

ZAGADNIENIE KONTAKTOWE DLA UKŁADU WARSTWA - PODŁOŻE Z UWZGLĘDNIENIEM NIESTACJONARNEJ GENERACJI CIEPŁA W WYNIKU TARCIA

Aleksander YEVTUSHENKO*, Michał KUCIEJ*

ayevt@pb.edu.pl, kuciej@pb.edu.pl

* Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

Streszczenie: Otrzymano analityczne rozwiązanie zagadnienia przewodnictwa cieplnego i odpowiedniego zagadnienia quasi-statycznej termosprężystości dla układu tarciowego, złożonego z podłoża (półprzestrzeni) i ślizgającej się po jego powierzchni ze stałą prędkością warstwy. Dla pary tarciowej aluminium–stal zbadano ewolucję i rozkład po głębokości od powierzchni tarcia temperatur, strumieni ciepłych i przemieszczeń.

1. WPROWADZENIE

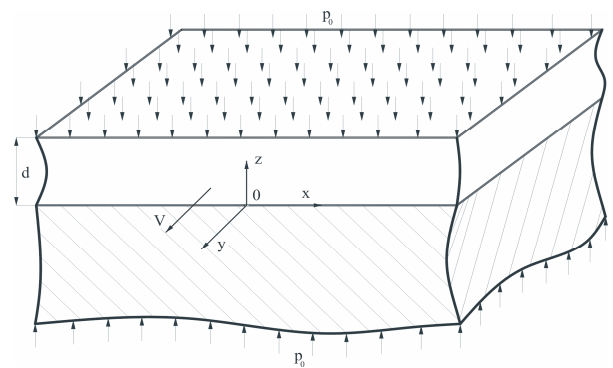
Współcześnie, formułowanie zagadnień cieplnych tarcia jest realizowane w dwóch wariantach. W pierwszym - elementy pary tarciowej są umyślnie rozdzielane i na każdej z roboczych powierzchni zadawana jest intensywność strumieni ciepłych w takiej postaci, żeby ich suma była równa mocy sił tarcia. Współczynnik rozdzielania strumieni ciepłych wyznacza się eksperymentalnie lub oblicza się za pomocą empirycznych wzorów (Block i Jaeger, 1942). Przy takich założeniach otrzymano rozwiązanie zagadnienia przewodnictwa cieplnego tarcia dla podstawy z naniesioną na jej powierzchnię warstwą kompozytową (Yevtushenko et al., 2004, Matysiak et al., 2005) oraz zagadnienia przewodnictwa cieplnego tarcia podczas hamowania dla ciała z jednorodną lub kompozytową warstwą ochronną (Yevtushenko et al., 2005a, 2005b). Rozkład naprężeń termicznych powstający pod wpływem nagrzewania impulsem cieplnym powierzchni warstwy połączonej idealnie z półprzestrzenią zbadano w pracy (Matysiak et al., 2007).

Drugi wariant formułowania zagadnień przewodnictwa cieplnego tarcia przewiduje równoczesne rozwiązanie równań przewodnictwa cieplnego i termosprężystości dla każdego z elementów tarciowych oraz wyznaczenie intensywności strumieni ciepłych (Johnson, 1985).

Celem pracy jest rozwiązanie w ramach drugiego podejścia niestacjonarnego zagadnienia cieplnego tarcia dla układu warstwa-podłoże.

2. ZAGADNIENIE PRZEWODNICTWA CIEPŁA

Niech po powierzchni półprzestrzeni ze stałą prędkością V ślizga się w kierunku osi y warstwa o grubości d (rys. 1). Na zewnętrznej powierzchni warstwy oraz na nieskończoności w półprzestrzeni przyłożono ciśnienie p_0 , działające w kierunku zgodnym z osią z . Na powierzchni kontaktu $z = 0$, pod wpływem sił tarcia generują się strumienie ciepła skierowane odpowiednio do wewnątrz elementów pary tarcia. Wszystkie wielkości i parametry odnoszące się do warstwy będziemy oznaczać indeksami dolnymi „s” a do półprzestrzeni – „f”.



Rys. 1. Schemat zagadnienia

Pole temperatury w warstwie $T_s(z,t)$ i półprzestrzeni $T_f(z,t)$ otrzymamy z rozwiązania zagadnienia początkowo-brzegowego przewodnictwa cieplnego:

$$\frac{\partial^2 T_s(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{k_s} \frac{\partial T_s(z,t)}{\partial t}, \quad 0 \leq z \leq d, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T_f(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{k_f} \frac{\partial T_f(z,t)}{\partial t}, \quad -\infty < z \leq 0, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

$$K_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial z} \right|_{z=0-} - K_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0+} = f V p_0, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$T_f(0,t) = T_s(0,t), \quad t > 0, \quad (4)$$

$$T_s(d,t) = 0, \quad t > 0, \quad (5)$$

$$T_f(z,t) \rightarrow 0, \quad z \rightarrow -\infty, \quad t > 0, \quad (6)$$

$$T_s(z,0) = 0, \quad 0 < z < d, \quad T_f(z,0) = 0, \quad -\infty < z < 0. \quad (7)$$

