

STATECZNOŚĆ ORAZ STANY GRANICZNE ORTOTROPOWYCH STRUKTUR PRZEKŁADKOWYCH

Jerzy BAKUNOWICZ*, Henryk KOPECKI*

*Katedra Samolotów i Silników Lotniczych, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa,
Politechnika Rzeszowska, ul. Wincentego Pola 2, 35-959 Rzeszów

hkopecki@prz.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych oraz obliczeń numerycznych utraty stateczności ortotropowych struktur przekładkowych. Jako obiekt badań, przyjęto płyty przekładkowe z okładzinami z polimerowego kompozytu zbrojonego włóknem węglowym i rdzeniem z tworzywa spienionego. W analizie numerycznej uwzględniono nieliniowość geometryczną, śledząc ścieżkę równowagi konstrukcji. Wyniki obliczeń konfrontowano z rezultatami przeprowadzonego eksperymentu umożliwiającemu dokonywanie weryfikacji modelu numerycznego. Wskazano na uwarunkowania oraz ograniczenia w projektowaniu podobnych ustrojów nośnych.

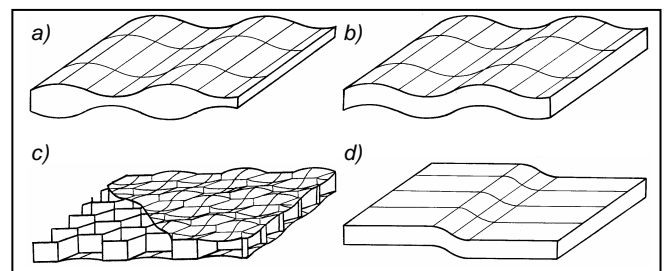
1. WPROWADZENIE

Idea struktur wielowarstwowych o zróżnicowanych właściwościach mechanicznych jest przeniesieniem rozwiązań stworzonych przez naturę w obszar techniki. Pierwszą konstrukcją opartą na koncepcji struktury przekładkowej stworzoną przez człowieka był most kolejowy zaprojektowany przez Sir Williama Fairbairna (1849). Swój dynamiczny rozwój, będący rezultatem poszukiwania rozwiązań konstrukcyjnych o jak najmniejszym ciężarze, struktury przekładkowe zawdzięczają lotnictwu. W chwili obecnej znalazły one niekwestionowaną pozycję w wielu dziedzinach techniki, a możliwość programowania w dowolny sposób ich właściwości mechanicznych daje szerokie możliwości dalszego rozwoju.

Struktury przekładkowe stanowią szeroko stosowane elementy ustrojów nośnych pracujące jako płyty, powłoki lub belki, rzadziej jako kolumny (Zenkert 1996; Teisseyre i in. 1972). Z punktu widzenia statyki przenoszą obciążenia zgodnie z modelem struktury skorupowej. Ich przewagą nad klasycznymi strukturami jednorodnymi jest zestawienie elementów w odpowiednią konfigurację wraz takim doбором materiałów-składników struktury, aby ich właściwości wzajemnie się uzupełniały.

Nośność struktury przekładkowej, w której dominującymi obciążeniami są siły ściskające lub ścinające, ograniczona jest zdolnością do pozostania stateczną w zakresie obciążeń dopuszczalnych. Podobnie, jak w przypadku klasycznych ustrojów cienkościennych, także w strukturach przekładkowych utrata stateczności może przyjmować charakter globalny lub lokalny. Postaci globalne charakterem odpowiadają w dużej mierze formom pojawiającym się w konstrukcjach cienkościennych. Natomiast stateczność lokalna struktur przekładkowych jest zagadnieniem znacznie bardziej złożonym i, jak dotąd, nie doczekała się rozwiązania o charakterze ogólnym,

odpowiadającego dowolnej konfiguracji struktury. Z racji podziału ról między okładzinę i rdzeń w przenoszeniu obciążeń postaci te są charakterystyczne wyłącznie dla tych struktur. Zagadnienie stanowi wciąż temat badań wielu ośrodków (Librescu, Hause 2000; Noor i in. 1996).



