KONCENTRACJA NAPRĘŻEŃ WOKÓŁ ZAOKRĄGLONEGO KARBU O DOWOLNEJ KRZYWIŹNIE WIERZCHOŁKA

Mykhaylo P. SAVRUK^{*}, Andrzej KAZBERUK^{*}

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

savruk@pb.edu.pl, a.kazberuk@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono jednolite podejście do rozwiązywania zagadnień koncentracji naprężeń wokół karbów ostrych i zaokrąglonych. Wykorzystując metodę osobliwych równań całkowych otrzymano rozwiązanie dla rozciąganej półpłaszczyzny sprężystej zawierającej karb o wierzchołku kołowym o małym promieniu krzywizny. Przejście graniczne w rozwiązaniu numerycznym umożliwiło obliczenie współczynników intensywności naprężeń w wierzchołkach karbów ostrych o dowolnym kącie rozwarcia. Przedstawiono wzory aproksymacyjne do szacowania wartości współczynników koncentracji naprężeń w funkcji promienia krzywizny w wierzchołku karbu.

1. WPROWADZENIE

Obecnie, w mechanice pękania najbardziej rozwinięto metody analizy naprężeń w ciałach ze szczelinami. W znacząco mniejszym stopniu zbadano problemy pękania ciał z ostrymi krawędziowymi karbami, których obecność również wywołuje osobliwości pola napreżeń w ciele liniowo-sprężystym. Fakt ten można tłumaczyć znacznymi trudnościami matematycznymi pojawiającymi się podczas rozwiązywania tego typu zadań. Dlatego duże znaczenie mają różne metody przybliżone rozwiązywania zadań tej klasy na podstawie współczynników koncentracji naprężeń obliczanych dla karbów zaokraglonych małym (ale nie bardzo małym) promieniem krzywizny. W postępowaniu takim, niezbędna jest znajomość zależności o charakterze asymptotycznym pomiędzy współczynnikiem koncentracji wierzchołku karbu zaokraglonego napreżeń W a współczynnikiem intensywności naprężeń w wierzchołku odpowiedniego ostrego koncentratora napreżeń. Zależności te otrzymywano dla karbów o kształtach parabolicznych, hiperbolicznych (Benthem, 1987; Lazzarin i Tovo, 1996; Filippi i inni, 2002) i innych (Strandberg, 1999) mających w otoczeniu wierzchołka zmienny promień krzywizny. Próby ich wykorzystania do obliczeń współczynników intensywności naprężeń w wierzchołkach karbów ostrych prowadziły do wyników o niewystarczającej dokładności. Przeprowadzone badania własne (Savruk i Kazberuk 2006) wykazały, że na stosunek współczynników intensywności i koncentracji naprężeń wpływa nie tylko wielkość promienia krzywizny w wierzchołku karbu lecz również kształt karbu w pewnym otoczeniu wierzchołka. Poniżej zaprezentowano zastosowanie otrzymanej zależności do szacowania współczynników intensywności naprężeń wierzchołku karbu wyciętego w krawedzi w półpłaszczyzny poddanej rozciaganiu oraz wzory aproksymacyjne określające wartości współczynników koncentracji wierzchołkach karbów napreżeń W zaokrąglonych łukami o dowolnej krzywiźnie.

2. ZALEŻNOŚĆ POMIĘDZY WSPÓŁCZYNNIKAMI INTENSYWNOŚCI I KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ DLA KARBÓW OSTRYCH I ZAOKRĄGLONYCH

Pierwszą tego rodzaju zależnością, szeroko stosowaną w praktyce inżynierskiej do oszacowania wielkości maksymalnych naprężeń normalnych σ_{max} w wierzchołku wąskiego U-podobnego karbu poprzez współczynnik intensywności naprężeń K_I , w wierzchołku odpowiedniej szczeliny był wzór,

$$\sigma_{\max} = \frac{K_{\mathrm{I}}}{\sqrt{2\pi}} R_{\mathrm{I}} \rho^{-\lambda} \qquad (\lambda = 1/2, \quad R_{\mathrm{I}} = 2\sqrt{2}), \qquad (1)$$