Z uwzględnieniem oznaczeń

$$\zeta = \frac{z}{d}, \quad \tau = \frac{k_s t}{d^2}, \quad T_0 = \frac{f V p_0 d}{K_s}, \quad K^* = \frac{K_f}{K_s}, \quad T_{s,f}^* = \frac{T_{s,f}}{T_0}, \quad (8)$$

Zagadnienie początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego (1) – (7) przyjmuje postać:

$$\frac{\partial^2 T_s^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial T_s^*(\zeta, \tau)}{\partial \tau}, \quad 0 < \zeta < 1, \quad \tau > 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 T_f^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{k^*} \frac{\partial T_f^*(\zeta, \tau)}{\partial \tau}, \quad -\infty < \zeta < 0, \quad \tau > 0, \quad (10)$$

$$K^* \frac{\partial T_f^*}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0-} - \frac{\partial T_s^*}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0+} = 1, \quad \tau > 0, \quad (11)$$

$$T_f^*(0, \tau) = T_s^*(0, \tau), \quad \tau > 0, \quad (12)$$

$$T_s^*(1, \tau) = 0, \quad \tau > 0, \quad (13)$$

$$T_f^*(\zeta, \tau) \rightarrow 0, \quad \zeta \rightarrow -\infty, \quad \tau > 0, \quad (14)$$

$$T_s^*(\zeta, 0) = 0, \quad 0 < \zeta < 1, \quad T_f^*(\zeta, 0) = 0, \quad -\infty < \zeta < 0. \quad (15)$$

Stosując do zagadnienia nieustalonego przewodnictwa cieplnego (9) – (15) transformację całkową Laplace'a względem liczby Fouriera (τ), otrzymano wartości bezwymiarowych temperatur w warstwie i podłożu:

$$T_s^*(\zeta, \tau) = \frac{1}{(1+\varepsilon)} \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n T_{s,n}^*(\zeta, \tau), \quad 0 \leq \zeta \leq 1, \quad \tau \geq 0, \quad (16)$$

$$T_{s,n}^*(\zeta, \tau) = 2\sqrt{\tau} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{2n+\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) - \operatorname{ierfc} \left(\frac{2n+2-\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) \right], \quad (17)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$$T_f^*(\zeta, \tau) = \frac{1}{(1+\varepsilon)} \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n T_{f,n}^*(\zeta, \tau), \quad -\infty < \zeta \leq 0, \quad \tau \geq 0, \quad (18)$$

$$T_{f,n}^*(\zeta, \tau) = 2\sqrt{\tau} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{2n\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) - \operatorname{ierfc} \left(\frac{(2n+2)\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) \right], \quad (19)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

gdzie

$$\Lambda^n = \begin{cases} (-1)^n \lambda^n, & 0 \leq \lambda < 1, \\ |\lambda|^n, & -1 < \lambda \leq 0, \end{cases} \quad (20)$$

$$-1 < \lambda = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} < 1, \quad \varepsilon = \frac{K^*}{\sqrt{k^*}} = \frac{K_f}{K_s} \sqrt{\frac{k_s}{k_f}}. \quad (21)$$

Intensywności strumieni ciepłych w warstwie i półprzestrzeni:

$$q_s(z, t) \equiv -K_s \frac{\partial T_s(z, t)}{\partial z}, \quad 0 \leq z \leq d, \quad t \geq 0, \quad (22)$$

$$q_f(z, t) \equiv K_f \frac{\partial T_f(z, t)}{\partial z}, \quad -\infty < z \leq 0, \quad t \geq 0,$$

z uwzględnieniem oznaczeń (8) przyjmą postać:

$$q_s^*(\zeta, \tau) \equiv \frac{q_s(z, t)}{fVp_0} = -\frac{\partial T_s^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1, \quad \tau \geq 0, \quad (23)$$

$$q_f^*(\zeta, \tau) \equiv \frac{q_f(z, t)}{fVp_0} = K^* \frac{\partial T_f^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta}, \quad -\infty < \zeta \leq 0, \quad \tau \geq 0. \quad (24)$$

Podstawiając do wzoru (23) i (24) wartości temperatur $T_{s,f}^*$ (16) – (19), otrzymano bezwymiarowe intensywności strumieni ciepłych:

$$q_s^*(\zeta, \tau) = \frac{1}{(1+\varepsilon)} \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n q_{s,n}^*(\zeta, \tau), \quad 0 \leq \zeta \leq 1, \quad \tau \geq 0, \quad (25)$$

$$q_{s,n}^*(\zeta, \tau) = \operatorname{erfc} \left(\frac{2n+\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{2n+2-\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (26)$$

$$q_f^*(\zeta, \tau) = \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n q_{f,n}^*(\zeta, \tau), \quad -\infty < \zeta \leq 0, \quad \tau \geq 0, \quad (27)$$

$$q_{f,n}^*(\zeta, \tau) = \operatorname{erfc} \left(\frac{2n\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{(2n+2)\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right), \quad (28)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