Rys. 1. Postaci utraty stateczności płytowych struktur przekładkowych pod wpływem wydatku siły ściskającej (opis w tekście)

Wyróżnia się kilka postaci lokalnej utraty stateczności struktur przekładkowych przedstawionych na rysunku 1. Postaci o dużej liczbie półfal występują jako symetryczne (rys.1a) i antysymetryczne (rys.1b) pod wspólnym określeniem: *wrinkling*. Dla struktur z rdzeniem komórkowym charakterystyczny jest *facesheet dimpling* (rys.1c). Natomiast struktury z rdzeniem o małej sztywności i restrykcyjnych warunkach brzegowych ulegają często postaci *shear crimping* (Sullins i in. 1969).

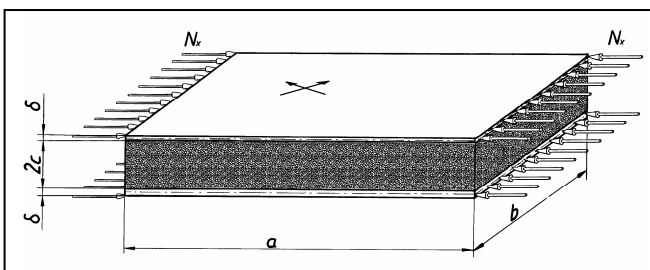
Za pionierską, podnoszącą problem stateczności struktur przekładkowych uważa się pracę Southwella i Skana (1924), natomiast pierwsze metody obliczania obciążeń krytycznych zaproponowali Gough i Elam (1940). Pozycjami znaczącymi, które przyczyniły się do rozwoju dziedziny są prace Bensona i Mayersa (1967), Pearce'a i Webbera (1972), Kima i Honga (1988). Doprowadziły one do powstania modelu analitycznego pozwalającego na wyznaczenie wartości obciążeń krytycznych dla dowolnej konfiguracji struktury przekładkowej. Model

ten posiada wszak pewne mankamenty, które skłaniają do dalszych poszukiwań, co przykładowo czynią w swoich pracach Kardomateas (2005) oraz Rammerstorfer i inni (np. 2000).

2. PRZEDMIOT BADAŃ

Przedstawione rozważania dotyczą elementów znajdujących szerokie zastosowanie w strukturach statków powietrznych. Ustroje nośne płatowców wykonane na bazie struktur przekładkowych charakteryzuje wysoka sztywność, pozwalająca na zachowanie żądanej geometrii brył aerodynamicznych w całym zakresie obciążeń dopuszczalnych statku powietrznego. Jak już wspomniano, ustroje te pracują jak struktury skorupowe, zatem pokrycie przenosi nie tylko naprężenia styczne, lecz również naprężenia normalne. Poziomem wymiarującym dla elementu pokrycia skorupowego są obciążenia krytyczne, powyżej których może łatwo dojść do trwałego uszkodzenia struktury, w odróżnieniu od struktur półskorupowych, w których dopuszczalne są lokalne deformacje powyboczeniowe elementów pokrycia w zakresie sprężystym.

Jako obiekt badań obrano płytę przekładkową o okładzinach z polimerowego kompozytu zbrojonego włóknem węglowym oraz rdzeniu z wysokoelastycznego tworzywa spienionego. Przyjęto zróżnicowaną geometrię obiektów, a także kilka wariantów warunków brzegowych. Zasadniczym wariantem obciążenia było jednoosiowe ściskanie. Schematycznie zaprezentowano obiekt na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat obciążenia płyty przekładkowej

3. MODEL NUMERYCZNY

Modelowanie struktur przekładkowych, zapewniające poprawność zachowania się ustroju w warunkach obciążeń granicznych oraz deformacji powyboczeniowej jest zagadnieniem, które charakteryzuje się podwójną nieliniowością. Geometryczną, wynikającą z konieczności uwypuklenia lokalnej i globalnej postaci utraty stateczności oraz materiałową, związaną z charakterystykami fizycznymi materiału rdzenia.

