

DWUPOWIERZCHNIOWY MODEL WZMOCNIENIA PLASTYCZNEGO PRZY PRZEMIANIE FAZOWEJ I DEFORMACJI CYKLICZNEJ

Zenon MRÓZ*, Grażyna ZIĘTEK**

* Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, ul. Świętokrzyska 21, 00-049 Warszawa

** Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, ul. Smoluchowskiego 25, 50-370 Wrocław

zmroz@ippt.gov.pl, Grazyna.Zietek@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono model ciała sprężysto-plastycznego uwzględniający powstawanie fazy martenzytycznej indukowanej odkształceniem plastycznym. Równania ewolucji dla współrzędnych środka powierzchni plastyczności są funkcjami parametrów wyznaczonych przez powierzchnię graniczną. Zmodyfikowana postać równania opisującego powierzchnię plastyczności pozwala na uzależnienie parametrów wzmocnienia od udziału martenzytu. Zaproponowany model przeanalizowano na przykładzie jednoosiowego cyklicznego ściskania i rozciągania.

1. WPROWADZENIE

Pośród wielu procesów nieodwracalnych zachodzących w stalach ważne miejsce zajmują przemiany fazowe. Jedną z takich przemian jest przemiana martenzytyczna indukowana odkształceniem plastycznym lub naprężeniem. Występuje ona w szerokiej grupie stali austenitycznych – głównie wysokomanganowych i wysokoniklowych. Przemianę wywołaną przyłożonym naprężeniem lub odkształceniem plastycznym nazywamy atermiczną i może ona zachodzić w znacznie wyższych temperaturach niż przemiana termiczna (np. w temperaturze pokojowej). W efekcie powstania drugiej fazy, jaką jest martenzyt w austenicie zmieniają się dość istotnie związki konstytutywne, a dokładniej związki między tensorem odkształcenia i naprężenia. Przykładem takich zmian jest np. zmiana kształtu pętli histerezy oraz krzywej cyklicznego odkształcania przy cyklicznym jednoosiowym rozciąganiu i ściskaniu, a mianowicie pojawia się charakterystyczny punkt przegięcia (Mughrabi i Christ, 1997; Kaleta i Ziętek, 1998). Równania opisujące wzmocnienie materiału powinny to zjawisko uwzględniać. Najczęściej używanym w literaturze przedmiotu parametrem będącym miarą powstającego martenzytu jest objętościowy udział fazy martenzytycznej w austenicie (Fischer, 1992). Ponieważ procesy plastycznego odkształcania i transformacji martenzytycznej są procesami sprzężonymi, to ilość martenzytu będzie zależała od odkształcenia plastycznego, a dokładniej od trajektorii tego odkształcenia, a parametry wzmocnienia od ilości powstałego martenzytu.

2. MODEL WZMOCNIENIA PLASTYCZNEGO

Do opisu materiału z przemianą martenzytyczną zaproponowano model ciała sprężysto-plastycznego, którego parametry wzmocnienia plastycznego zależą od odległości powierzchni plastyczności od powierzchni granicznej.

Powierzchnia plastyczności określona jest znanym z literatury przedmiotu równaniem Hubera –von Misesa.

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}_p) = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{X}_p)(\mathbf{s} - \mathbf{X}_p)} - \sigma_0 \leq 0 \quad (1)$$

Zakładamy również stowarzyszone prawo płynięcia,

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p = \dot{\lambda} \mathbf{N} = \dot{\lambda} \frac{3(\mathbf{s} - \mathbf{X}_p)}{2\sigma_0}, \quad \dot{\lambda} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p} \quad (2)$$

gdzie \mathbf{s} jest dewiatorem tensora naprężenia, \mathbf{X}_p tensorem naprężeń wstecznych (back stress), a σ_0 jest jej promieniem. Wektor \mathbf{N} jest wektorem normalnym do powierzchni plastyczności w punkcie o współrzędnych s_{ij} . Następnie wprowadzamy powierzchnię graniczną stowarzyszoną z parametrem wzmocnienia kinematycznego:

$$\Phi(\mathbf{X}_p) = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{X}_p \cdot \mathbf{X}_p} - X_0 = 0, \quad (3)$$

gdzie X_0 jest promieniem tej powierzchni. Promień ten może być funkcją długości trajektorii odkształcenia plastycznego λ , jak i ilości martenzytu. Równanie ewolucji dla współrzędnych środka powierzchni plastyczności przyjmujemy w postaci

$$\dot{\mathbf{X}}_p = \dot{\lambda} C(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_p), \quad (4)$$

gdzie \mathbf{X}_1 jest punktem na powierzchni granicznej, o tym samym wektorze normalnym \mathbf{N} co punkt na powierzchni plastyczności. Jeśli promień powierzchni granicznej X_0 jest stały, to otrzymujemy model równoważny do modelu zaproponowanego przez Fredericka i Armstronga.

3. TRANSFORMACJA MARTENZYTYCZNA

W rozważanym procesie transformacja martenzytyczna wywołana jest powstającym odkształceniem plastycznym. Zatem warunki zachodzenia przemiany fazowej muszą być

sprężone z procesem plastycznej deformacji. Zakładamy istnienie powierzchni transformacji:

$$\Psi(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y}) \cdot (\mathbf{X}_p - \mathbf{Y})} - X_{to} = 0, \quad (5)$$

gdzie \mathbf{Y} jest środkiem tej powierzchni, a X_{ot} jej promieniem. Przy takich założeniach siłą napędową transformacji martenzytycznej jest tensor \mathbf{X}_p . Równania ewolucji dla parametru \mathbf{Y} przyjmujemy w postaci:

$$\dot{\mathbf{Y}} = C_t(\xi, \mathbf{X}_p) \mathbf{N}_t \dot{\mu}, \quad (6)$$

gdzie \mathbf{N}_t jest wektorem normalnym do powierzchni (5):

$$\mathbf{N}_t = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{X}_p} = \frac{3(\mathbf{X}_p - \mathbf{Y})}{2X_{to}}. \quad (7)$$

Z warunków zgodności wyznaczamy mnożnik $\dot{\mu}$:

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{X}_p} \cdot \dot{\mathbf{X}}_p + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{N}_t \cdot \dot{\mathbf{X}}_p - \mathbf{N}_t \cdot \dot{\mathbf{Y}} = 0. \quad (8)$$

Stąd

$$\dot{\mu} = \frac{C}{C_t(\xi, \mathbf{X}_p)} \mathbf{N}_t \cdot (\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_p) \dot{\lambda}. \quad (9)$$

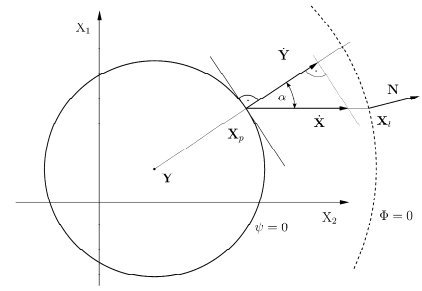
Możemy więc określić warunki zachodzenia przemiany martenzytycznej. Odciążenie lub stan neutralny zachodzą, gdy $\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{0}$, $\mathbf{N}_t \cdot \dot{\mathbf{X}}_p = 0$ lub $\mathbf{N}_t \cdot \dot{\mathbf{X}}_p < 0$. Zaś w procesie aktywnym mamy:

$$\dot{\mathbf{Y}} = C \mathbf{N}_t \left| \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_p \right| \cos \alpha \dot{\lambda}, \quad (10)$$