Na powierzchni tarcia $\zeta = 0$ ze wzorów (25) – (28) wynika, że

$$q_f^*(0, \tau) + q_s^*(0, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n \operatorname{erfc} \left(\frac{2n}{2\sqrt{\tau}} \right) - \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^{n+1} \operatorname{erfc} \left(\frac{2n+2}{2\sqrt{\tau}} \right) =$$

$$= \operatorname{erfc}(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda^n \operatorname{erfc} \left(\frac{2n}{2\sqrt{\tau}} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda^n \operatorname{erfc} \left(\frac{2n}{2\sqrt{\tau}} \right) = 1,$$

czyli spełnienie warunku brzegowego (11).

Rozwiązanie (16) – (21) zagadnienia przewodnictwa cieplnego (9) – (15) otrzymano dla przypadku zerowej temperatury na powierzchni $\zeta = 1$ warstwy (warunek brzegowy (13)). Jeżeli powierzchnia ta jest izolatorem cieplnym, tzn.

$$\frac{\partial T_s^*}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = 0, \quad \tau > 0, \quad (29)$$

to rozwiązanie równań przewodnictwa cieplnego (9) i (10), z uwzględnieniem brzegowych i początkowych warunków (11), (12), (14), (15) i (29), również ma postać (16) i (18), gdzie:

$$T_{s,n}^*(\zeta, \tau) = 2\sqrt{\tau} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{2n+\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) + \operatorname{ierfc} \left(\frac{2n+2-\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) \right], \quad (30)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$$T_{f,n}^*(\zeta, \tau) = 2\sqrt{\tau} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{2n\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) + \operatorname{ierfc} \left(\frac{(2n+2)\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) \right], \quad (31)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

Odpowiednie intensywności strumieni ciepłych obliczamy za pomocą wzorów (25) i (27), gdzie:

$$q_{s,n}^*(\zeta, \tau) = \operatorname{erfc} \left(\frac{2n+\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{2n+2-\zeta}{2\sqrt{\tau}} \right), \quad (32)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$$q_{f,n}^*(\zeta, \tau) = \operatorname{erfc} \left(\frac{2n\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{(2n+2)\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right), \quad (33)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

3. ZAGADNIENIE TERMOSPĘŻYSTOŚCI

Znając pola temperatury (16) – (19) sformułowano odpowiednie quasi-statyczne zagadnienie termosprężystości w postaci:

$$\frac{\partial^2 w_s}{\partial z^2} = \beta_s \frac{\partial T_s}{\partial z}, \quad 0 \leq z \leq d, t > 0, \quad (34)$$

$$\frac{\partial^2 w_f}{\partial z^2} = \beta_f \frac{\partial T_f}{\partial z}, \quad -\infty < z \leq 0, t > 0, \quad (35)$$

$$\sigma_s(0, t) = \sigma_f(0, t), \quad t > 0, \quad (36)$$

$$w_s(0, t) = w_f(0, t), \quad t > 0, \quad (37)$$

$$\sigma_s(d, t) = \sigma_f(-\infty, t) = -p_0, \quad t > 0, \quad (38)$$

gdzie

$$\sigma_{s,f}(z, t) = \mu_{s,f} \chi_{s,f} \left[\frac{\partial w_{s,f}(z, t)}{\partial z} - \beta_{s,f} T_{s,f}(z, t) \right], \quad (39)$$

$$\beta_{s,f} = \frac{\alpha_{s,f}(1 + \nu_{s,f})}{(1 - \nu_{s,f})}, \quad \mu_{s,f} = \frac{E_{s,f}}{2(1 + \nu_{s,f})}, \quad \chi_{s,f} = \frac{2(1 - \nu_{s,f})}{(1 - 2\nu_{s,f})}.$$

Z uwzględnieniem oznaczeń (8) zagadnienie brzegowe termosprężystości (34) – (38) i relację (39) zapiszemy w postaci bezwymiarowej

$$\frac{\partial^2 w_s^*}{\partial \zeta^2} = \beta_s T_0 \frac{\partial T_s^*}{\partial \zeta}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1, \tau > 0, \quad (40)$$

$$\frac{\partial^2 w_f^*}{\partial \zeta^2} = \beta_f T_0 \frac{\partial T_f^*}{\partial \zeta}, \quad -\infty < \zeta \leq 0, \tau > 0, \quad (41)$$

$$\sigma_s^*(0, \tau) = \sigma_f^*(0, \tau), \quad \tau > 0, \quad (42)$$

$$w_s^*(0, \tau) = w_f^*(0, \tau), \quad \tau > 0, \quad (43)$$

$$\sigma_s^*(1, \tau) = \sigma_f^*(-\infty, \tau) = -1, \quad \tau > 0, \quad (44)$$

$$\sigma_{s,f}^*(\zeta, \tau) = \frac{\mu_{s,f} \chi_{s,f}}{p_0} \left[\frac{\partial w_{s,f}^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta} - \beta_{s,f} T_0 T_{s,f}^*(\zeta, \tau) \right], \quad (45)$$

$$\text{gdzie } w_{s,f}^* = \frac{w_{s,f}}{d}, \quad \sigma_{s,f}^* = \frac{\sigma_{s,f}}{p_0} \quad (46)$$