Mając na uwadze pierwszą z wymienionych, jako metodę rozwiązania wybrano procedury iteracyjne statyki nieliniowej, oparte na śledzeniu ścieżki równowagi układu w trakcie awansowania stopnia jego deformacji (Felippa 2001).

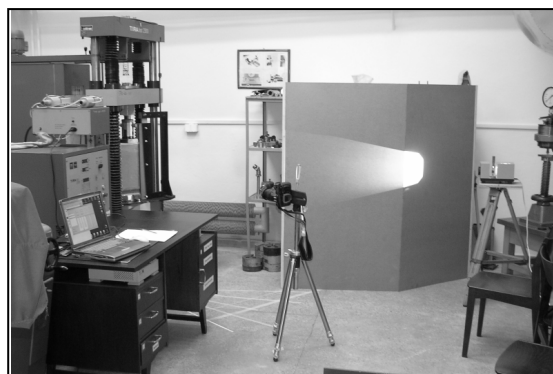
Nieliniowość materiałową wprowadzają rdzenie wykonane z wysokoelastycznych tworzyw spienionych,

posiadające charakterystykę opisaną modelem Ogdena (1972), a możliwą do przybliżenia modelem sprężysto-plastycznym. Na etapie obliczeń, prezentowanym w niniejszej pracy charakterystyki materiałów rdzenia ograniczono do zakresu sprężystego. Jest to zgodne z powszechnie przyjmowanym podejściem w modelach analitycznych (Kim, Hong 1988), w których izotropowy materiał rdzenia posiada charakterystykę liniowo-sprężystą.

Zadanie zrealizowano przy użyciu programu MSC. Software Corporation. Okładziny modelowano elementami płytowo – powłokowymi trój oraz czworobocznymi z węzłami w narożach o dwunastu stopniach swobody w każdym węźle. Rdzeń natomiast elementami bryłowymi pięcio i sześciociennymi z węzłami w narożach o trzech stopniach swobody. Uboga pod względem liczby stopni swobody funkcja kształtu użytych elementów sugerowała zastosowanie gęstej siatki podziału. Jest to model bliski rzeczywistym warunkom pracy konstrukcji, a wynikające z topologii elementów niezgodności stopni swobody objawiały się, dając niepożądane efekty, dopiero na etapie obliczeń, który nie odgrywał znaczącej roli w otrzymaniu poprawnych rezultatów.

4. EKSPERYMENT

Badania doświadczalne przeprowadzono przy użyciu specjalnego układu obciążającego, umożliwiającego zamocowanie elementu w przestrzeni pomiarowej uniwersalnej maszyny wytrzymałościowej Heckert TIRA test 2300. Stanowisko składało się ze sztywnej ramy otwartej, w której pozycjonowano próbki, symulując założone warunki brzegowe. Odbieranie odpowiednich stopni swobody zapewniano doбором sztywności medium mocującego krawędź próbki. W trakcie badań stosowano dwa rodzaje mocowań: gumę silikonową, której sztywność przy uzyskiwanych poziomach obciążenia umożliwiała swobodny obrót krawędzi względem ich osi, natomiast blokowała przemieszczenia prostopadłe do powierzchni płyty, co symulowało przegub sprężysty. Natomiast utwierdzenie uzyskiwano mieszkanką polimerów na bazie żywicy epoksydowej o sztywności porównywalnej ze sztywnością okładzin.

