

**Urszula FERDEK, Jan ŁUCZKO**  
Politechnika Krakowska, Al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków  
E-mail: uferdek@mech.pk.edu.pl, jluczko@mech.pk.edu.pl

## **Analiza ćwiartkowego modelu zawieszenia pojazdu z tłumikiem hydraulicznym**

### **1 Wstęp**

W celu zapewnienia komfortu jazdy oraz odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa wykonywane są analizy tzw. ćwiartkowych lub połówkowych [1,3,5] modeli pojazdów. Do oceny jakości działania zastosowanych w układach zawieszenia amortyzatorów wprowadza się zwykle dwa kryteria, uwzględniające minimalizację drgań nadwozia samochodu (pionowych, poprzecznych i wzdłużnych), wywołanych pokonywaniem nierówności nawierzchni drogi oraz utratę przyczepności kół od podłoża. Pierwsze kryterium odpowiada za komfort jazdy, natomiast drugie związane jest z bezpieczeństwem, ponieważ okresowe odrywanie się kół pojazdu zmniejsza skuteczność przenoszenia sił napędu, hamowania oraz pogarsza jego sterowność. Parametry amortyzatora powinny być tak dobrane, aby stanowić kompromis pomiędzy wspomnianymi wymaganiami. Obecnie stosowane amortyzatory mają najczęściej niesymetryczne oraz nieliniowe charakterystyki.

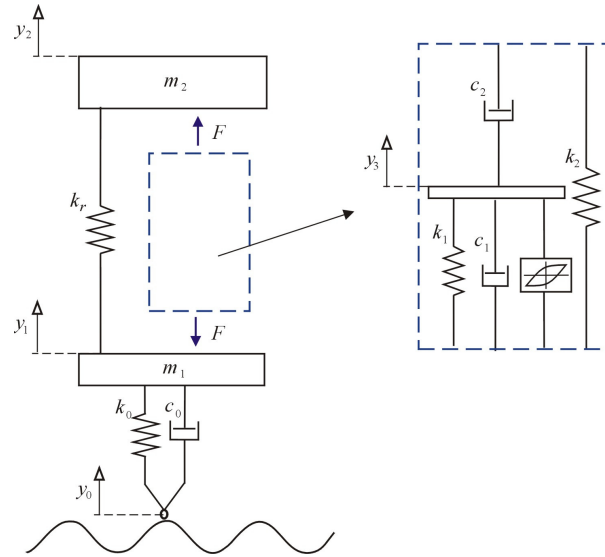
W pracy [2] wprowadzono model dwururowego amortyzatora hydraulicznego. Analizując równania różniczkowe opisujące zmiany ciśnień oleju w poszczególnych komorach amortyzatora wyznaczono zależność siły tłumienia od przemieszczeń i prędkości względnych. Wykazano, że charakterystyki tłumika zależą w sposób istotny od parametrów konstrukcyjnych zaworów.

Charakterystyki te są niesymetryczne z uwagi na fakt, że przepływ oleju między sąsiednimi komorami podczas kompresji i odbicia odbywa się poprzez różne kanały. Wynika to z założenia, że podczas pokonywania wybrzuszenia zawieszenie ma się „podać” w celu zmniejszenia ruchu masy resorowanej. Podczas pokonywania wgłębienia zawieszenie ma dbać o nieprzerwany kontakt koła z podłożem. Dlatego podczas ściskania siła tłumienia jest mniejsza niż podczas rozciągania.

Charakterystyki są również nieliniowe ponieważ dla małych różnic ciśnień w komorach, co ma miejsce dla małych prędkości, dodatkowe zawory przelewowe są zamknięte i dominuje przepływ przez małe otwory w tłoczysku. Dopiero po przekroczeniu pewnej wartości ciśnienia (prędkości granicznej) następuje otwarcie zaworów przelewowych, co skutkuje zmniejszeniem oporów przepływu.