Rozwiązanie brzegowego zagadnienia quasi-statycznej termosprężystości (40) – (41) otrzymano przy pomocy transformacji całkowej Laplace'a:

$$w_s^*(\zeta, \tau) = -\frac{p_0}{\mu_s \chi_s} \zeta + \frac{\beta_s T_0}{(1 + \varepsilon)} \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n [w_{s,n}^*(\zeta, \tau) - w_{s,n}^*(0, \tau)], \quad (47)$$

$$0 \leq \zeta \leq 1, \quad \tau \geq 0,$$

$$w_{s,n}^*(\zeta, \tau) = -2\tau \left[I \left(\frac{2n + \zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) + I \left(\frac{2n + 2 - \zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (48)$$

$$w_f^*(\zeta, \tau) = -\frac{p_0}{\mu_f \chi_f} \zeta + \frac{\beta_f T_0}{(1 + \varepsilon)} \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^n [w_{f,n}^*(\zeta, \tau) - w_{f,n}^*(0, \tau)], \quad (49)$$

$$-\infty < \zeta \leq 0, \quad \tau \geq 0,$$

$$w_{f,n}^*(\zeta, \tau) = 2\tau \sqrt{k^*} \left\{ I \left(\frac{2n\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) - I \left[\frac{(2n+2)\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right] \right\}, \quad (50)$$

gdzie $I(x) = 0.5 \operatorname{erfc}(x) - x \operatorname{erfc}(x)$. Prawe strony rozwiązań (47) i (49) zawierają liniowe i nieliniowe (względem zmiennej ζ) składniki, odpowiadające sprężystej i termosprężystej części przemieszczeń.

W przypadku izolacji cieplnej na zewnętrznej powierzchni warstwy (29), bezwymiarowe przemieszczenia $w_{s,f}^*$ obliczamy ze wzorów (47) i (49) z uwzględnieniem wartości temperatur (16), (18), (30) i (31):

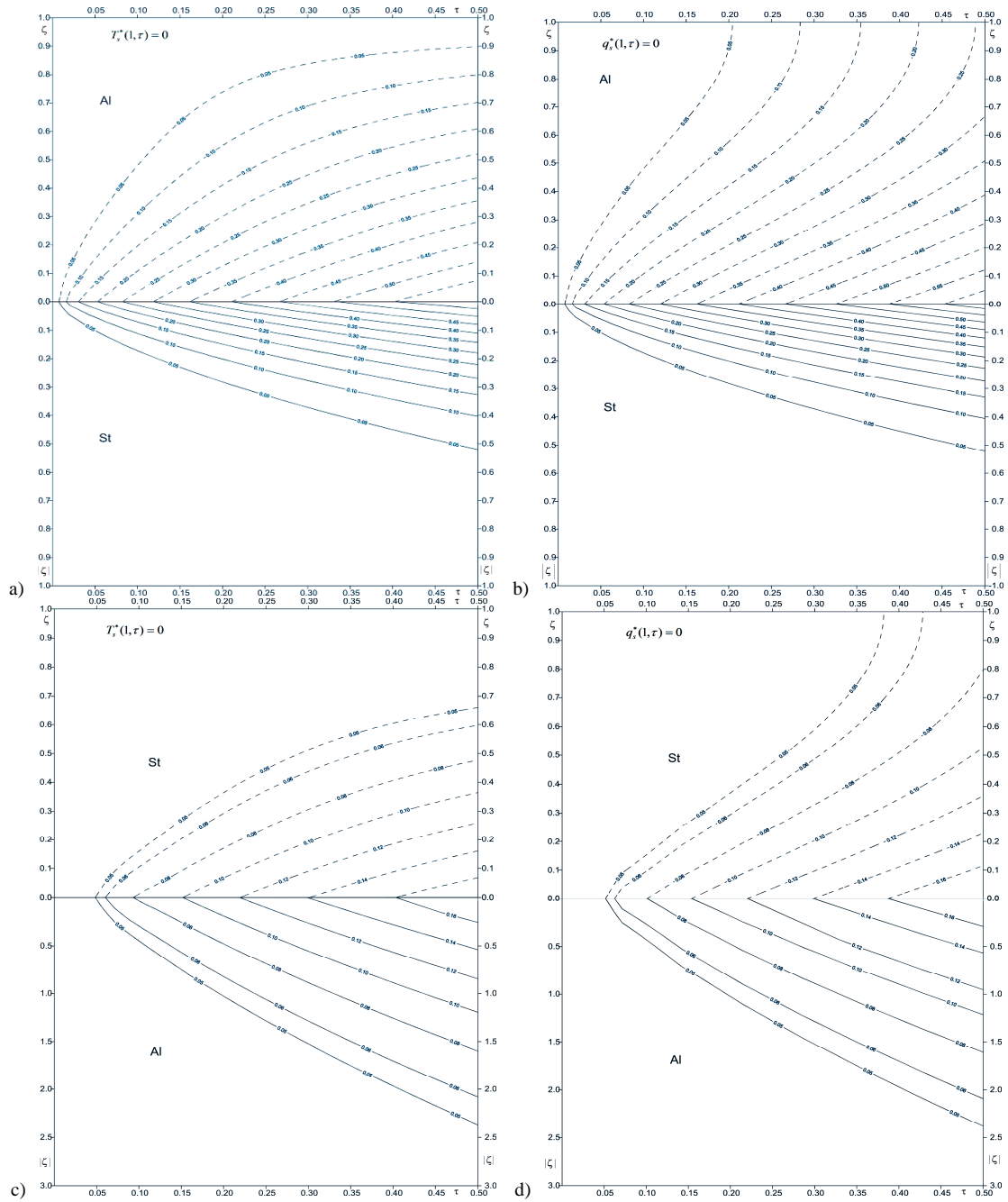
$$w_{s,n}^*(\zeta, \tau) = -2\tau \left[I \left(\frac{2n + \zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) - I \left(\frac{2n + 2 - \zeta}{2\sqrt{\tau}} \right) \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (51)$$