gdzie α jest kątem między wektorem $\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_p$ i wektorem \mathbf{N}_t normalnym do powierzchni (5) (Rys.1.). Następnie należy założyć równanie ewolucji dla objętościowego udziału martenzytu w austenicie ξ . Najczęściej, w literaturze przedmiotu, przyrost fazy martenzytycznej jest liniową funkcją przyrostu długości trajektorii odkształcenia plastycznego (Fischer, 1992). Proces transformacji może rozpoczynać się wraz z wystąpieniem odkształcenia plastycznego lub, gdy skumulowane odkształcenie plastyczne λ przekroczy pewną wartość progową (Garion i Skoczniak, 2002). W pracy przyjęto podobne równanie, z tym, że faza martenzytyczna wzrasta tylko dla przyrostu odkształceń plastycznych określonych powierzchnią (5), a mianowicie:

$$\dot{\xi} = b(\xi^* - \xi) \dot{\lambda}_t, \quad (11)$$

gdzie λ_t jest długością trajektorii odkształcenia plastycznego, które powstaje gdy aktywna jest powierzchnia transformacji (5), a ξ^* jest wartością graniczną udziału martenzytu w austenicie. W pracy (Piwecki, 1987) wykazano, że przy tak generowanym procesie taka wartość istnieje i $\xi^* < 1$.

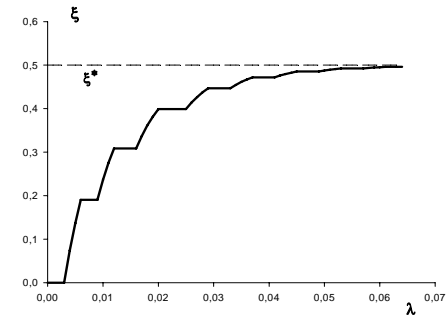


Rys. 1. Powierzchnia transformacji martenzytycznej.

Rozwiązując równanie (11) wyznaczmy zależność udziału martenzytu w austenicie od długości trajektorii odkształcenia plastycznego λ_t :

$$\xi = \xi^* \left(1 - e^{-b\lambda_t} \right) \quad (12)$$

Na rysunku 2 przedstawiono zależność parametru ξ od długości trajektorii odkształcenia plastycznego λ . Poziome odcinki krzywej odpowiadają procesowi, gdy $\dot{\lambda}_t = 0$



Rys. 2. Narastanie martenzytu w zależności od długości trajektorii λ .

W obszarze zachodzenia transformacji martenzytycznej na położenie środka powierzchni plastyczności ma wpływ nie tylko odkształcenie plastyczne, ale również faza martenzytyczna. Zakładamy, że w tym obszarze położenie środka powierzchni plastyczności opisane jest wzorem

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}_p + \mathbf{X}_t(\mathbf{Y}, \xi) \quad (13)$$

\mathbf{X}_t jest naprężeniem wstecznym (back stress), które pojawia się wraz ze wzrostem udziału martenzytu w austenicie. Wtedy równanie określające powierzchnię plastyczności przyjmuje postać:

$$F = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{Z}) \cdot (\mathbf{s} - \mathbf{Z})} - \sigma_o = 0. \quad (14)$$

Zakładając $X_{ot} = 0$ (martenzyt powstaje przy dowolnym odkształceniu plastycznym) oraz

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}_p + a(\xi)(\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}) \mathbf{Y} \quad (15)$$

otrzymujemy zależność zaproponowaną w pracy Mroza i Ziętek (2007).

4. JEDNOOSIOWE CYKLICZNE ŚCISKANIE Z ROZCIĄGANIEM

Zakładamy stan cyklicznego jednoosiowego ściskania i rozciągania. Równania (1), (3) i (5) są postaci:

$$\begin{aligned} |\sigma - X_p| &= \sigma_o, \\ \dot{X}_p &= C(X_1 - X_p)\dot{\lambda} = C(X_1 - X_p)\dot{\epsilon}_{pl}, \\ \Phi(X_p) &= |X_p| - X_o = |X_1| - X_o = 0, \\ \Psi(X_p - Y) &= |X_p - Y| - X_{to} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie σ jest naprężeniem zmieniającym się cyklicznie. Zakładamy, że promień powierzchni granicznej jest funkcją długości trajektorii odkształcenia plastycznego i udziału martenzytu w austenicie, czyli