gdzie ρ – promień krzywizny w wierzchołku karbu. Występujący tu bezwymiarowy parametr R_{I} , nazywany również współczynnikiem wygładzenia naprężeń (Benthem 1987), charakteryzuje przejście od współczynnika intensywności naprężeń w wierzchołku karbu ostrego (lub szczeliny) do maksymalnych normalnych naprężeń} w wierzchołku karbu zaokrąglonego. Wzór postaci (1) występuje w wielu publikacjach m.in. Creagera i Parisa (1967) i Neubera (1977). Łatwo go uzyskać korzystając ze znanego rozwiazania zadania o koncentracii napreżeń wokół otworu eliptycznego (np. Savruk 1989). Uogólnienie wzoru (1) na przypadki karbów o kącie rozwarcia 2β i wierzchołkach zaokrąglonych promieniem krzywizny ρ dokonuje się poprzez zamianę K_I dla szczeliny na K_I^V – uogólniony współczynnik intensywności naprężeń dla karbów ostrych. Parametr λ przyjmuje się jako najmniejszy dodatni pierwiastek równania charakterystycznego

$$(1-\lambda)\sin 2\alpha + \sin(2\alpha(1-\lambda)) = 0, \quad \alpha = \pi - \beta.$$
⁽²⁾

Wartości współczynnika wygładzenia naprężeń R_I obliczane są z następującej formuły aproksymacyjnej ważnej dla karbów o krawędziach prostych i zaokrąglonych łukiem kołowym (Savruk, Kazberuk 2006):

$$R_{\rm I} = \frac{1 + 28,75\gamma + 98,04\gamma^2 - 102,1\gamma^3 + 47,4\gamma^4 - 8,436\gamma^5}{1 + 20,71\gamma}, \quad (3)$$

gdzie $\gamma = \pi/2 - \beta$. Błąd oszacowania nie przekracza 0.1% dla $\beta < 165^{\circ}$.

Uprzednio uważano, że dla karbów U-podobnych (β =0) wzór (1) jest dokładny. Pod uwagę brano jedynie wielkość promienia krzywizny w wierzchołku karbu nie uwzględniając kształtu karbu w otoczeniu wierzchołka. Analiza przedstawiona w we wcześniejszych publikacjach (Savruk, Kazberuk 2006, 2007) wykazała, że zależność pomiędzy współczynnikami intensywności i koncentracji naprężeń dla karbów ostrych i zaokrąglonych a promienieniem krzywizny w wierzchołku jest niejednoznaczna: przy jednakowej krzywiźnie uzyskiwano różne zależności dla różnych kształtów konturu karbu. Zatem, do oceny koncentracji naprężeń w wierzchołkach wąskich karbów o równoległych, prostych krawędziach i wierzchołku w postaci półokręgu zamiast $R_{\rm I} = 2\sqrt{2}$ należy przyjmować dokładniejszą wartość $R_{\rm I} = 2.989$, wynikającą ze wzoru (3).

3. KRAWĘDZIOWY KARB W ROZCIĄGANEJ PÓŁPŁASZCZYŹNIE SPRĘŻYSTEJ

Rozważa się półpłaszczyznę sprężystą ($y \le 0$), osłabioną krawędziowym karbem zaokrąglonym łukiem kołowym o promieniu ρ . Głębokość karbu i kąt rozwarcia ramion oznaczono odpowiednio l i 2 β . Kontur karbu Li brzeg półpłaszczyzny są nieobciążone. Półpłaszczyzna jest rozciągana naprężeniami $\sigma_x^{\infty} = p$ (rys. 1).



Rys. 1 Karb krawędziowy w rozciąganej półpłaszczyźnie

Zespolone potencjały naprężeń (Muskhelishvili 2003) zagadnienia brzegowego zapisano w postaci

$$\Phi_*(z) = \Phi_0(z) + \Phi(z), \quad \Psi_*(z) = \Psi_0(z) + \Psi(z) , \quad (4)$$

gdzie potencjały

$$\Phi_0(z) = p/4, \quad \Psi_0(z) = -p/2$$

opisują jednorodne pole naprężeń w półpłaszczyźnie, a funkcje $\Phi(z)$ i $\Psi(z)$ określają zaburzenie naprężeń wywołane obecnością karbu *L*. Warunek graniczny na konturze karbu przyjmuje postać

$$\sigma_n + i\tau_{ns} = p(t) = -\frac{p}{2} \left(1 - \frac{d\bar{t}}{dt} \right), \ t \in L ,$$
(5)

a w nieskończoności naprężenia są zerowe.