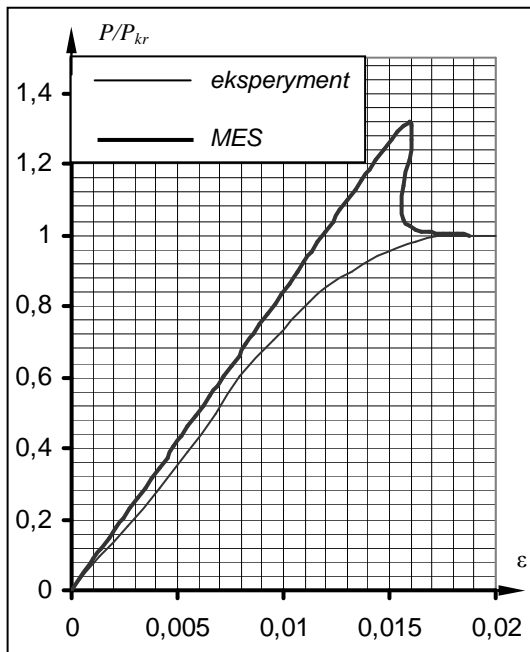


Rys. 3. Stanowisko do badań eksperymentalnych. Maszyna wytrzymałościowa z zamocowaną próbką oraz układ optyczny metody mory cieniowej

Poszukując analogii w sposobie obciążania badanego elementu z pracą rzeczywistej struktury lotniczej, (np. kesonu skrzydła), mocowanie dłuższych krawędzi modelowano przegubem, zaś dla krawędzi krótszych przyjmowano dwojaki rodzaj warunki brzegowe: przegub lub utwierdzenie. Podczas próby rejestrowano przemieszczenie trawersy ruchomej, zmianę wartości siły ściskającej oraz deformację poprzeczną okładziny. W celu określenia tej ostatniej zastosowano metodę mory cieniowej (Patorski, Kujawińska 1993). Stanowisko przedstawia rysunek 3 (Bakunowicz, Kopecki 2006).

5. WYNIKI – ANALIZA PORÓWNAWCZA

O poprawności stworzonych modeli numerycznych stanowiło odniesienie wyników uzyskanych w obliczeniach numerycznych do analogicznych wielkości otrzymanych w eksperymencie. Spośród kilku branych pod uwagę kryteriów porównawczych, w pracy skupiono się nad przebiegiem charakterystyki procesu oraz obciążeniami i formą zniszczenia.



Rys. 4 Zależność siły ściskającej od skrócenia płyty

Bieżącą sztywność ustroju jak również tendencje jej zmiany określa zależność między obciążeniem, a deformacją. Oprzyrządowanie użyte podczas eksperymentu umożliwiało rejestrację zależności siły ściskającej od całkowitego skrócenia płyty. Odpowiednikami owych parametrów w modelu numerycznym jest ścieżka równowagi, czyli zależność pseudoczasu, będącego w przybliżeniu współczynnikiem proporcjonalności obciążenia w danym stanie do całkowitego założonego obciążenia, od przemieszczenia odpowiednio wybranego węzła siatki elementów skończonych. Reprezentatywną dla badanych obiektów charakterystykę w układzie wielkości względnych przedstawia rysunek 4.

Punktem wspólnym obydwu charakterystyk jest moment zniszczenia, który następował w efekcie pogłębiającej się deformacji zakrytycznej. Wartość obciążeń niszczących w praktyce odpowiadała krytycznym, gdyż od momentu globalnej utraty stateczności siła ściskająca pozostawała na stałym poziomie. Bezwzględne wartości siły krytycznej globalnej utraty stateczności różniły się między sobą o około 20% - uzyskiwane w eksperymencie były zawsze mniejsze od obliczonych. Moment ustalenia się siły na poziomie obciążeń krytycznych w modelu numerycznym następował przy mniejszych wartościach odkształcenia płyty, niż w eksperymencie (zazwyczaj o 0.004, co stanowi 16% zakresu odkształcenia).

W zakresie obciążeń do poziomu $\frac{P}{P_{kr}} \approx 0.5$ obydwie

charakterystyki mają przebieg liniowy. Zaburzenie na krzywej eksperymentalnej w strefie początkowej jest efektem kasowania luzów w układzie obciążającym.