$$X_o = X_2(\xi) - X_2(\xi) - X_1]e^{-\omega\lambda}, \quad \lambda = \int_0^t |\dot{\epsilon}_{pl}| dt, \quad (17)$$

gdzie X_1 jest początkowym promieniem powierzchni granicznej dla $\lambda=0$. X_2 dąży asymptotycznie do pewnej wartości $X_{max} = X_2(\xi^*)$. W tym przypadku równanie (16)₂ jest równaniem liniowym o stałych współczynnikach i możemy wyznaczyć analitycznie zależność X_p od długości trajektorii (skumulowanego odkształcenia plastycznego λ), a co za tym idzie od odkształcenia plastycznego:

$$X_p(\lambda) = De^{-C\lambda} \pm \left[\frac{Ce^{-\omega\lambda}}{C - \omega} (X_{max} - X_1) + X_{max} \right], \quad (18)$$

gdzie D jest stałą wyznaczaną z warunków początkowych określonych dla chwili, którą przyjmujemy jako początek stanu ustalonego. Gdy $X_p = X_{ot}$ zaczyna powstawać martenzyt i zachodzi równanie (16)₄. W chwili rozpoczęcia transformacji mamy $Y = 0$. Z równania (13) otrzymujemy związek między naprężeniem i X_p , a co za tym idzie odkształceniem plastycznym:

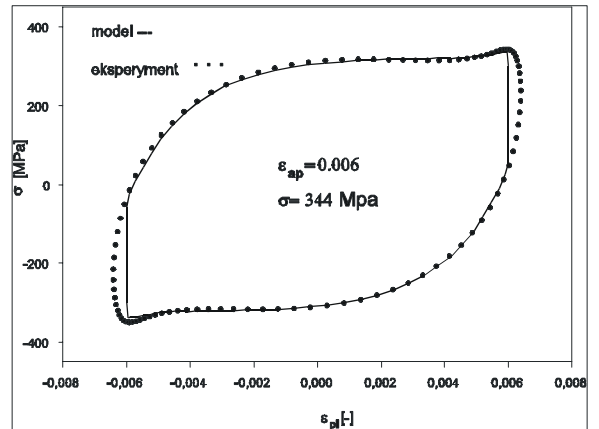
$$\sigma = X_p + f(Y) = X_p + X_t(X_p - X_{ot}, \xi). \quad (19)$$

5. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW

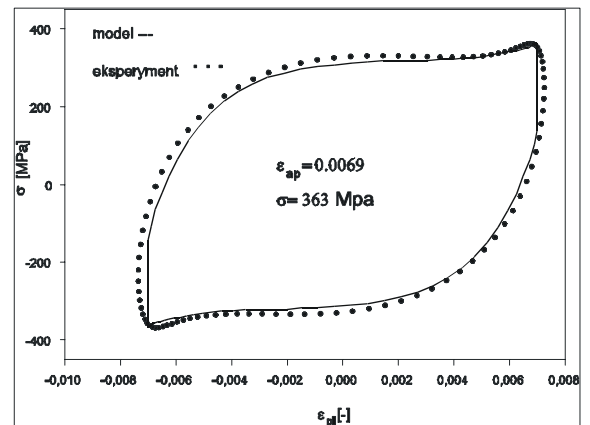
Identyfikację parametrów modelu oraz funkcji $xT(Y)$ dla stanów ustalonych, tj., gdy X_o i ζ są bliskie wartościom asymptotycznym, wykonano na podstawie prób cyklicznego jednoosiowego ściskania i rozciągania przy kontrolowanej amplitudzie odkształcenia plastycznego, a następnie przeprowadzono symulację początkowego okresu obciążania (począwszy od pierwszego cyklu). Badania eksperymentalne przeprowadzono na próbkach cylindrycznych wykonanych ze stali austenitycznej typu 304L. Próbkę poddawane były ściskaniu i rozciąganiu. Wielkościami mierzonymi były przebiegi naprężenia i przebieg odkształcenia całkowitego, przy stałej amplitudzie odkształcenia plastycznego ϵ_{ap}

