

NUMERYCZNA ANALIZA PĘKANIA PRÓBEK Z KARBAMI WYKONANYCH Z MATERIAŁÓW SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNYCH

Lukasz DERPEŃSKI*, Andrzej SEWERYN*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

derpik@pb.bialystok.pl, seweryn@pb.bialystok.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki analizy numerycznej pól naprężeń i odkształceń w rozciąganych próbkach z korbami o różnym kształcie wykonanych ze stopu aluminium EN2024. Wykorzystano metodę elementów skończonych oraz sprężysto-plastyczny model materiału z wzmocnieniem izotropowym. Analizowano rozkład naprężeń głównych, odkształceń głównych oraz maksymalnego plastycznego odkształcenia postaciowego w płaszczyźnie dna karbu. Zaproponowano naprężeniowe kryterium pęknięcia próbek z korbami, w których uwzględniono maksymalne wartości plastycznych odkształceń postaciowych.

1. WPROWADZENIE

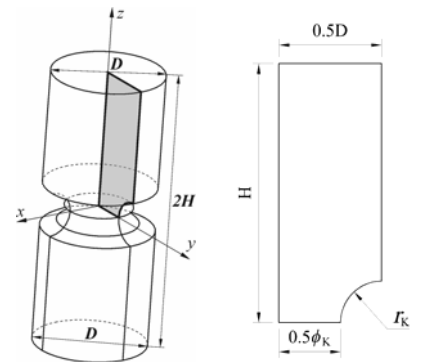
Proces pęknięcia materiału jest wynikiem złożonych procesów fizycznych, zachodzących w skali mikroskopowej (Thomason, 1990, Öchsner i inni, 2001, Bandsta i inni, 2004). W skali makroskopowej za pęknięcie odpowiadają wartości zmiennych stanu, będących składowymi tensora naprężenia i odkształcenia oraz ich zmienność w trakcie obciążenia (Bao, 2001). Wartości te są wyznaczone za pomocą obliczeń numerycznych, np. z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES) (Zienkiewicz, 2005). Znaczący wpływ na pęknięcie elementów ma obecność koncentratorów naprężeń i odkształceń, np. korbów (Bao, 2005, Wierzbiński, 2005).

2. ANALIZA NUMERYCZNA

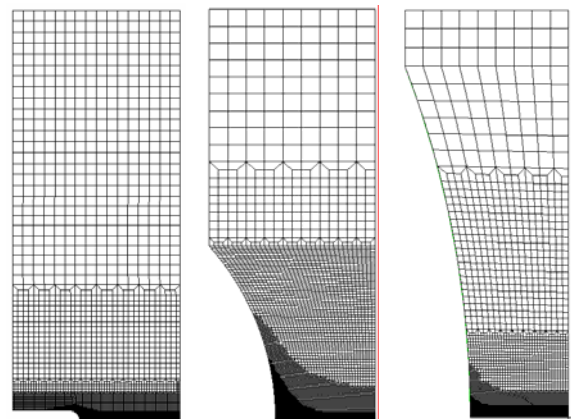
Pola naprężeń i odkształceń w próbkach z korbami wykonanych ze stopu aluminium EN2024 określono za pomocą programu MSC.MARC bazującego na metodzie elementów skończonych. W obliczeniach uwzględniono osiową symetrię próbki oraz symetrię karbu (rys. 1). Zastosowano czterowęzłowe izoparametryczne elementy skończone (MSC.Soft., 2005), przeznaczone do analizy zagadnień osiowosymetrycznych. Uwzględniono nieliniowość geometryczną i materiałową. Przykładowe siatki podziału na elementy skończone przedstawiono na rys. 2. Wymiary próbek przyjętych do analizy zamieszczono w tab. 1.