W niniejszej pracy zaproponowano uproszczony opis amortyzatora hydraulicznego, wykorzystując w tym celu model Spencera [4,6]. Porównując otrzymane charakterystyki z charakterystykami uzyskanymi dla amortyzatora hydraulicznego wyselekcjonowano parametry odpowiedzialne za efekty nieliniowe oraz niesymetrię charakterystyki. Następnie poddano analizie ćwiartkowy model pojazdu, badając wpływ tych parametrów na wprowadzone wskaźniki jakości.

## 2 Model układu



Rys. 1. Ćwiartkowy model pojazdu

Fig. 1. Quarter vehicle suspension model

Model badanego układu przedstawiono na rys. 1. Współrzędne  $y_1$  i  $y_2$  opisują odpowiednio ruch masy nieresorowanej  $m_1$ , przypadającej na jedno koło (masa koła i osi pojazdu, łożysk, hamulców oraz niektórych elementów układu przeniesienia napędu) oraz masy resorowanej  $m_2$  ( $1/4$  pozostałej masy pojazdu). Współrzędna  $y_0$  jest zadanym wymuszeniem kinematycznym w postaci:  $y_0 = a \sin \alpha t$ . Właściwości tłumiące i sprężyste opony określają odpowiednio parametry  $c_0$  i  $k_0$ , natomiast parametr  $k_r$  jest współczynnikiem sztywności zawieszenia. Amortyzator hydrauliczny opisują parametry modelu Spencera:  $k_1$ ,  $c_1$ ,  $k_2$ ,  $c_2$ ,  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $A_0$  oraz parametr  $\varepsilon$ , decydujący o niesymetrycznych własnościach charakterystyki tłumika. Przyjęto dalej, że wartość siły tłumienia zależy od jej znaku następująco:

$$F = F_0 (1 + \varepsilon \operatorname{sgn} F_0) \quad (1)$$

co zapewni pożądaną większą wartość siły w procesie odbicia (dla  $F_0 > 0$  lub dla  $\dot{y}_2 - \dot{y}_1 > 0$ ). Siłę  $F_0$  określa wzór:

$$F_0 = c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + k_2 (y_2 - y_1) \quad (2)$$

przy czym współrzędna  $y_3$  jest wyznaczana z warunku równowagi sił, działających na bezmasowy element modelu Spencera:

$$c_1 (\dot{y}_3 - \dot{y}_1) + k_1 (y_3 - y_1) + \alpha_0 z_0 = c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_3) \quad (3)$$

Występująca we wzorze (3) zmienna  $z_0$ , powodująca tworzenie się histerezy, jest rozwiązaniem równania różniczkowego pierwszego rzędu:

$$\dot{z}_0 = A_0 \dot{y} - \gamma_0 \dot{y} |z_0|^n - \beta_0 | \dot{y} | |z_0|^{n-1} z_0 \quad (4)$$

gdzie  $y = y_3 - y_1$ . Parametry  $A_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $\beta_0$  oraz  $n$  wpływają na kształt pętli histerezy.

Ruch elementów o masach  $m_1$ ,  $m_2$  opisują następujące równania różniczkowe:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 &= -c_0 (\dot{y}_1 - \dot{y}_0) - k_0 (y_1 - y_0) + k_r (y_2 - y_1) + F - m_1 g \\ m_2 \ddot{y}_2 &= -k_r (y_2 - y_1) - F - m_2 g \end{aligned} \quad (5)$$