$$w_{f,n}^*(\zeta, \tau) = 2\tau \sqrt{k^*} \left\{ I \left(\frac{2n\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right) + I \left[\frac{(2n+2)\sqrt{k^*} - \zeta}{2\sqrt{k^*}\tau} \right] \right\}. \quad (52)$$

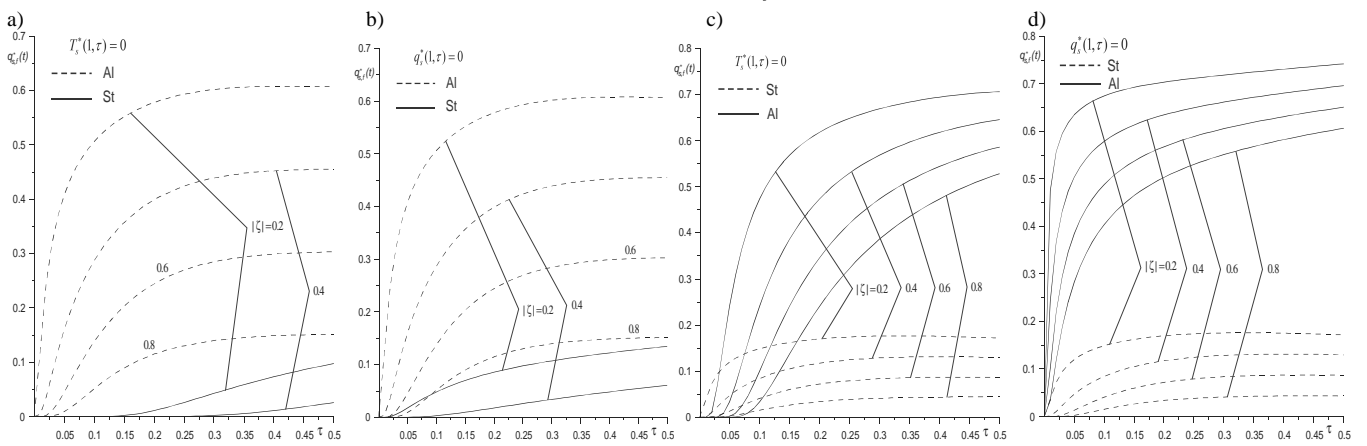
4. ANALIZA NUMERYCZNA

Bezwymiarowymi parametrami wejściowymi zagadnienia są: współrzędna przestrzenna ζ oraz czas τ (liczba Fouriera) (8). Obliczenia bezwymiarowych temperatur $T_{s,f}^*$, intensywności strumieni cieplnych $q_{s,f}^*$ oraz przemieszczeń $w_{s,f}^*$ przeprowadzono dla warstwy i podłoża z aluminium ($\nu=0.34$, $\mu=0.027$ MPa, $K=209$ W/(mK), $k=8.6 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $\alpha=13 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹) i stali ($\nu=0.3$, $\mu=0.08$ MPa, $K=22$ W/(mK), $k=1.1 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $\alpha=13 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹) dla dwóch wariantów warunków brzegowych na zewnętrznej powierzchni warstwy, przy zerowej: temperaturze (13) lub intensywności strumienia ciepła (29). Wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach, gdzie linie ciągłe oznaczają wartości obliczone dla podłoża, a przerywane – dla warstwy. Izotermie bezwymiarowych temperatur pokazano na rys. 2. Na tej samej odległości od powierzchni tarcia, dla dwóch wariantów warunków brzegowych na zewnętrznej powierzchni warstwy, temperatura w elemencie z aluminium jest zawsze wyższa od temperatury elementu ze stali. Na powierzchni tarcia $\zeta = 0$ temperatury warstwy i podłoża są równe, zgodnie z warunkiem brzegowym (12).

