_{K-n} + r_{l,n}, \quad (12)$$

gdzie

$$\phi_n = \int_0^t \Phi_n(t) dt, \quad p_k = \int_0^t \frac{e^{-vt}(\nu t)^{k+1}}{(k+1)!} dF_2(t), \quad k = -1, 0, 1, \dots$$

$$r_{l,n} = \begin{cases} I(l \geq n) \int_0^t (1-F_2(t)) \frac{e^{-vt}(\nu t)^{l-n}}{(l-n)!} dt & \text{dla } l < K \\ m_2 - \sum_{k=0}^{K-n-1} \int_0^t (1-F_2(t)) \frac{e^{-vt}(\nu t)^k}{k!} dt & \text{dla } l = K \end{cases}$$

$$m_2 = \int_0^{\infty} (1-F_2(t)) dt,$$

$$d_k = 1 - \sum_{i=0}^k p_{i-1}.$$

Przyjmując teraz $\varphi_n = \phi_{K-n}$, możemy zapisać równanie (12) jako

$$\sum_{k=-1}^{n-1} \varphi_{n-k} p_k - \varphi_n = \psi_n \quad (13)$$

z $\psi_n = -\varphi_1 d_n - r_{l,K-n}$, to pozwala nam odnosić się do twierdzenia 1. Otrzymamy

$$\varphi_n = CR_n + \sum_{k=1}^n R_{n-k} \psi_k \quad (14)$$

Niech $n = 1$ w (14) otrzymujemy $C = \varphi_1/R_1$. Gdy $\psi_0 = 0$, mamy $\varphi_K = 0$, i przyjmując $n = K$ w (14) otrzymujemy

$$\varphi_1 = \varphi_1(l) = \frac{\sum_{k=1}^K R_{K-k} r_{l,K-k}}{R_K/R_1 - \sum_{k=1}^K R_{K-k} d_k}.$$

Porównując teraz wszystkie rezultaty otrzymujemy

$$\phi_n = \varphi_1 \left(\frac{R_{K-n}}{R_1} - \sum_{k=1}^{K-n} R_{K-n-k} d_k \right) - \sum_{k=1}^{K-n} R_{K-n-k} r_{l, K-k}$$

Ostatecznie możemy te wyniki przystosować do oscylujących systemów. W tym celu bierzemy $n = b - a$, $K = N - a$ i $l = l' - a$. To dla systemu M/G-G/1/N otrzymujemy

$$W_l(b, a) = \varphi_1(l - a) \left(\frac{R_{N-b}}{R_1} - \sum_{k=1}^{N-b} R_{N-b-k} d_k \right) - \sum_{k=1}^{N-b} R_{N-b-k} r_{l-a, N-a-k} \quad (15)$$

Dla każdego $l = a + 1, \dots, N$. Ponadto (patrz (7) do porównania):

$$E\tau^-(b, a) = \sum_{i=a+1}^N W_i(b, a) \quad (16)$$

5. Program do modelowania kolejek z oscylacjami

Założmy, że mamy do dyspozycji dwa serwery (obsługują one zgłoszenia z różnymi rozkładami: pierwszy serwer z wykładniczym natomiast drugi serwer z rozkładem jednostajnym). Jeden z nich ma niską wydajność, ale jest tani w eksploatacji. Drugi natomiast ma dużą wydajność, ale jest drogi w eksploatacji. Na początku strumień wejściowy jest obsługiwany przez pierwszy mniej efektywny serwer (przez co kolejka rośnie). Gdy długość kolejki osiągnie krytyczny poziom b , obsługę przejmuje drugi bardziej efektywny serwer (przez co kolejka szybko maleje). Drugi serwer pracuje do momentu, gdy długość kolejki osiągnie mniejszy dostateczny poziom a . Wtedy obsługę przejmuje mniej efektywny serwer, itd. Stąd też powstał pomysł stworzenia programu, który ułatwi projektowanie i testowanie systemu. Dzięki temu będzie można w szybki sposób przetestować wiele przykładów, które ułatwią dobór optymalnych parametrów.