Martenzyt wykrywano metodami magnetycznymi i mikroskopowymi. Dokładny opis eksperymentu podano w pracy Kalety i Ziętek (1998). Do aproksymacji średniokwadratowej wykorzystano pakiet oprogramowania PLOT4.0. Wyznaczanymi wielkościami była funkcja $X_t(Y)$

oraz parametry C , X_{max} i X_{ot} dla granicznej wartości parametru $\xi = \xi^*$. Identyfikację przykładowych pętli histerezy przedstawiono na rysunkach 3 i 4.



Rys. 3. Zależność σ od ϵ_{pl} przy stałej amplitudzie odkształcenia plastycznego $\epsilon_{ap} = 0.006$

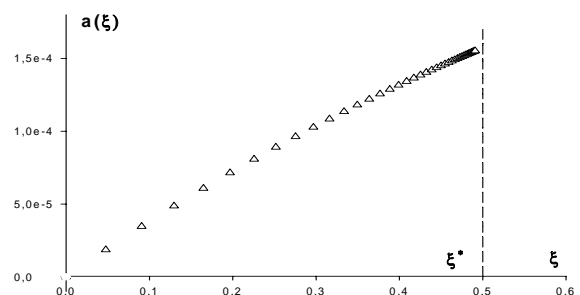


Rys. 4. Zależność σ od ϵ_{pl} przy stałej amplitudzie odkształcenia plastycznego $\epsilon_{ap} = 0.0069$

Założono potęgową postać funkcji $X_t(X_p - X_{ot}, \xi)$, a mianowicie:

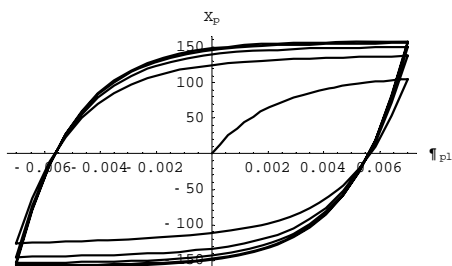
$$X_t(Y, \xi) = a(\xi)(X_p - X_{ot})^n \xrightarrow{N \rightarrow \infty} a^*(X_p - X_{ot})^n, \quad (20)$$

gdzie n jest nieparzystą liczbą naturalną, N liczbą cykli, a $a^* = a(\xi^*)$.



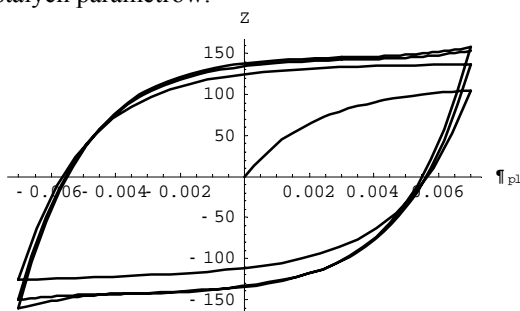
Rys. 5. Przykładowa zależność między parametrem a i objętościowym udziałem martenzytu w austenicie ξ

Następnie wykonano symulacje funkcji $X_p(\varepsilon_{pl})$ oraz $Z_p(\varepsilon_{pl})$ począwszy od pierwszego cyklu odkształcenia plastycznego, zakładając postać funkcji $a(\xi)$ oraz $X_o(\xi)$ i przyjmując $\sigma_o = 160$ MPa, $X_{ot} = 140$ MPa oraz wartości parametrów modelu uzyskanych z jednoczesnej aproksymacji pętli histerezy dla różnych amplitud odkształcenia plastycznego, dla stanów ustalonych: $C = 513$, $X_{max} = 160$ MPa, $n = 5$.