Po wprowadzeniu zmiennych bezwymiarowych, zdefiniowanych następująco:

$$\tau = \omega_0 t \quad x_j = y_j / a \quad z = z_0 / z_{\max} \quad (6)$$

gdzie:

$$z_{\max} = \sqrt[n]{\frac{A_0}{\beta_0 + \gamma_0}} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k_r}{m_2}} \quad (7)$$

drgania układu opisuje układ równań różniczkowych o postaci:

$$\begin{aligned} \mu x_1'' + \zeta_0 x_1' - \zeta_1 x_3' + (1 + \kappa_0) x_1 - \kappa_2 x_2 + f &= \zeta_0 x_0' + \kappa_0 x_0 - \mu \lambda \\ x_2'' + x_2 - x_1 - f &= -\lambda \\ x_3' &= [\zeta_1 x_1' + \zeta_2 x_2' - \kappa_1 (x_3 - x_1) - \alpha z] / (\zeta_1 + \zeta_2) \\ z' &= A \{1 - [\gamma + \beta \operatorname{sgn}(z(x_3' - x_1'))] |z|^n\} (x_3' - x_1') \end{aligned} \quad (8)$$

przy czym  $x_j'$  i  $z'$  są pochodnymi względem zmiennej  $\tau$ . Bezwymiarowa siła tłumienia jest wyznaczana ze związku:

$$f = [\zeta_2 (x_2' - x_3') + \kappa_2 (x_2' - x_1')] \{1 + \varepsilon \operatorname{sgn}[\zeta_2 (x_2' - x_3') + \kappa_2 (x_2' - x_1')]\} \quad (9)$$

W równaniach (8,9) przyjęto następujące oznaczenia:

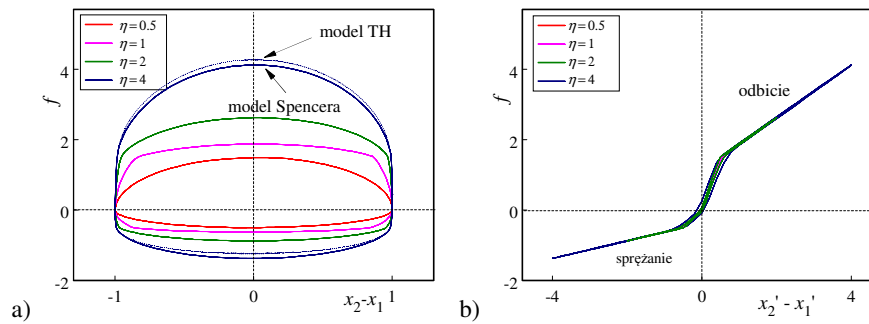
$$\begin{aligned} \eta &= \omega / \omega_0 & \mu &= m_1 / m_2 & A &= A_0 / z_{\max} \\ \alpha &= \alpha_0 z_{\max} / k_r & \beta &= \beta_0 / (\beta_0 + \gamma_0) & \gamma &= \gamma_0 / (\beta_0 + \gamma_0) \\ \kappa_j &= k_j / k_r & \zeta_j &= c_j / m_2 \omega_0 & \lambda &= g / \omega_0^2 a \end{aligned} \quad (10)$$

### 3 Charakterystyki siły tłumienia

W obliczeniach numerycznych skupiono się na zbadaniu wpływu parametrów charakteryzujących amortyzator hydrauliczny ( $\varepsilon$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  i  $A$ ), ustalając wartości następujących bezwymiarowych parametrów:  $\lambda=25$ ,  $\mu=0.11$ ,  $\kappa_0=9$ ,  $\zeta_0=0$  w oparciu o dane:  $m_1=28\text{kg}$ ,  $m_2=255\text{kg}$ ,  $k_r=20000\text{N/m}$ ,  $k_0=180000\text{N/m}$ ,  $c_0=0\text{Ns/m}$ ,  $a=0.005\text{m}$ . Na podstawie danych literaturowych oszacowano wartości współczynników  $\kappa_1=0.02$  i  $\kappa_2=0.01$  oraz parametrów  $\beta$  i  $\gamma$  (przyjęto  $\beta=\gamma=0.5$ ). Po wstępnych symulacjach stwierdzono, że największy wpływ na rezultaty analiz mają parametry:  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ,  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$  oraz nieco mniejszy, tylko w zakresie małych wartości, parametr  $A$ . Ze zmniejszaniem wartości współczynnika  $A$  zwiększa się szerokość pętli histerezy charakterystyki tłumika. Jednak charakterystyki amortyzatora, opisanego modelem Spencera

i dokładniejszym modelem tłumika hydraulicznego (TH), opisanym w pracy [2] są do siebie zbliżone (rys. 2) tylko dla dużych wartości  $A$  (przyjęto dalej  $A=400$ ).