Przedstawienie całkowe rozwiązania zadania granicznego zapisano w postaci (Savruk, 1981)

$$\begin{split} \Phi(z) &= \frac{1}{\pi} \int_{L} [f_1(t,z)g'(t)dt + f_2(t,z)\overline{g'(t)}dt], \\ \Phi'(z) &= \frac{1}{\pi} \int_{L} [g_1(t,z)g'(t)dt + g_2(t,z)\overline{g'(t)}dt], \\ \Psi(z) &= \frac{1}{\pi} \int_{L} [h_1(t,z)g'(t)dt + h_2(t,z)\overline{g'(t)}dt], \end{split}$$

gdzie

$$f_{1}(t,z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-z} - \frac{1}{\bar{t}-z} \right), \qquad f_{2}(t,z) = \frac{t-\bar{t}}{2(\bar{t}-z)^{2}},$$

$$g_{1}(t,z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(t-z)^{2}} - \frac{1}{(\bar{t}-z)^{2}} \right), \qquad g_{2}(t,z) = \frac{t-\bar{t}}{(\bar{t}-z)^{3}},$$

$$h_{1}(t,z) = -\frac{\bar{t}}{2} \left(\frac{1}{(t-z)^{2}} - \frac{1}{(\bar{t}-z)^{2}} \right),$$

$$h_{2}(t,z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-z} - \frac{1}{\bar{t}-z} - \frac{(t-\bar{t})(\bar{t}+z)}{(\bar{t}-z)^{3}} \right).$$
Submission we much a gravity (5) - we have:

Spełniając warunek graniczny (5), uzyskuje się osobliwe równanie całkowe

$$\frac{1}{\pi} \int_{L} \left[K(t,t')g'(t)dt + L(t,t')\overline{g'(t)}dt \right] = p(t'), \quad t' \in L,$$
(6)

którego jądra wyrażają wzory

$$\begin{split} K(t,t') &= f_1(t,t') + \overline{f_2(t,t')} + \overline{\frac{dt'}{dt}} [t' \overline{g_2(t,t')} + \overline{h_2(t,t')}], \\ L(t,t') &= f_2(t,t') + \overline{f_1(t,t')} + \overline{\frac{dt'}{dt}} [t' \overline{g_1(t,t')} + \overline{h_1(t,t')}]. \end{split}$$

Równanie konturu karbu L zapisano w postaci parametrycznej $t=l\omega(\xi)$, przy $-1 \le \xi \le -1$. Uwzględniając warunki symetrii zadania

$$g'(-t) = -\overline{g'(t)}, \ t \in L ,$$
(7)

równanie całkowe (6) sprowadza się do układu n zespolonych liniowych równań algebraicznych (Savruk i inni, 1989)

$$\begin{cases} \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{n} \left[M^{*} \left(\xi_{k}, \eta_{m} \right) u^{*} \left(\tau_{k} \right) + N^{*} \left(\xi_{k}, \eta_{m} \right) \overline{u^{*} \left(\tau_{k} \right)} \right] = p \left(\eta_{m} \right), \\ m = \overline{1 \dots n - 1}, \\ u^{*} (+1) = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k} \left\{ \operatorname{Re} u^{*} \left(\xi_{k} \right) \left[\sin \frac{\pi (2k-1)}{4n} \right]^{-1} + i \operatorname{Im} u^{*} (\xi_{k}) \cot \frac{\pi (2k-1)}{4n} \right] = 0 \end{cases}$$

z *n* zespolonymi niewiadomymi $u^*(\tau_k), k = \overline{1, ..., n}$. Przyjęto następujące oznaczenia:

$$M^{*}(\xi_{k},\eta_{m}) = M(\xi_{k},\eta_{m}) - N(-\xi_{k},\eta_{m}),$$

$$N^{*}(\xi_{k},\eta_{m}) = N(\xi_{k},\eta_{m}) - M(-\xi_{k},\eta_{m});$$

$$\begin{split} &M(\xi,\eta) = lK(\omega(\xi),\omega(\eta)), \quad N(\xi,\eta) = lL(\omega(\xi),\omega(\eta)); \\ &\xi = G(\tau), \quad \eta = G(\theta); \quad g'(\omega(\xi))\omega'(\xi) = u(\xi)/\sqrt{1-\xi^2}, \\ &u^*(\tau)/\sqrt{1-\tau^2} = u(\xi)G'(\tau)/\sqrt{1-\xi^2}; \\ &\xi_k = G(\tau_k), \quad \tau_k = \cos\frac{\pi(2k-1)}{4n}, \quad k = \overline{1,...,n}; \\ &\eta_m = G(\theta_m), \quad \theta_m = \cos\frac{\pi m}{2n}, \quad m = \overline{1,...,(n-1)}. \end{split}$$