Rys. 6. Zależność X_p od ε_{pl} przy stałej amplitudzie

Obliczenia wykonano wykorzystując pakiet oprogramowania *Mathematica* przy założeniu liniowości funkcji $a(\xi)$ (rys. 5) i postaci funkcji $X_o(\xi)$ (wzór (17)). Na rysunku 6 przedstawiono zależność X_p od odkształcenia plastycznego począwszy od pierwszego cyklu obciążenia. Kolejne pętle dążą asymptotycznie do pętli otrzymanej dla stanu ustalonego. Prędkość zbieżności uzależniona jest tylko od zbieżności ξ i zależności od tej wielkości pozostałych parametrów.



Rys. 7. Zależność Z od ε_{pl} przy stałej amplitudzie

Następnie wyznaczono zależność $Z(X_p) = Z(\varepsilon_{pl})$. Ponieważ Z jako funkcja X_p jest ciągła, to zbieżność pętli $X_p(\varepsilon_{pl})$ implikuje zbieżność $Z(\varepsilon_{pl})$, a co za tym idzie zbieżność pętli histerezy $\sigma - \varepsilon$. Na rysunku 7 początkowe pętle $Z - \varepsilon_{pl}$.

6. WNIOSKI

W pracy przedstawiono opis materiału sprężysto-plastycznego, w którym zachodzi przemiana martenzytyczna indukowana odkształceniem plastycznym. Oprócz powierzchni plastyczności, która jest jednocześnie warunkiem zachodzenia procesu plastycznego odkształcenia wprowadzono powierzchnię określającą warunki zachodzenia przemiany martenzytycznej. Równania ewolucji dla parametrów wzmocnienia kinematycznego określane są poprzez powierzchnię graniczną. Parametry modelu są funkcjami objętościowego udziału martenzytu w austenicie. Identyfikację parametrów modelu

przeprowadzono na podstawie prób cyklicznego, jednoosiowego obciążania. Zaproponowany model dobrze opisuje stany jednoosiowe. Następnym etapem pracy będzie jego analiza dla stanów złożonych.

LITERATURA

1. **Fischer F.D.**, (1992), Transformation induced plasticity in triaxially loaded steel specimens subjected to a martensitic transformation, *Eur. J. A/Solids*, Vol. 11, 233-244.
2. **Kaleta J., Ziętek G.** (1998), Representation of cyclic properties of austenitic steels with plasticity-induced martensitic transformation, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials*, Vol. 21, 955-964.
3. **Mróz Z., Ziętek G.** (2007), Modeling of cyclic hardening of metals coupled with martensitic transformation, *Archiwum Mechaniki Stosowanej*, Vol. 59, 1-20.
4. **Mughrabi H., Christ H-J.** (1997), Cyclic deformation and fatigue of selected ferritic and austenitic steels: Specific aspects, *LSIJ International*, Vol. 37, 1145-1169.
5. **Piwecki M.**, (1987), Strain-induced austenite transformation in 1H18N9 stainless steel under combined state of stress, *Arch. Metallurgy*, Vol. 32, 150-161.
6. **Garion C., Skoczeń B.** (2002), Modeling of strain-induced martensitic transformation for cryogenic applications, *J. Appl. Mech.*, Vol. 69, 755-762.

TWO SURFACE MODEL OF PLASTIC HARDENING FOR MARTENSITIC TRANSFORMATION CYCLIC DEFORMATION

Abstract: The present work provides the formulation of constitutive model for elasto-plastic material with account for mixed (isotropic-kinematic) hardening dependent on the martensitic transformation process induced by plastic straining. The yield surfaces, limit back stress surface and transformation surface are introduced and the back stress evolution affected by martensitic volume fraction is proposed. The model is applied to simulate uniaxial cyclic deformation and the material parameters are identified from the available experimental data. The model predictions are confronted with experimental cyclic stress-strain curve generated for the austenitic steel.