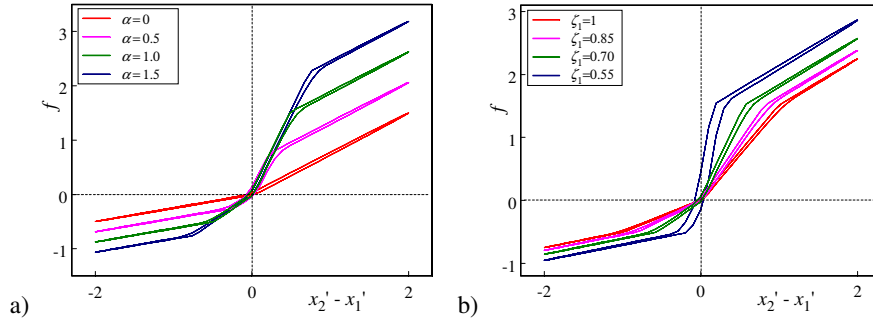
Na rys. 2 przedstawiono typowe charakterystyki amortyzatora, uzyskane przy założeniu (jak w pracy [2]), że przemieszczenie  $x_w=x_2-x_1$  zmienia się w sposób harmoniczny (poddano analizie wydzielony z układu amortyzator). W obliczeniach przyjęto stałą wartość amplitudy wymuszenia, zmieniając tylko jego częstotliwość. Założono też:  $\alpha=1$ ,  $\varepsilon=1/2$ ,  $\zeta_1=2/3$ ,  $\zeta_2=2$ . Dla  $\varepsilon=1/2$  maksymalna siła podczas odbicia jest około trzykrotnie większa niż w trakcie sprężania, ponadto, dla przyjętych wartości parametrów  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  zastępczy współczynnik tłumienia  $\zeta_e=\zeta_1\zeta_2/(\zeta_1+\zeta_2)=0.5$  określa średnie nachylenie charakterystyki w zakresie wyższych prędkości, a odpowiada mu zalecana dla tłumików hydraulicznych wartość 0.25 bezwymiarowego współczynnika tłumienia układu liniowego ( $\alpha=0$ ,  $\varepsilon=0$ ).



Rys. 2. Wpływ częstości wymuszenia na charakterystyki tłumika: a)  $f(x_w)$ , b)  $f(v_w)$

Fig. 2. The impact of frequency on the characteristics of the damper: a)  $f(x_w)$ , b)  $f(v_w)$

Dla prawidłowej pracy amortyzatora istotne znaczenie ma położenie punktu przegięcia charakterystyki oraz jej nachylenie w zakresie niższych prędkości. W tłumiku hydraulicznym o kształcie charakterystyki decydują parametry zaworów, w tym przede wszystkim powierzchnie przekrojów odpowiednich kanałów przepływowych. W modelu zastępczym położenie punktu przegięcia zależy głównie od parametru  $\alpha$  (rys. 3a dla:  $\eta=2$ ,  $\varepsilon=1/2$ ,  $\zeta_1=2/3$ ,  $\zeta_2=2$ ), a nachylenie charakterystyki od współczynników  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$  (lub dla zadanej wartości  $\zeta_e=0.5$  od jednego z tych współczynników, np.  $\zeta_1$  – rys. 3b dla:  $\eta=2$ ,  $\varepsilon=1/2$ ,  $\alpha=1$ ).