Jako nieliniową transformację zagęszczającą węzły kwadratury i węzły kolokacji w otoczeniu punktu $\xi=0$ (wierzchołka karbu) w celu zwiększenia dokładności rozwiązania równania całkowego przy małych wartościach parametru $\varepsilon = \rho/l$, wybrano funkcję (Johnston i Elliot 2005) $G(\tau) = d \operatorname{sh}(\mu \tau), \mu = \operatorname{arsh}(d),$

gdzie stałą *d* dobiera się na drodze eksperymentu numerycznego (tu przyjęto $d=10^{-5}$).

Naprężenia w punkcie *A* (wierzchołku karbu) oblicza się ze wzoru (Savruk i inni, 1989)

$$(\sigma_s)_{\max} = 4 \operatorname{Im} \frac{u^*(0)}{G'(0)\omega'(0)}$$

Wartość u^{*}(0) wylicza się przeprowadzając interpolację Lagrange'a na węzłach Chebysheva. Uwzględniając symetrię rozwiązania (7), poszukiwana wartość wyznaczana jest z następującego wzoru:

$$u^*(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+n} \tan \frac{\pi(2k-1)}{4n} \operatorname{Im} u^*(\xi_k).$$

Uogólnione współczynniki intensywności naprężeń K_I^V w wierzchołku *A* ostrego karbu oblicza się z równania

$$K_{\rm I}^{\rm V} = \left(\sqrt{2\pi}/R_{\rm I}\right) \lim_{\rho \to 0} \rho^{\lambda}(\sigma_s)_{\rm max} \tag{8}$$

Obliczenia przeprowadzono dla parametru ε zmieniającego się w przedziale 0,0002 $\leq \varepsilon \leq 1$. Kąt rozwarcia karbu zawierał się w przedziale od 0° do 170°. Otrzymane wartości bezwymiarowego współczynnika intensywności naprężeń $F_{\rm I}^{\rm V} = K_{\rm I}^{\rm V} / (pl^{\lambda}\sqrt{\pi})$ w funkcji kąta rozwarcia 2 β przedstawiono na rys. 2, przyjmując że $F_{\rm I}^{\rm V} = \sqrt{2}$ dla $2\beta = \pi$. Identyczne wyniki (różnice nie przekraczały 0,1%) dla kątów 0° $\leq \beta \leq 150°$ z krokiem 15° podał Dunn i inni (1997).

Dla niektórych wartości kąta rozwarcia karbu $2\beta = \{0^{\circ}; 30^{\circ}; 60^{\circ}; 90^{\circ}\}$ zbudowano zależność aproksymacyjną pozwalającą szacować wartość współczynnika koncentracji naprężeń w wierzchołku *A* w funkcji parametru ε

$$k_A = a + 2(1 - b \tanh(c \ln \varepsilon))\varepsilon^{-\lambda}, \ 0 < \varepsilon \le 1,$$
(9)

Wartości stałych *b* i c przedstawiono w tab. 1. Współczynnik a = 1,065 nie zależy od kąta rozwarcia karbu odpowiadając wartości współczynnika koncentracji



Rys. 2. Uogólniony bezwymiarowy współczynnik intensywności naprężeń w funkcji kąta rozwarcia karbu.

Tab. 1. Wartości współczynników we wzorze (9)

2β	λ	R_I	b	С
0°	0,5000	2,989	0,1825	0,283
30°	0,4986	2,999	0,2013	0,258
60°	0,4878	2,986	0,2521	0,250
90°	0,4555	2,901	0,3420	0,259

naprężeń dla karbu o kształcie półokręgu, tzn. $k_A = 3,065$ (Pilkey 1997). Stałą *b* wylicza się z warunku

$$2(1+b) = \lim_{\varepsilon \to 0} [\varepsilon^{\lambda} k_A] = \frac{1}{p} \lim_{\varepsilon \to 0} [\varepsilon^{\lambda} (\sigma_s)_{\max}] = \frac{K_{\rm I}^{\rm V} R_{\rm I} l^{-\lambda}}{p\sqrt{2\pi}}$$

dla znanych wartości parametru λ i współczynnika R_I (tab. 1). Wartości stałej *c* uzyskano stosując aproksymację metodą najmniejszych kwadratów. Błąd względny otrzymanej zależności (9) nie przekracza 0,1%.