Tabela 1. Wymiary próbek

Kształt próbki	r_k [mm]	ϕ_k [mm]	$2H$ [mm]	D [mm]
I	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	8.0	120	10
II	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	7.0		
III	0.3; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0; 8.0; 15; 30	6.0		

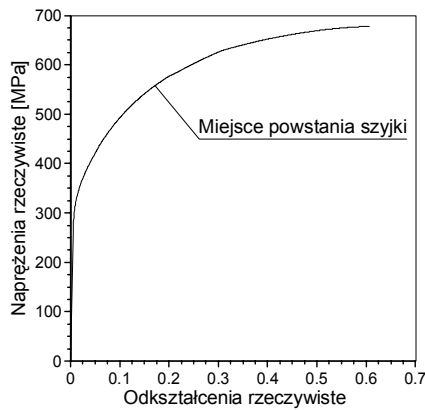


Rys. 1. Próbką wykorzystaną do analizy numerycznej



Rys. 2. Siatka podziału na elementy skończone dla próbek o wymiarach: $\phi_k=6.0$ mm; $r_k = 0.3, 8, 30$ mm.

Obciążenie w obliczeniach numerycznych było realizowane za pomocą zadanego przemieszczenia górnej powierzchni próbki, którego wartość była wyznaczona bezpośrednio z doświadczenia (Derpeński, Seweryn, 2005). Wykorzystano sprężysto - plastyczny model materiału ze wzmocnieniem izotropowym.

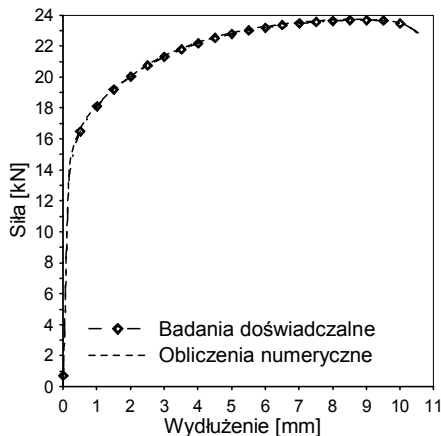


Rys. 3. Wykres krzywej wzmocnienia materiału

Kształt rzeczywistej krzywej odkształcenie – naprężenie (rys. 3) do momentu powstawania szyjki określony był doświadczalnie bezpośrednio za pomocą wzorów:

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{\pi d^2}, \quad \bar{\varepsilon} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right), \quad (1)$$

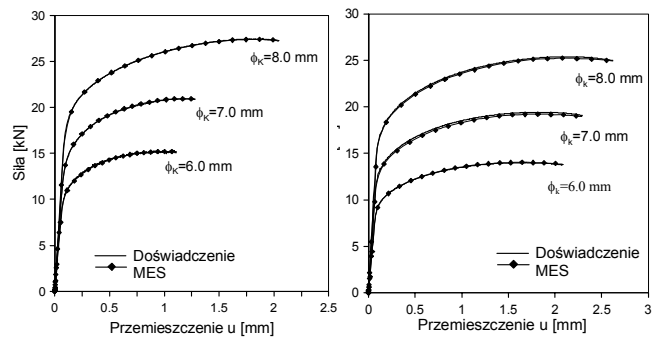
gdzie: P – siła obciążająca próbkę, l i l_0 – długość bazy pomiarowej próbki odkształconej i początkowej, d – aktualna średnica przekroju poprzecznego próbki. Pozostałą część krzywej wyznaczono na podstawie wielokrotnych obliczeń numerycznych z uwzględnieniem efektu powstawania szyjki, aż do momentu, gdy kształt krzywej siła-przemieszczenie ($F-u$) otrzymany z analizy numerycznej był bliski krzywej siła-przemieszczenie uzyskanej z doświadczenia (rys. 4).



