

Mgr inż. Szymon Klemba
Instytut Kolejnictwa

WYBRANE ZAGADNIENIA PROGNOZOWANIA POTOKÓW PASAŻERSKICH

SPIS TREŚCI

1. Wstęp
2. Definicja potoku pasażerów
3. Główne etapy przygotowania prognozy
4. Czynniki uwzględniane w modelach
5. Modele generowania potoku ruchu
6. Modele podziału międzygałęziowego
7. Podsumowanie

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono wybrane zagadnienia związane z tematyką prognozowania wielkości potoków pasażerskich w transporcie kolejowym. Na wstępie przytoczono definicję oraz rolę prognozowania. W dalszej części zdefiniowano pojęcie potoku pasażerskiego w ujęciu relacyjnym oraz odcinkowym. Następnie scharakteryzowano główne etapy procesu przygotowywania prognozy, w tym możliwe sposoby podejścia do budowy modelu prognostycznego. Opisano również czynniki, które mogą być uwzględniane w modelach prognostycznych. W kolejnej części artykułu opisano przykładowe modele generowania potoków pasażerskich oraz podziału międzygałęziowego wraz z zastosowaniem. W podsumowaniu odniesiono się do problemów napotykaných przy opracowywaniu tego typu prognoz.

1. WSTĘP

Zgodnie ze słownikiem języka polskiego prognoza jest to przewidywanie czegoś, oparte na określonych danych i obliczeniach. Odniesienie się do tej definicji na samym początku jest ważne z uwagi na potrzebę podkreślenia faktu, że do sporządzenia dobrej jakości prognozy są potrzebne przede wszystkim wiarygodne dane źródłowe, a u podstaw prognozowania powinna stać matematyka, za pomocą której prognosta próbuje opisać procesy zachodzące

w rzeczywistości. Ze względu na to, iż prognozowane zjawiska, a w tym przypadku przemieszczanie się ludzi mają złożony charakter, złożone są również opisujące je modele.

Zagadnienie prognozowania jest o tyle ważne, iż na podstawie wyników prognoz podejmowane są decyzje o charakterze strategicznym, mogące mieć znaczący wpływ na rozwój i poziom życia mieszkańców obszarów, których te decyzje dotyczą i tę świadomość powinny mieć zespoły przygotowujące prognozy potoków pasażerskich.

2. DEFINICJA POTOKU PASAŻERÓW

Przedmiotem rozważań w niniejszym artykule są prognozy potoków pasażerskich w transporcie kolejowym. Aby zdefiniować pojęcie potoku pasażerskiego, rozważania należy rozpocząć od definicji sieci transportowej. Przez sieć transportową S rozumie się uporządkowaną trójkę zbiorów [3]: G – graf opisujący strukturę sieci transportowej, FW – zbiór funkcji opisujących charakterystyki wierzchołków struktury sieci transportowej, FL – zbiór funkcji opisujących charakterystyki łuków tej sieci. Innymi słowy siecią transportową nazywamy graf G , na którego wierzchołkach są opisane funkcje należące do zbioru FW , i na którego łukach są opisane funkcje należące do zbioru FL :

$$S = \langle G, FW, FL \rangle.$$

Graf G stanowi dwójka uporządkowanych zbiorów W – wierzchołków tego grafu i L – łuków grafu:

$$G = \langle W, L \rangle,$$

gdzie: $W = \{1, 2, \dots, w, \dots, N\}$, natomiast $L = \{(i, j): (i, j) \in W \times W, i \neq j\}$.

Wierzchołki grafu G opisują węzły sieci transportowej i w prognozowaniu przewozów kolejowych mogą odpowiadać poszczególnym posterunkom ruchu bądź punktom ekspedycyjnym (infrastruktura punktowa). Z kolei łuki grafu opisują połączenia między poszczególnymi wierzchołkami, co może odpowiadać przykładowo szlakom bądź odcinkom linii kolejowych (infrastruktura liniowa). Mając zdefiniowane zbiory W oraz L , możemy określić formalnie funkcje opisane na tych zbiorach:

$$\begin{aligned} f_{wk} &= W \rightarrow R^+ \cup \{0\}; w \in W; k \in \{1, 2, \dots, K\}; f_{wk}(w) \in R^+ \cup \{0\}, \\ f_{(i,j)m} &= W \times W \rightarrow R^+ \cup \{0\}; w \in W; m \in \{1, 2, \dots, M\}; f_{(i,j)m}(i, j) \in R^+ \cup \{0\}. \end{aligned}$$

Zatem zbiory FW i FL można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} FW &= \{f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1K}, f_{21}, f_{22}, \dots, f_{2K}, \dots, f_{W1}, f_{W2}, \dots, f_{WK}\}, \\ FL &= \{f_{(1,j)1}, \dots, f_{(i,j)m}, \dots, f_{(i,W)M}\}; (i, j) \in L. \end{aligned}$$

Funkcje opisane na łukach mogą określać charakterystyki posterunku ruchu (np. przelotowość), punktu ekspedycyjnego (np. maksymalna liczba obsłużonych pasażerów) lub miejscowości (np. liczba mieszkańców). Funkcje opisane na wierzchołkach mogą określać charakterystyki fragmentu linii kolejowej takie, jak czas przejazdu, czy

zdolność przepustowa. Warto zauważyć, iż łuki w grafie opisującym strukturę sieci transportowej nie muszą oznaczać tylko i wyłącznie połączeń kolejowych.