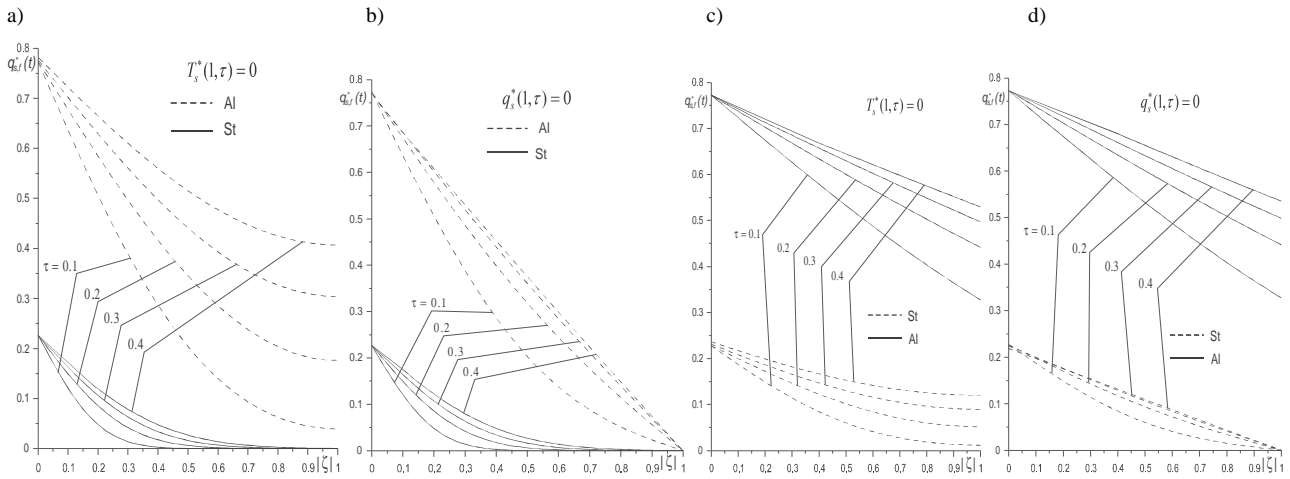
Efektywna głębokość nagrzewania (odległość od powierzchni tarcia, na której temperatura jest równa 5% od maksymalnej na powierzchni) dla elementu pary tarciowej z aluminium jest zawsze większa niż dla elementu ze stali. W przypadku podtrzymania na zewnętrznej powierzchni warstwy zerowej temperatury, efektywna głębokość nagrzewania aluminiowego elementu jest równa 0.9 (rys. 2a) i 2.3 (rys. 2c), odpowiednio dla stalowego – 0.52 oraz 0.67. Jeżeli zewnętrzna powierzchnia warstwy jest izolatorem cieplnym, to temperatura przyjmuje znaczące wartości na całej grubości warstwy (rys. 2b, d), a efektywna głębokość nagrzania podstawy z aluminium jest zawsze większa niż warstwy ze stali (rys. 2d). Porównując rys. 2a i 2b oraz 2c i 2d można zauważyć, że rodzaj warunków brzegowych na zewnętrznej powierzchni warstwy praktycznie nie wpływa na temperaturę w podłożu.