Przykład 1

Dane:

Progi $a = 8$ oraz $b = 15$

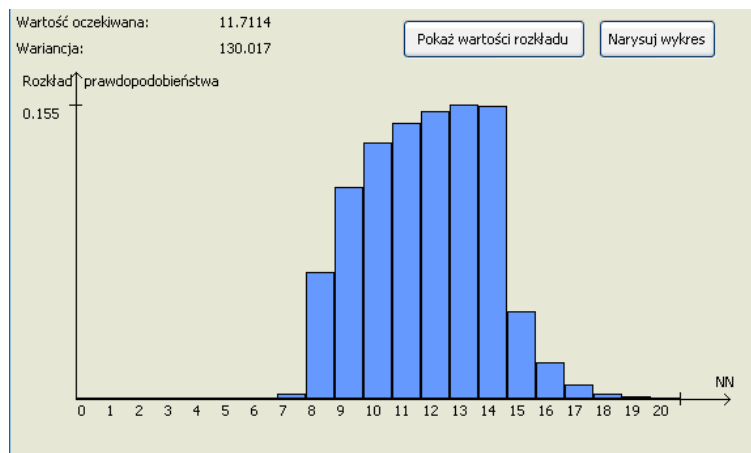
Rozmiar systemu $NN = 20$

Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 1$

Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 0.1$, gdzie L_1 oznacza parametr λ_1 , który opisuje rozkład czasu obsługi pierwszego serwera ($\lambda_1 > 0$).

Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; \infty]$, $[u_1; v_1]$ przedział czasowy, w którym pracuje urządzenie.

Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$



Rys. 1. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 1

Przykład 2

Dane:

Progi $a = 8$ oraz $b = 15$

Rozmiar systemu $NN = 20$

Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 0.3$

Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 0.1$

Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; \infty]$

Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$

Przykład 3

Dane:

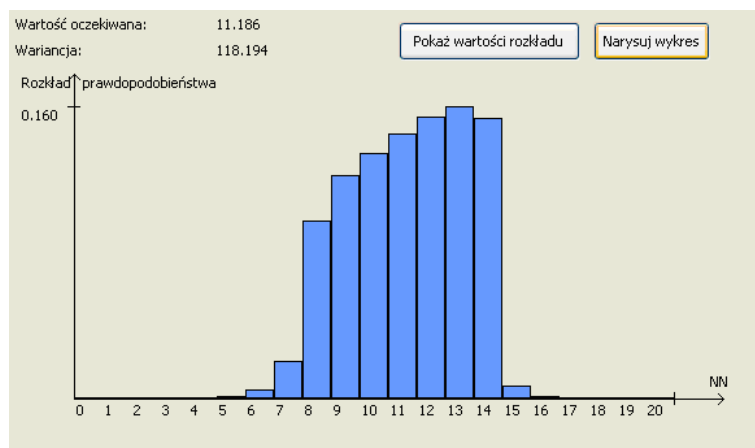
Progi $a = 8$ oraz $b = 15$

Rozmiar systemu $NN = 20$

Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 1.6$

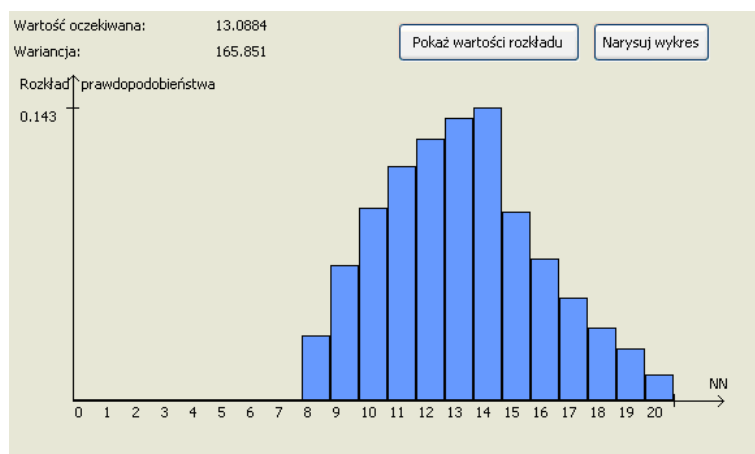
Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 0.1$

Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; \infty]$



Rys. 2. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 2

Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$



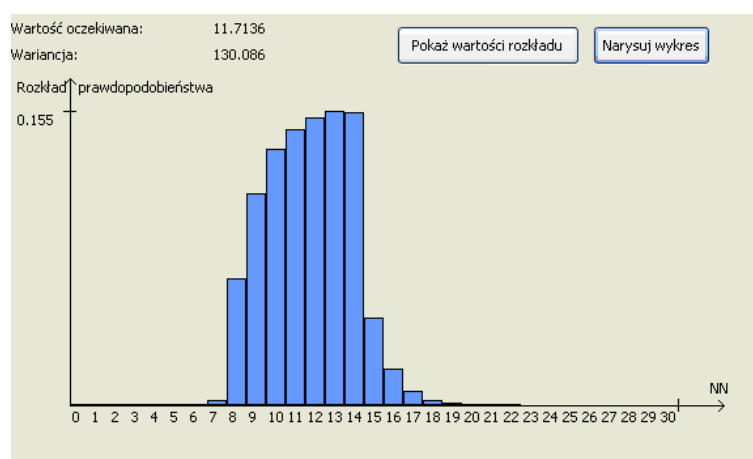
Rys. 3. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 3

Przykład 4

Dane:

Progi $a = 8$ oraz $b = 15$

Rozmiar systemu $NN = 30$
Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 1$
Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 0.1$
Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; \infty]$
Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$



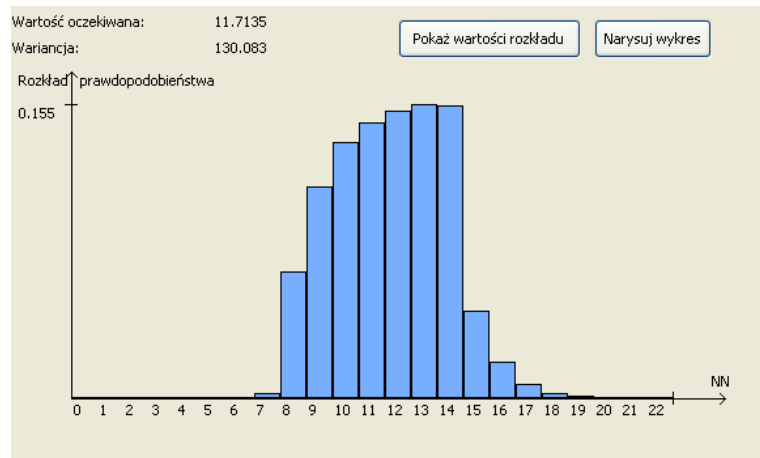
Rys. 4. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 4

Przykład 5

Dane:
Progi $a = 8$ oraz $b = 15$
Rozmiar systemu $NN = 22$
Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 1$
Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 0.1$
Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; \infty]$
Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$

Przykład 6

Dane:
Progi $a = 5$ oraz $b = 15$
Rozmiar systemu $NN = 22$
Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 1$

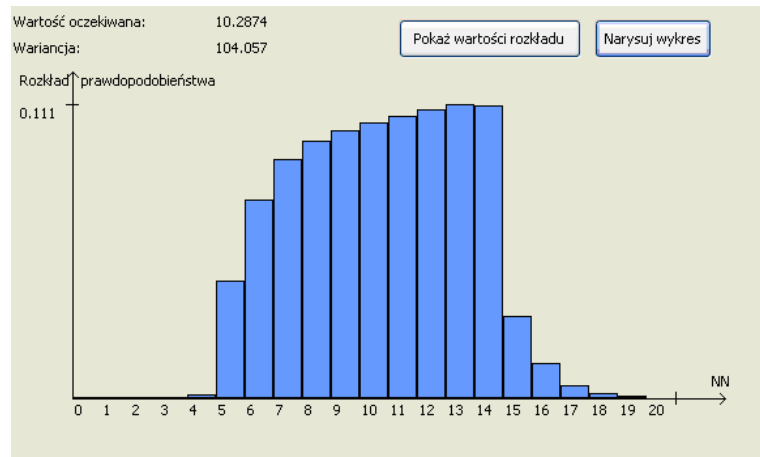


Rys. 5. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 5

Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 1$

Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; \infty]$

Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$



Rys. 6. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 6

Przykład 7

Dane:

Progi $a = 5$ oraz $b = 15$

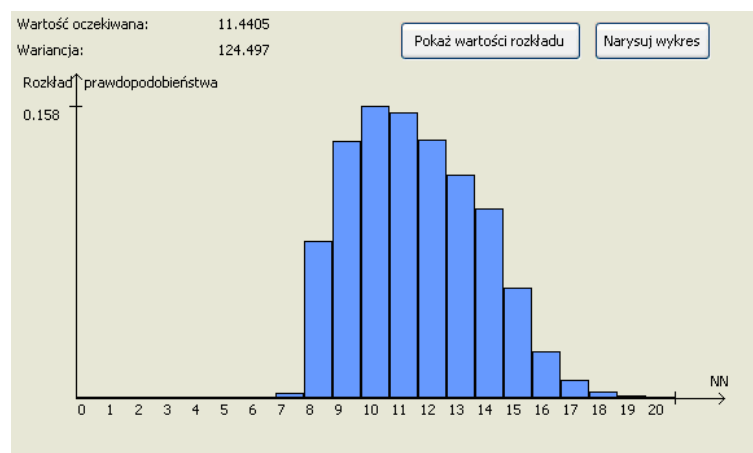
Rozmiar systemu $NN = 22$

Intensywność wejściowego strumienia Poissona $\nu = 1$

Parametr obsługi pierwszego serwera $L_1 = 1$

Nośnik $f_1(t)$ w postaci przedziału $[u_1; v_1] = [1; 2]$

Nośnik $f_2(t)$ w postaci przedziału $[u_2; v_2] = [0; 1]$



Rys. 7. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa - Przykład 7

6. Podsumowanie

Wyniki otrzymane w czasie eksperymentów przeprowadzonych na pakiecie programów zobrazowały pewne problemy i zależności związane z tym modelem. W eksperymentach zmieniano np. wartości progowe, aby sprawdzić czy czynnik ten ma wpływ na obsługę zgłoszeń. Jak zauważono, przecucia były słuszne. Kiedy zwiększano czas obsługi na stanowisku, wartości czasu oczekiwania w kolejce, czas oczekiwania w systemie oraz długość kolejki, obciążenia stanowiska rosły. Na zachowywanie się przedstawionych systemów mają wpływ różne czynniki np. intensywność strumienia wejściowego, ustalenie progów i wiele innych. Trzeba dużo i długo manipulować danymi wejściowymi, aby otrzymać zamierzony efekt.

Literatura

- [1] Chydziański, A: The M/G-G/1 oscillating queueing system, *Queueing Systems* 42 (3), 2001.
- [2] Chydziański, A: The oscillating queue with finite buffer, *Performance Evaluation* 57, 2004.
- [3] Oniszczyk, W.: Modele, algorytmy kolejkowe i strategie obsługi w sieciach komputerowych, Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, Rozprawy Naukowe Nr 128, 2005.
- [4] Korolyuk, W: *Boundary Problems for Compound Poisson Processes*, Naukowa Dumka, Kiev, 1975.
- [5] Jakubowski, J. & Sztencel, R.: *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, SCRIPT, 2004.
- [6] Grzech, A.: *Sterowanie ruchem w sieciach teleinformatycznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2002.
- [7] Choi, D. & Knessl, C. & Tier, C.: A queueing system with queue length dependent service time, with applications to cell discarding in ATM networks, *J. Appl. Math. Stochast. Anal.* 12 (1), 1999.
- [8] Sriram, K. & McKinney, R.S. & Sherif, M.H.: Voice packetization and compression in broadband ATM networks, *IEEE J.Select. Areas Commun.* 9 (3), 1991.

SERVERS WITH OSCILLATING: SERVICE PATTERNS MODELLING

Abstract: In this paper a finite buffer version of the oscillating queueing system is studied. The idea of the lately introduced oscillating queueing system is based on two threshold values. The service process in this system is planned in such a way that the queue length is kept between these values. The oscillating queueing system has the advantage of making improved use of the available resources and is applicable in many devices which use a single server queueing scheme. It is also a simplification of some cell disposal procedures projected for ATM networks.

Keywords: oscillating queue, potential method, ATM networks

Artykuł zrealizowano w ramach pracy badawczej S/WI/5/03