Rys. 4. Zależność siły od przemieszczenia otrzymane z badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych (stop EN2024)

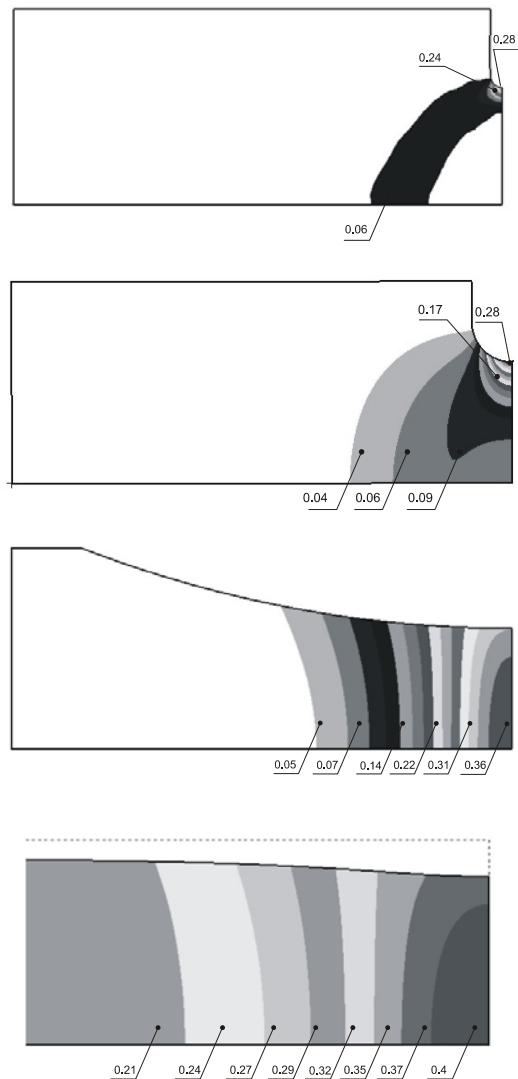
Otrzymano następujące wartości stałych materiałowych: moduł Younga $E = 69.3$ GPa, umowna granica plastyczności $R_{0.2} = 270.0$ MPa, maksymalne naprężenia rozciągające $R_u \cong 675.0$ MPa, współczynnik Poissona $\nu = 0.34$.

Potwierdzeniem poprawności modelowania numerycznego pól odkształceń i naprężeń w próbkach z karami była zgodność wykresów siły w funkcji przemieszczenia otrzymanych na podstawie obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych. Przykładowe porównanie doświadczalnych i obliczeniowych krzywych siła – przemieszczenie zamieszczono na rysunkach 5.

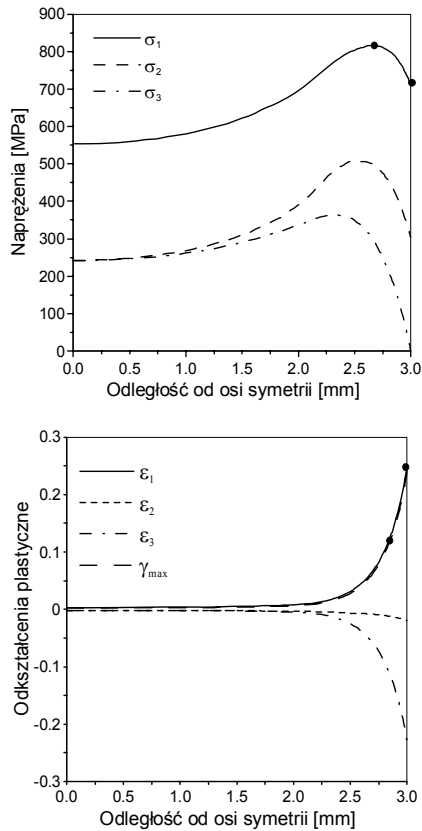


Rys. 5. Porównanie zależności siła-przemieszczenie otrzymanych z badań doświadczalnych i obliczeń numerycznych dla próbek o promieniu karbu $r_k = 8, 30$ mm. (stop EN2024)