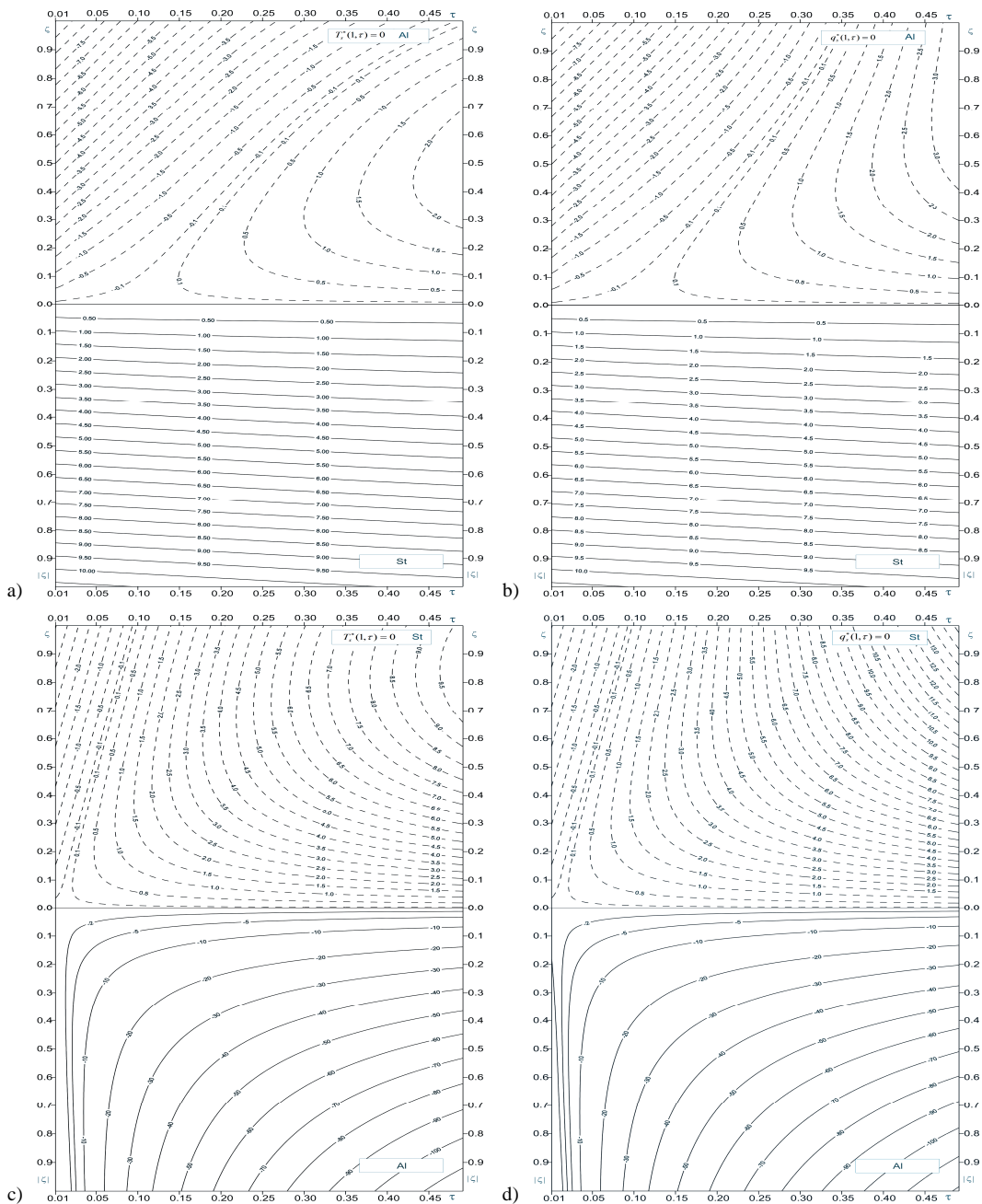
Rys. 2. Izotermie bezwymiarowej temperatury w warstwie $T_s(z, t)$ i podłożu $T_f(z, t)$



Rys. 3. Ewolucja bezwymiarowych intensywności strumieni ciepłych w warstwie i podłożu dla różnych wartości $|\zeta|$



Rys. 4. Ewolucja bezwymiarowych intensywności strumieni ciepłych w warstwie i podłożu dla różnych wartości τ



Rys. 5. Rozkład bezwymiarowych przemieszczeń w warstwie $w_s^* \times 10^4$, i podłożu $w_f^* \times 10^4$

Zmianę w czasie bezwymiarowych intensywności strumieni ciepłych w warstwie (q_s^*) i podłożu (q_f^*) pokazano na rys. 3. Wyraźnie widać dwa etapy tej zmiany w warstwie: przejściowy ($0 < \tau \leq 0.3$) i ustalony ($\tau > 0.3$). Intensywność strumienia ciepła w podstawie wzrasta monotonicznie z upływem czasu. W stosunku ilościowym intensywność strumienia ciepła dla zadanych wartości $|\zeta|$ w elemencie z aluminium jest zawsze większa niż w elemencie ze stali.

Rozkład intensywności strumieni ciepła w warstwie i podłożu w zależności od głębokości od powierzchni tarcia pokazano na rys. 4. Wraz ze zwiększeniem odległości od powierzchni tarcia, intensywności strumieni ciepła monotonicznie zmniejszają się. Warunki brzegowe na zewnętrznej powierzchni warstwy mają bardzo mały wpływ na rozkład intensywności strumienia ciepłego w podłożu q_f^* . W przypadku zerowej temperatury na powierzchni warstwy, intensywność strumienia ciepłego q_s^* ze zwiększeniem ζ zmniejsza się do pewnej niezerowej wartości (rys. 4a, c). Jeżeli zewnętrzna powierzchnia warstwy jest izolowana, to q_s^* zmniejsza się niemal liniowo od maksymalnej wartości na powierzchni tarcia do zera (rys. 4b, d). Intensywność strumienia ciepłego q_f^* w stalowej podstawie szybko zmniejsza się ze zwiększeniem ζ od wartości 0.22 na powierzchni roboczej do zera ($q_f^* \equiv 0$ przy $\zeta > 0.8$) (rys. 4a, b). W podstawie z aluminium intensywność strumienia ciepła q_f^* zmniejsza się liniowo względem ζ .