Powyżej $\frac{P}{P_{kr}} \approx 0.5$ charakterystyka eksperymentalna

zmienia przebieg na nieliniowy z zachowaniem ciągłości pochodnej, a w miarę zbliżania się do wartości siły będącej siłą krytyczną, a w konsekwencji niszczącą, pochodna ta maleje do zera. Ścieżka równowagi natomiast zachowuje swój liniowy przebieg, jednak mimo tego, przy poziomie $\frac{P}{P_{kr}} \approx 0.5$ pojawiają się deformacje poprzeczne w formie *wrinklingu* symetrycznego, informujące o lokalnej utracie stateczności okładzin.

Dalszy przebieg procesu obciążania modelu numerycznego wyznacza charakterystyka z punktem zwrotnym (Felippa 2001). Liniowy przyrost siły postępuje do osiągnięcia przez nią wartości maksymalnej, będącej większą od obciążeń krytycznych globalnej utraty stateczności. Postać globalna pojawia się jako efekt poszukiwania przez układ nowego położenia na ścieżce równowagi, poprzedzonego przejściem przez dwa punkty graniczne. W tym przypadku rozwiązanie jest znajdowane „od góry”. Po osiągnięciu punktu zwrotnego układ zmniejsza wartość siły przy jednocześnie wciąż pogłębianej deformacji lokalnej utraty stateczności. Ten fragment, aż do ustalenia stałego poziomu siły nie ma interpretacji fizycznej, a jedynie jest konsekwencją przyjętego algorytmu rozwiązania problemu numerycznego.

Konfrontując ze sobą wyniki eksperymentu i obliczeń numerycznych, można stwierdzić, iż sztywność badanych ustrojów została odtworzona w modelu numerycznym poprawnie.

Nieliniowość procesu jest efektem pojawienia się lokalnej utraty stateczności okładzin, którą zidentyfikowano w modelu numerycznym. Niska rozdzielczość układu pomiarowego metody mory nie pozwoliła na zarejestrowanie tego zjawiska w eksperymencie. Na podstawie szeregu kolejnych prób stwierdzono, iż zjawisko jest niezależne od warunków brzegowych

i występuje przy tym samym poziomie $\frac{P}{P_{kr}}$ zarówno

w modelu numerycznym, jak i eksperymencie, będąc jedynie funkcją sztywności płyty.

Poziom obciążenie, przy którym następuje zniszczenie ustroju, determinuje jego nośność graniczną. Wiąże się to zazwyczaj z trwałą deformacją lub destrukcją uniemożliwiającą dalszą eksploatację. W strukturach lotniczych niebagatelnym czynnikiem jest niebezpieczeństwo zaistnienia szybkiej utraty stateczności przed przekroczeniem wytrzymałości konstrukcji. W klasycznych rozwiązaniach cienkościennych dopuszcza się takie stany w lokalnych obszarach, gdyż nie rzutuje to znacząco na eksploatację obiektu. Jednak w odniesieniu do struktur przekładkowych zjawisko posiada zupełnie odmienny charakter. Zniszczenie elementów badanych w trakcie eksperymentu następowało zawsze wartości obciążenia równoznacznej z obciążeniami krytycznymi globalnej utraty stateczności. W modelu numerycznym nie formułowano kryterium zniszczenia. Pola naprężeń zredukowanych dla stanów odpowiadających globalnej utracie stateczności posiadały obszary, w których przekroczona została wartość R_m kompozytu.

6. PODSUMOWANIE

W świetle przedstawionych wyników sugeruje się ograniczanie obciążeń dopuszczalnych elementów płatowca

do poziomu $\frac{P}{P_{kr}} = 0.5$. Jest to punkt, w którym struktura

przechodzi z małych (liniowych) deformacji do dużych (nieliniowych). Przy przyjęciu obowiązującego w lotnictwie współczynnika bezpieczeństwa $n = 1.5$ teoretyczne obciążenia niszczące konstytuują się na poziomie

$\frac{P}{P_{kr}} = 0.75$, który zapewnia akceptowalny margines

bezpieczeństwa.