Podobną zależność dla półeliptycznego karbu krawędziowego o głębokości l i minimalnym promieniu krzywizny $\rho(\varepsilon = \rho/l)$ podał Neuber (1977)

$$k_t = \frac{1+2,48/\sqrt{\varepsilon}+1,16/\varepsilon}{1+0,517/\sqrt{\varepsilon}}, \quad 0 < \varepsilon \le 1,$$
(10)

Wzór ten pozwala szacować wartość współczynnika koncentracji naprężeń z maksymalnym błędem równym 1%.

W praktyce inżynierskiej (Pilkey 1997) dla wąskich $(0,003 \le \le \le 1)$ karbów krawędziowych pół-eliptycznego i U-podobnych ($\beta = 0$) stosuje się taką samą zależność. Porównanie wyników (9) przy $\beta = 0$ i (10) prowadzi do wniosku, że współczynniki koncentracji naprężeń w przypadku karbu półeliptycznego są zawsze mniejsze niż dla U-kształtnego. Względna różnica odpowiednich wartości jest mniejsza od 1% przy $0,6 \le \le 1$ i rośnie osiągając wartość 5,4% kiedy parametr ε dąży do zera. W pracy (Noda i innych, 1995), dla karbów o kącie rozwarcia $2\beta = 60^{\circ}$ przedstawiono następującą zależność aproksymacyjną współczynnika koncentracji naprężeń od parametru

$$k_{t} = (1,035 - 0,0261\varepsilon^{1/2} - 0,145\varepsilon + 0,084\varepsilon^{3/2})k_{t,H}, \quad (11)$$

gdzie $0 < \varepsilon \le 1$ oraz
 $k_{t,H} = (1,121 - 0,2846\varepsilon^{1/2} + 0,3397\varepsilon - 0,1544\varepsilon^{3/2})k_{t,E},$
 $k_{t,E} = 1 + 2/\sqrt{\varepsilon}$.

Współczynniki we wzorach (11) otrzymano metodą najmniejszych kwadratów na podstawie wyników numerycznych dla zagadnienia koncentracji naprężeń rozwiązywanego metodą sił masowych (Nisitani, Noda 1986). Błąd względny tego oszacowania nie przekracza 0,2%.

Porównanie zależności aproksymacyjnych (9)dla karbów o rozwarciu $2\beta = 60^{\circ}$ z wynikami obliczanymi na podstawie wzoru (11), wskazuje, że w przedziale 0,008≤*ε*≤1 różnice w obliczanych wartościach nie przekraczają 0,2%. Jednakże wraz ze zmniejszaniem się parametru ε ta różnica rośnie, osiągając 1% dla ε =0,002. Ponieważ we wzorze (11) nie występują składniki z mnożnikiem $exp(-\lambda)$, zatem współczynnik koncentracji naprężeń (11) nie osiąga wartości granicznej. Stąd, dla $\varepsilon \rightarrow 0$ błąd względny oszacowania rośnie do nieskończoności.

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie wcześniej otrzymanej przez Autorów zależności pomiędzy współczynnikami koncentracji naprężeń dla intensywności karbów ostrych i i zaokrąglonych łukiem kołowym, przedstawiono jednolite podejście do rozwiązywania zagadnień o koncentracji naprężeń wokół krawędziowych koncentratorów naprężeń. Wykorzystując metodę osobliwych równań całkowych i transformacje sigmoidalne do numerycznego obliczania całek quasi-osobliwych otrzymano rozwiazanie zagadnienia o koncentracji napreżeń w rozciaganej półpłaszczyźnie sprężystej zawierającej karb o krawędziach prostych zaokrąglony łukiem kołowym o małym promieniu krzywizny ρ . Następnie przechodząc do granicy, kiedy $\rho \rightarrow 0$, uzyskano współczynniki intensywności naprężeń w wierzchołku odpowiedniego karbu ostrego. Na tej podstawie zbudowano wzory aproksymacyjne na współczynniki koncentracji naprężeń w wierzchołkach karbów zaokrąglonych łukami kołowymi o dowolnej krzywiźnie. Przedstawiono wyniki analizy numerycznej dla krawędziowych karbów o dowolnym kącie rozwarcia. Przeprowadzone porównania szczególnych przypadków z wynikami uzyskiwanymi innymi metodami wykazały wysoką efektywność prezentowanego podejścia.