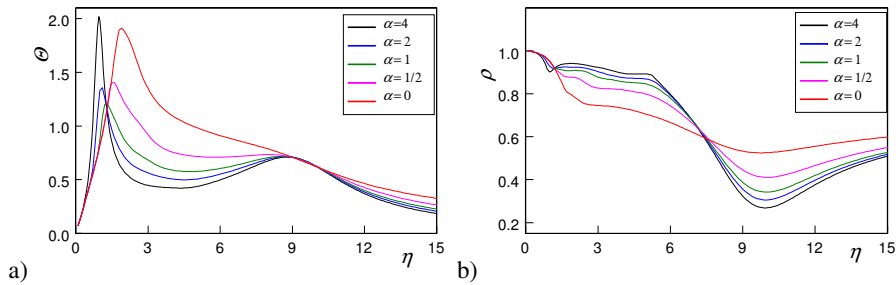


Rys. 3. Zależność siły tłumienia od prędkości względnej: a) wpływ parametru  $\alpha$   
b) wpływ parametru  $\zeta_1$

Fig. 3. Force-velocity relation diagram: a) the impact of parameter  $\alpha$ , b) the impact of parameter  $\zeta_1$

#### 4 Charakterystyki częstotliwościowe układu

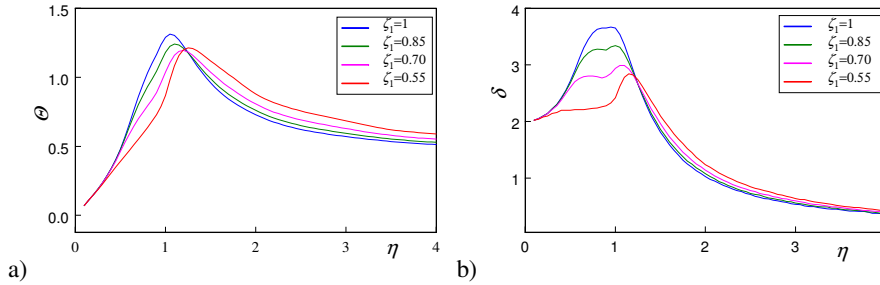
W celu zbadania efektywności tłumienia drgań wprowadzono wskaźnik  $\Theta$ , zdefiniowany jako wartość skuteczna prędkości  $x_2'$  masy resorowanej, natomiast do oceny stanu bezpieczeństwa wykorzystano wskaźnik EUSAMA  $\rho$ , definiowany jako stosunek minimalnej siły nacisku koła na podłoże do nacisku statycznego, czyli będący miarą przyczepności kół do podłoża.



Rys. 4. Wpływ amplitudy wymuszenia: a) wskaźnik  $\Theta$ , b) wskaźnik EUSAMA

Fig. 4. The impact of forcing amplitude: a) index  $\Theta$ , b) index EUSAMA

Na rys 4 przedstawiono charakterystyki częstotliwościowe układu wyznaczone dla:  $\varepsilon=0.5$ ,  $\zeta_1=0.55$ ,  $\zeta_2=5.5$  (czyli  $\zeta_s=0.5$ ) oraz różnych wartości parametru  $\alpha$ . Z analizy wykresów wskaźnika  $\Theta$  wynika wartość optymalna parametru  $\alpha$ , bliska wartości  $\alpha=1$ . Wtedy obserwuje się największe wytłumienie drgań w zakresie pierwszego rezonansu (poprawa komfortu jazdy). Jednak dla takiej wartości  $\alpha$  oraz wartości mniejszych w zakresie drugiego rezonansu zmniejsza się znacznie wartość wskaźnika  $\rho$ , czyli pogarsza się bezpieczeństwo jazdy.