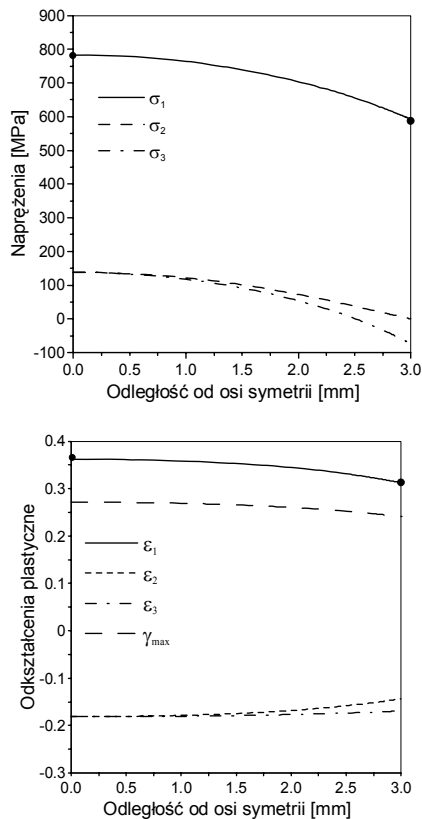
Za pomocą obliczeń MES określono także rozkłady naprężeń i odkształceń w badanych próbkach w momencie krytycznego obciążenia (znanego z eksperymentu). Na rysunku 6 zamieszczono przykładowe kształty stref plastycznych, a na rysunkach 7,8 przedstawiono rozkłady naprężeń i odkształceń głównych oraz maksymalnego odkształcenia postaciowego w płaszczyźnie symetrii karbu.



Rys. 6. Strefy plastyczne w próbkach z karami dla $r_k = 0.3, 1, 30$ mm ($\phi_k = 6$ mm) oraz próbki gładkiej bez karbu w momencie maksymalnego obciążenia



Rys. 7. Naprężenia i odkształcenia główne oraz maksymalne odkształcenia postaciowe w płaszczyźnie symetrii karbu dla $r_K = 0.3 \text{ mm}$ i $\phi_K = 6 \text{ mm}$.



Rys. 8. Naprężenia i odkształcenia główne oraz maksymalne odkształcenia postaciowe w płaszczyźnie symetrii karbu dla $r_K = 30 \text{ mm}$ i $\phi_K = 6 \text{ mm}$.

Na podstawie obliczeń numerycznych stwierdzono, że miejsce występowania maksymalnych naprężeń głównych, maksymalnych odkształceń głównych i maksymalnego odkształcenia postaciowego zależy od kształtu karbu. Dla karbów o większych promieniach zaokrąglenia ($r_K \geq 2 \text{ mm}$) wartości te znajdują się na osi próbki, stąd też w tym miejscu należy spodziewać się inicjacji pęknięcia. W przypadku karbów o mniejszych promieniach ($r_K < 2 \text{ mm}$) maksymalne wartości naprężeń głównych znajdują się w pobliżu dna karbu, zaś maksymalne wartości odkształceń głównych i odkształcenia postaciowego są w dnie karbu. W związku z tym miejsce inicjacji pęknięcia w tym przypadku nie jest jednoznacznie określone.

3. KRYTERIUM PĘKANIA PRÓBEK Z KARBAMI

W przypadku, gdy inicjacja szczeliny zachodzi na osi symetrii próbki, płaszczyzna pęknięcia jest prostopadła do kierunku rozciągania. Na tej płaszczyźnie występują duże wartości naprężeń normalnych, które decydują o pękaniu materiału. W proponowanym kryterium pęknięcia próbek z karbami założono, że inicjacja szczeliny następuje wówczas, gdy wartość naprężenia normalnego σ_n osiągnie wartość krytyczną, zależną od miary kumulacji uszkodzeń ω_p , wywołanych plastycznym płynięciem materiału, a mianowicie:

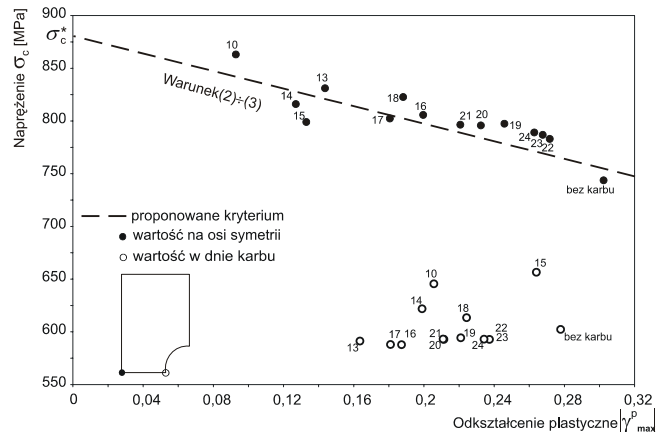
$$\max_{(x_0, n)} \sigma_n = \sigma_c^* (1 - \omega_p), \quad (2)$$

gdzie: σ_c^* – krytyczna wartość naprężenia dla materiału nieuszkodzonego.

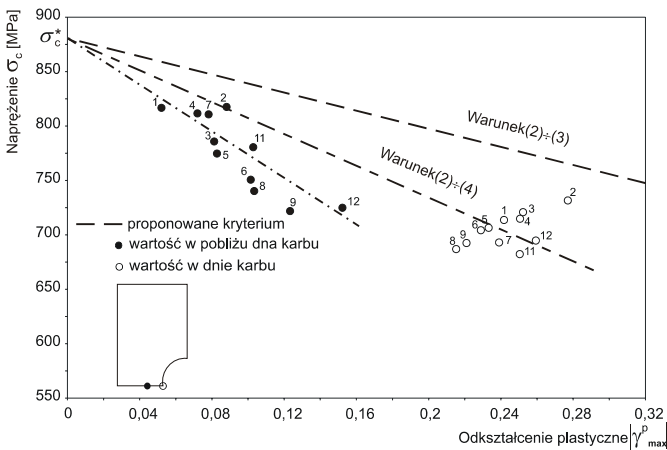
Miarę kumulacji uszkodzeń ω_p w proponowanym kryterium, w przypadku obciążeń monotonicznych, uzależniono od wartości maksymalnego plastycznego odkształcenia postaciowego γ_{\max}^p :

$$\omega_p = \frac{|\gamma_{\max}^p|}{\gamma_c}, \quad (3)$$

gdzie: γ_c – krytyczna wartość plastycznego odkształcenia postaciowego. Dla stopu aluminium EN2024 otrzymano: $\sigma_c^* \approx 876.5 \text{ MPa}$, $\gamma_c = 2.42$.



Rys. 9. Zależność krytycznego naprężenia normalnego od plastycznego odkształcenia postaciowego (stop aluminium EN2024, pękanie na osi próbki).



Rys. 10. Zależność krytycznego naprężenia normalnego od plastycznego odkształcenia postaciowego (stop aluminium EN2024, pęknięcie w pobliżu dna karbu)

Na rysunku 9 porównano krytyczne wartości naprężeń normalnych w funkcji maksymalnego plastycznego odkształcenia postaciowego otrzymane na podstawie zależności 2 ÷ 3 oraz badań doświadczalnych. Uwzględniono tylko te próbki z korbami, dla których maksymalne wartości naprężeń i odkształceń występują na osi symetrii próbki.

Inną sytuację mamy w przypadku próbek z korbami o małym promieniu zaokrąglenia ($r_K < 2\text{mm}$). Należy rozpatrzyć dwa potencjalne miejsca inicjacji pęknięcia:

- dno karbu, gdzie występuje maksymalna wartość plastycznego odkształcenia postaciowego,
- punkt w pewnej odległości od dna karbu, gdzie występuje maksymalna wartość naprężenia normalnego.