Mając na uwadze, iż badane obiekty są dość uproszczone, przewiduje się ukierunkowanie dalszych prac na struktury o bardziej złożonej geometrii. Równocześnie w kolejnym kroku przewiduje się uwzględnianie rzeczywistej charakterystyki materiału rdzenia.

LITERATURA

1. **Bakunowicz J., Kopecki H.** (2006) Load capacity experimental investigation of composite rectangular sandwich plates under axial compression, *Acta Mechanica Slovaca*, Vol. 10, No 1, 33-40.
2. **Benson A. S., Mayers J.** (1967) General Instability and Face Wrinkling of Sandwich Plates – Unified Theory and Applications, *AIAA J.*, Vol. 5, No 4, 729-739.
3. **Fairbairn W.** (1849) *An account of the Britannia and Conway tubular bridges*, John Weale, London.
4. **Felippa C. A.** (2001) *Nonlinear Finite Element Methods (lecture notes)*. University of Colorado, Boulder.
5. **Gough G. S.; Elam C. F.; de Bruyne N. D.** (1940) The Stabilization of a Thin Sheet by a Continuous Supporting Medium. *J. Roy. Aer. Soc.*, Vol. 44, 12-43.
6. **Kardomateas G. A.** (2005) Wrinkling of Wide Sandwich Panels/Beams With Orthotropic Phases by an Elasticity Approach. *J. App. Mech. T-ASME*, Vol. 72, 818-825.
7. **Kim C. G.; Hong C. S.** (1988) Buckling of Unbalanced Anisotropic Sandwich Plates with Finite Bonding Stiffness. *AIAA J.* Vol. 26, No 8, 982-988.
8. **Librescu L.; Hause T.** (2000) Recent developments in the modelling and behaviour of advanced sandwich constructions: a survey. *Compos. Struct.*, Vol. 48, 1-17.
9. **Noor A. K.; Burton W. S.; Bert C. W.** (1996) Computational models for sandwich panels and shells. *App. Mech. Rev. T-ASME*, Vol. 49, No 3, 155-199.
10. **Ogden R. W.** (1972) Large deformation isotropic elasticity: on the correlation of theory and experiment for compressible rubberlike solids. *P. Roy. Soc. A*, Vol. 328, No 1571, 567-583.
11. **Patorski K.; Kujawińska M.** (1993) *Handbook of the moiré fringe technique*. Elsevier, Amsterdam.
12. **Pearce T. R. A.; Webber J. P. H.** (1972) Buckling of Sandwich Panels with Laminated Face Plates. *Aeronaut. Quart.*, 148-160.
13. **Romanów F.; Stricker L.; Teisseyre J.** (1972) *Stateczność konstrukcji przekładkowych*. Politechnika Wrocławska, Wrocław.
14. **Southwell R. V.; Skan S. W.** (1924) Stability under shearing forces of flat elastic strip. *P. Roy. Soc. A*, Vol. 105, 582.
15. **Sullins R. T.; Smith G. W.; Spier E. E.** (1969) *Manual for Structural Stability Analysis of Sandwich Plates and Shells*. NASA CR1457, Washington, D.C.
16. **Vonach W. K.; Rammerstorfer F. G.** (2000) Wrinkling of thick orthotropic sandwich plates under general loading conditions. *Arch. App. Mech.*, Vol. 70, 338-348.
17. **Zenkert D.** (1996) *An introduction to sandwich construction*. Chameleon Press, London.

STABILITY AND CRITICAL STATES OF ORTHOTROPIC SANDWICH STRUCTURES

Abstract: The paper presents numerical and experimental researches on stability and critical states of sandwich structures. The problem was solved by means of finite element method, concerning geometrical non-linearity. Numerical results compared to the experiment allowed to make some general statements on the design methodology of such structures.

Artykuł w rozszerzonej formie prezentowano na I Kongresie Mechaniki Polskiej w Warszawie, 28-31 sierpnia 2007.

Pracę wykonano w ramach projektu Komitetu Badań Naukowych nr 5 T12C 045 25 .