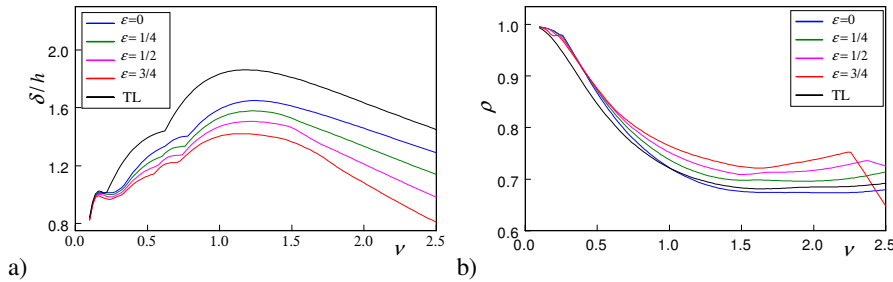
Rys. 5. Wpływ parametrów  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$ : a) wskaźnik  $\Theta$ , b) wskaźnik  $\delta$   
 Fig. 5. The impact of parameters  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$ : a) index  $\Theta$ , b) index  $\delta$

Współczynniki tłumienia  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$  (dla zadanego  $\zeta_z=0.5$ ) mają wpływ na charakterystyki częstotliwościowe głównie w zakresie pierwszego rezonansu. Z tego powodu na rys. 5 ograniczono przedział częstości wymuszenia. Oprócz wskaźnika  $\Theta$  pokazano również drugi wskaźnik informujący o efektywności tłumienia drgań, a będący różnicą maksymalnego i minimalnego wychylenia masy resorowanej ( $\delta = x_2^{\max} - x_2^{\min}$ ). Do obliczeń przyjęto wartości parametrów:  $\varepsilon=0.5$  i  $\alpha=1$ . Ze zmniejszaniem wartości  $\zeta_1$  (z równoczesnym odpowiednim wzrostem  $\zeta_2$ ) rośnie nachylenie charakterystyki amortyzatora (rys. 3b), czyli zwiększa się rozpraszanie energii. Amplitudy przemieszczeń i prędkości ulegają zmniejszeniu w pierwszym zakresie rezonansowym, jednak dla zbyt małych  $\zeta_1$  pogarsza się tłumienie drgań poza rezonansem (rys.5).

W celu oceny wpływu parametru  $\varepsilon$  na wskaźniki jakości  $\delta$  i  $\rho$  poddano analizie układ z wymuszeniem symulującym wstrząsy (np. pokonywanie przez pojazd przeszkody). Wymuszenie impulsowe opisano tzw. funkcją „rounded pulse”, zdefiniowaną następująco [4]:

$$x_0(\tau) = \frac{1}{4} h e^2 (v\tau)^2 \exp(-v\tau) \tag{11}$$

Parametr  $h$  określa wysokość przeszkody, a parametr  $v$  jest związany z prędkością przejazdu przez tą przeszkodę.



Rys. 6. Wpływ parametru  $\varepsilon$ : a) wskaźnik  $\delta$ , b) wskaźnik  $\rho$   
 Fig. 6. The impact of parameter  $\varepsilon$ : a) index  $\delta$ , b) index  $\rho$

Na rys. 6 przedstawiono wykresy wskaźników  $\delta$  i  $\rho$ , sporządzone dla wybranych wartości parametru  $\varepsilon$  (przyjęto:  $\alpha=1$ ,  $h=10$ ,  $\zeta_1=0.55$ ,  $\zeta_2=5.5$ ). Pokazano również odpowiednie wykresy otrzymane dla symetrycznego liniowego tłumika wiskotycznego (TL dla  $\varepsilon=0$ ,  $\alpha=0$ ). Wraz ze zwiększaniem parametru  $\varepsilon$ , czyli niesymetrii charakterystyki amortyzatora, następuje bardzo wyraźne zmniejszenie ekstremalnych wychyleń (wskaźnika  $\delta$  – rys. 6a). Uwaga ta jest słuszna głównie dla przypadku pokonywania wzniesień (dla  $h>0$ ). Zbytne zwiększanie wartości  $\varepsilon$  jest niewskazane w przypadku pokonywania zagłębienia ( $h<0$ ), a także wpływa niekorzystnie na wskaźnik  $\rho$  w zakresie większych prędkości jazdy (dla dużych wartości  $v$ ).