LITERATURA

- 1. Benthem J.P. (1987), Stresses in the region of rounded corners, *Int. J. Solids Struct.*, 23, 239-252.
- Creager M., Paris P.C. (1967), Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, // Int. J. Fract. Mech., 3, 247-252.
- 3. Dunn M.L., Suwito W., Cunningham S. (1997), Stress intensities at notch singularities, *Eng. Fract. Mech.*, 57, 417-430.
- 4. Filippi S., Lazzarin P., Tovo R. (2002), Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead

of notches in plates, Int. J. Solids Struct., 39, 4543 - 4565.

 Johnston P.R., Elliott D. (2005), A sinh transformation for evaluating nearly singular boundary element integrals, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 62. 564-578.

- 6. Lazzarin P., Tovo R. (1996), A unified approach to the evaluation of linear elastic stress field in the neighbourhood of crack and notches, *Int. J. Fract.*, **78**, 3-19.
- 7. **Muskhelishvili** N.I. (2003) Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, *Springer*, 768 p.
- 8. **Neuber H.** (1977), Die halbelliptische Kerbe mit Riss als Beispiel zur Korrelation von Mikro- und Makrospannungskonzentrationen, *Ing.-Arch.*, **46**, 389-399.
- 9. Nisitani H., Noda N.A. (1986), Stress concentration of a strip with double edge notches under tension or in-plane bending, *Eng. Fract. Mech.*, **23**, 1051-1065.
- 10. Noda N.-A., Sera M., Takase Y. (1995), Stress concentration factors for round and flat test specimens with notches, *Int. J. Fatig.*, **17**, 163-178.
- 11. **Pilkey W.D.** (1997), Peterson's Stress Concentration Factors, 2 ed., 544 p.
- 12. Savruk M.P. (1981) Dvumernye zadači yprugosti dlâ tel s Teresinami, *Nauk. Dumka*, 324 s.
- Savruk M.P. (1988) Koèfficienty intensivnosti naprâženij v telah s treŝinami, Meh. razrušeniâ i pročnost' materialov / Sprav. posobie pod red. V.V.Panasŭka, *Nauk. Dumka* 620 c.
- Savruk M.P., Kazberuk A. (2006), Zaležnisť miž koeficientami intensivnosti ta koncentraciĭ napružen' dlâ gostryh i zakruglenyh kutovyh vyriziv, *Fiz.-him. mehanika* materialiv, 42, 56-65.
- Savruk M.P., Kazberuk A. (2007), Edinyj podhod k rešeniŭ zadač o koncentracii naprâženij okolo ostryh i zakruglennyh uglovyh vyrezov, *Prikladnaâ mehanika*, 43, 70-87.
- Savruk M.P., Osiv P.N., Prokopčuk I.V. (1989), Ĉislennyj analiz v ploskih zadačah teorii treŝin, *Nauk. dumka*, 248 s.
- 17. Strandberg M. (1999), A numerical study of the elastic stress arising from sharp and blunt V-notches in a SENT-specimen, *Int. J. Fract.*, **100**, 329-342.

STRESS CONCENTRATION NEAR A ROUNDED V-NOTCH WITH ARBITRARY VERTEX CURVATURE

Abstract: The unified approach to solve problems of stress concentration around sharp and rounded V-shaped notches in an elastic half-plane based on singular integral equation method was proposed. At first, the problem was solved for an elastic domain with V-shaped notch with rounded vertex of small radius of curvature. Then the passage to the limit, when curvature radius tends to zero, was used to obtain stress intensity factor at the vertex of sharp V-notch. The numerical results of stress intensity factors and stress concentration factors for the edge V-shaped notch in a half-plane were discussed.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu nr W/WM/9/06 realizowanego w Politechnice Białostockiej