W obu przypadkach płaszczyzna pęknięcia jest prostopadła do kierunku rozciągania i pokrywa się z płaszczyzną symetrii karbu. Rysunek 10 przedstawia wartości naprężeń normalnych oraz maksymalnych plastycznych odkształceń postaciowych w obu wyżej wymienionych punktach dla próbek z korbami o małym promieniu zaokrąglenia ($r_K < 2\text{mm}$). Należy zwrócić uwagę, iż wszystkie wartości leżą znacznie poniżej linii określonej warunkiem pęknięcia 2÷3. Można zatem wyciągnąć wniosek, że odkształcenia plastyczne wywołują kumulację uszkodzeń w inny sposób wewnątrz materiału, niż na powierzchni swobodnej. Stąd też w przypadku powierzchni swobodnej zależność (3) należy zmodyfikować w następujący sposób:

$$\omega_p = A_c \frac{|\gamma_{max}^p|}{\gamma_c} \quad (4)$$

gdzie: A_c – współczynnik spiętrzenia uszkodzeń na powierzchni swobodnej materiału (dla stopu EN2024 $A_c = 2.417$)

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie analizy numerycznej pól naprężeń i odkształceń oraz wcześniej przeprowadzonych badań doświadczalnych przeprowadzonych na próbkach z korbami ze stopu EN2024, można stwierdzić, że za pęknięcie odpowiada składowa normalna wektora naprężenia

na płaszczyźnie krytycznej. Płaszczyzna ta, w przypadku rozciąganych próbek z korbami, jest prostopadła do kierunku obciążenia. Wartość krytyczna naprężeń normalnych może być uzależniona od maksymalnych plastycznych odkształceń postaciowych przy założeniu, że kumulacja uszkodzeń (i osłabienie materiału) zachodzi szybciej na powierzchni swobodnej, niż wewnątrz materiału.

LITERATURA

1. **Thomason P.F.** (1990), *Ductile fracture of metals*, Pergamon press, Inc., New York.
2. **Bao Y.** (2001), *Comparative study on various Fracture criteria – Part I: Finite Element Analysis*, MIT, Cambridge, s.60.
3. **Bao Y.** (2005), Dependence of ductile crack formation in tensile tests on stress triaxiality, stress and strain ratios, *Eng. Fracture Mech.*, vol. 72, s. 505-522.
4. **Bandsta J.P., Koss D.A.** (2004), A simulation of growth and coalescence of void during ductile fracture, *Mat. Science & Eng.*, vol. 387-389, s.399-403.
5. **Öchsner A., Gegner J., Winter W., Kuhh G.** (2001), Experimental and numerical investigations of ductile damage in aluminum alloy, *Mat. Science & Eng.*, vol. A318, s. 328-333.
6. **Wierzbici T., Bao Y., Lee Y. W., Bai Y.** (2005), Calibration and evaluation of fracture models, *Mechanical Sciences*, vol 47, s.719-743.
7. **Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.**, (2005) *The finite element method: its basis and fundamentals* Amsterdam, Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2005, s. 733.
8. **MSC.Software**, (2005), *Combined Documentation*.
9. **Derpeński Ł., Seweryn A.**, (2005), Doświadczalna analiza pęknięcia elementów z korbami wykonanych z materiałów sprężysto-plastycznych, *III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji, Augustów*, 1-4 czerwca 2005, s. 77-80.

NUMERICAL ANALYSIS OF FRACTURE FOR SPECIMENS WITH NOTCHES MADE OF ELASTO-PLASTIC MATERIAL

Abstract: The paper presents results of numerical analysis of stress and strain fields on specimens with different notch radii. Finite element methods were used in calculation. In simulation elastic-plastic model with isotropic hardening was used to describe the material. Authors pay attention to principal stress and strain pattern and maximum non-dilatational strain on plane located at notch root. In article also presents notch's radius effect on plastic zone size under full load. Authors derive a crack criterion for specimens with notch radii.

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2005-2007, jako projekt badawczy numer 4T07A03028.