## 5 Wnioski

Z przeprowadzonych analiz numerycznych modelu ćwiartkowego samochodu z amortyzatorem hydraulicznym opisanym modelem Spencera można wyciągnąć następujące wnioski:

- Największy jakościowy wpływ na charakterystyki częstotliwościowe ćwiartkowego modelu samochodu mają parametry  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ,  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$ . Analiza wprowadzonych wskaźników jakości pozwala oszacować optymalne wartości wymienionych parametrów, a więc również wyznaczyć pożądane charakterystyki amortyzatora.
- Otrzymane charakterystyki modelu Spencera z uwagi na ich dużą zbieżność z charakterystykami modelu tłumika hydraulicznego mogą być podstawą doboru parametrów geometrycznych i fizycznych elementów konstrukcyjnych zaworów tłumika hydraulicznego.
- Przedstawione rezultaty świadczą o niezadawalających wartościach wskaźnika  $\rho$  odpowiedzialnego za bezpieczeństwo jazdy zwłaszcza w zakresie wyższych częstości wymuszeń. Poprawa tego wskaźnika może być dokonana tylko po zastosowaniu aktywnych lub semi-aktywnych układów wibroizolacji.
- W przypadku zastosowania w tłumiku cieczy magnetoreologicznej zamiast oleju, wprowadzony zastępczy model tłumika hydraulicznego znacznie ułatwia projektowanie układu semi-aktywnego. Sterując napięciem można wpływać na wartości parametrów  $\alpha$ ,  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$  modelu Spencera.

## Literatura

1. Chandra Shekhar N., Hatwal H., Mallik A.K., *Performance of non-linear isolators and absorbers to shock excitations*, Journal of Sound and Vibration, 227(2), 293-307, 1999.
2. Ferdek U., Łuczko J., *Modeling and analysis of a twin-tube hydraulic shock absorber*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics (praca w druku).
3. Ferreira C., Ventura P., Morais R., Valente A., Neves C., Reis M., *Sensing methodologies to determine automotive damper condition under vehicle normal operation*, Sensor and Actuators A, 156, 237-244, 2009.
4. Łuczko J., *Porównanie dynamicznych odpowiedzi semiaktywnych tłumików opisanych modelami Bouc-Wena i Spencera*, Czasopismo Techniczne (praca w druku).

5. Prabakar R.S., Sujatha C., Narayanan S., *Optimal semi-active preview control response of a half car vehicle model with magnetorheological damper*, Journal of Sound and Vibration, 326, 400-420, 2009.
6. Spencer Jr B.F., Dyke S.J., Sain M.K., Carlson J.D., *Phenomenological Model for Magnetorheological Dampers*, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 123, 3, 230-238, 1996.

### Streszczenie

W pracy poddano analizie jakościowej ćwiartkowy model zawieszenia pojazdu. Występujący w układzie zawieszenia tłumik hydrauliczny opisano zmodyfikowanym modelem Spencera. Na podstawie przeprowadzonych analiz wyselekcjonowano parametry mające decydujący wpływ na kształt charakterystyki tłumika. Wyznaczono również charakterystyki częstotliwościowe układu w celu zbadania wpływu istotnych parametrów modelu na wprowadzone wskaźniki jakości związane z bezpieczeństwem jazdy oraz efektywnością tłumienia drgań.

## The analysis of the quarter model of the vehicle suspension with the hydraulic damper

### Summary

The paper discusses the analysis of the quarter model of the vehicle suspension. The hydraulic damper existing in the suspension system has been described using the modified Spencer model. Based on the performed analyses, the parameters having the major impact on the shape of the damper characteristics have been chosen.

Additionally, the frequency characteristics of the model have been investigated, for the purpose of researching the impact of several essential model parameters on the performance factors corresponding to the driving safety and the efficiency of the shock absorber.