Obliczenia bezwymiarowych przemieszczeń $w_{s,f}^*$ (46) przeprowadzono dla parametrów wejściowych: $f=0.3$, $d=0.01\text{m}$, $V=5\text{m/s}$, $p_0=1\text{MPa}$ i przedstawiono na rys. 5. W podstawie ze stali, przemieszczenia na ustalonych odległościach od powierzchni tarcia są dodatnie i zwiększają się z upływem czasu liniowo (rys. 5a, b). W początkowej fazie nagrzewania, przemieszczenia w warstwie z aluminium są ujemne, a ich wartości bezwzględne zwiększają się wraz ze zwiększeniem odległości od powierzchni tarcia. Przy $\tau \approx 0.15$ w pobliżu powierzchni $\zeta=0$ pojawia się i zaczyna rozszerzać się obszar dodatnich przemieszczeń. Rozkład ujemnych przemieszczeń w podstawie z aluminium jest nieliniowy (rys. 5c, d). Przemieszczenia w stalowej warstwie są ujemne tylko w początkowym czasie nagrzewania ($0 < \tau < 0.1$), a następnie zmieniają znak i zwiększają się nieliniowo z upływem czasu oraz z odległością od powierzchni tarcia.

5. WNIOSKI

Otrzymano analityczne rozwiązanie zagadnienia ciepłego tarcia dla warstwy ślizgającej się ze stałą prędkością po powierzchni podłoża. Zbadano ewolucję i rozkład (po odległości od powierzchni tarcia) temperatury, intensywności strumieni ciepłych oraz przemieszczeń w elementach pary aluminium – stal. Ustalono, że:

- na tej samej odległości od powierzchni tarcia, temperatura elementu aluminiowego jest wyższa niż stalowego;
- niezależnie od warunków brzegowych na zewnętrznej powierzchni warstwy, intensywność strumienia ciepła i efektywna głębokość nagrzewania w elemencie z aluminium jest zawsze większa niż w elemencie ze stali;

- przemieszczenia w elementach pary tarciowej zwiększają się wraz ze zwiększaniem odległości od powierzchni tarcia. Przemieszczenia w podłożu z aluminium są większe niż przemieszczenia stalowej warstwy.

OZNACZENIA

$\text{erf}(x)$ – funkcja błędu Gaussa;
 $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$; $\text{ierfc}(x) = \pi^{-1/2} \exp(-x^2) - x \text{erfc}(x)$;
 f – współczynnik tarcia;
 K – współczynnik przewodnictwa cieplnego; k – współczynnik dyfuzji cieplnej; p_0 – ciśnienie;
 T – temperatura; $T^* = T/T_0$ – temperatura bezwymiarowa;
 t – czas; V – prędkość; z – współrzędna przestrzenna;
 w – przemieszczenie w kierunku osi z ;
 $w^* = w/d$ – przemieszczenie bezwymiarowe;
 α – współczynnik rozszerzalności liniowej;
 $\sigma \equiv \sigma_{zz}$ – naprężenia normalne;
 $\sigma = \sigma/p_0$ – bezwymiarowe naprężenia normalne;
 $\tau = k_s t/d^2$ – bezwymiarowy czas (liczba Fouriera);
 $\zeta = z/d$ – bezwymiarowa współrzędna; d – grubość warstwy,
 E – moduł Younga; ν – współczynnik Poissona.

NON-STATIONARY THERMAL PROBLEM IN FRICTIONAL ELEMENTS

Abstract: The analytical solution of a boundary-value problem of heat conductivity and corresponding boundary problem of thermoelasticity for tribosystem, consisting of semi-infinity substrate and sliding on its surface a layer is obtained. For materials of frictional pair aluminum-steel it is studied evolution and distribution on depth from a surface of friction of temperatures, thermal fluxes and thermoelastic displacements.

LITERATURA

1. **Block H.** (1937), Theoretical studies of temperature rise at surfaces of actual contact under oiliness lubrication conditions, *Proc. Gen. Discussion on Lubrication and Lubricants, Inst. of Mechanical Engineers*, No 2, 222–235.
2. **Jaeger J. C.** (1942), Moving sources of heat and the temperatures of sliding contacts, *Proceeding of the Royal Society*, No 66, 203–224.
3. **Yevtushenko A., Matysiak S. J., Kuciej M.** (2004), Non-stationary heating of a uniform foundation with a surface composite layer, *Journal of Friction and Wear*, Vol. 25, No 6, 577–584.
4. **Matysiak S., Yevtushenko A.** (2005), Transient heat conduction problem for a composite layer on a homogeneous substrate, *Mathematical Methods and Physicochemical Fields*, Vol. 48, No 2, 172–179.
5. **Yevtushenko A., Matysiak S. J., Kuciej M.** (2005a), A thermal problem of friction when a coated body is braked, *Journal of Friction and Wear*, Vol. 26, No 2, 151–158.
6. **Yevtushenko A., Kuciej M., Rozniakowska M.** (2005b), Thermal cleavage stresses in a piecewise-homogeneous plate, *Materials Science*, No 5, 581–588.
7. **Matysiak S. J., Yevtushenko A., Kuciej M.** (2007), Temperature field during breaking of a massive body with composite coating, *Physicochemical Mechanics of Materials*, Vol. 43, No 1, 61 – 67.
8. **Johnson K. L.** (1985), Contact mechanics, *Cambridge Univ. Press*, Cambridge.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2007 – 2008 jako projekt badawczy Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego – N 50100432/0498.