Mając dokładnie zdefiniowaną sieć transportową możemy zdefiniować pojęcie relacji przewozu / podróży. Relacją r podróży nazywamy parę (a, b) , gdzie a oznacza wierzchołek początkowy – miejsce początku podróży, natomiast b wierzchołek końcowy – miejsce końca podróży. Zatem zbiór relacji R jest opisany następująco:

$$R = \{(a, b): a \in W, b \in W, a \neq b\}.$$

Definicja ta jest inna niż przytoczona w [2, 3], gdzie dodatkowo zdefiniowano zbiór wierzchołków początkowych – źródeł potoku oraz zbiór wierzchołków końcowych – ujść potoku. Aby nie wprowadzać dodatkowych oznaczeń, dla celów niniejszych rozważań uznano, że każdy wierzchołek W grafu G może być źródłem i ujściem potoku, zatem może opisywać punkt początkowy i docelowy podróży. Możemy zatem teraz zdefiniować potok pasażerski w danej relacji $r = (a, b)$.

Niech $x_{(a,b)}$ oznacza liczbę pasażerów (w określonej jednostce czasu), która zgłasza zapotrzebowanie na przewóz w relacji (a, b) – liczbę tę nazwiemy potokiem pasażerskim w relacji (a, b) . Ponieważ prognozy są wykorzystywane do określania potrzeb rozwoju infrastruktury transportowej, jest też przydatne określenie potoku pasażerów na każdym odcinku (łuku) sieci. W tym celu muszą być zdefiniowane drogi w grafie łączące wierzchołki a i b , gdyż każdy potok relacyjny $x_{(a,b)}$ może zostać przeprowadzony przez sieć transportową różnymi drogami (połączeniami). Jeżeli $D_{(a,b)} = \{d_{1(a,b)}, \dots, d_{p(a,b)}, \dots, d_{p(a,b)}\}$ będzie zbiorem możliwych dróg przejścia przez graf z wierzchołka a do wierzchołka b , to potok pasażerów w danej relacji może zostać rozłożony pomiędzy te drogi. Zatem jeżeli przez $x_{d_p(a,b)}$ oznaczymy potok pasażerów, którzy chcą się przemieścić w relacji (a, b) i korzystają z drogi (połączenia) p , to wiadomo, że:

$$x_{(a,b)} = \sum_{p=1}^P x_{d_p(a,b)}. \quad (1)$$

Potok na łuku sieci (odcinku sieci transportowej) można wyrazić następująco:

$$x_{(i,j)} = \sum_{(a,b) \in R} d_p(a,b) \sum_{i,j \in d_p(a,b)} x_{d_p(a,b)}. \quad (2)$$

Jak wynika ze wzoru potok $x_{(i,j)}$ na łuku sieci (obrazującym fragment infrastruktury liniowej) jest złożony ze składowych potoków relacyjnych $x_{d_p(a,b)}$, które przebiegają drogami $d_{p(a,b)}$ zawierającymi dany łuk (i,j) sieci.

3. GŁÓWNE ETAPY PRZYGOTOWYWANIA PROGNOZY

Przygotowanie prognoz potoków pasażerskich jest procesem wieloetapowym. Pierwszym krokiem jest dokładne zdefiniowanie obszaru, którego mają dotyczyć prognozy,

jak również wejść i wyjść zewnętrznych do tego obszaru, które wiążą badany obszar z otoczeniem i mogą mieć istotny wpływ na kształtowanie się potoków pasażerskich. Po definicji obszaru należy zdefiniować poziom szczegółowości analizy – zdecydować czy prowadzimy je na poziomie powiatów, gmin, czy może poszczególnych stacji i przystanków. Przy doborze poziomu szczegółowości należy mieć na uwadze możliwości pozyskania danych wejściowych do zbudowanego modelu – im bardziej szczegółowy poziom analizy, tym większych trudności z tym związanych należy się spodziewać, co w następstwie może uniemożliwić uzyskanie wyników prognoz.

Następnym elementem procesu przygotowania prognozy jest zdefiniowanie czynników, które wpływają na wielkość potoku pasażerskiego, a będą uwzględnione w modelu prognostycznym. Podczas definiowania tych czynników (przykładowe czynniki wymieniono w następnym akapicie) należy mieć na uwadze wspomniane wcześniej poziomy szczegółowości analizy. Mając określone czynniki należy zdefiniować ich wpływ na wielkość potoków pasażerskich. W przypadku czynników mierzalnych można to osiągnąć przez dobór odpowiedniej funkcji elastyczności popytu na transport względem danego czynnika – jej kształt należy dobrać tak, aby uzyskać jak najwyższą zgodność wyników obliczeń teoretycznych z rzeczywistymi wartościami popytu przy danej wartości rozważanego czynnika. W przypadku czynników niemierzalnych, funkcję taką należy sformułować na podstawie wyników badań ankietowych, dotyczących preferencji transportowych mieszkańców.

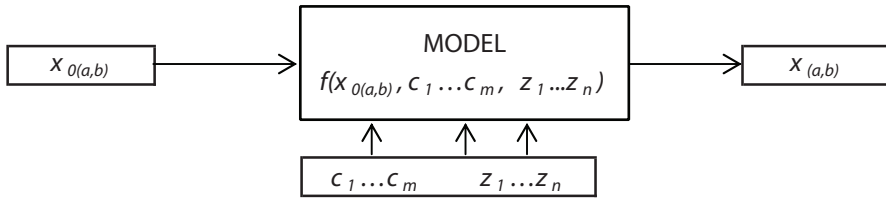
Mając zdefiniowane czynniki oraz sposób ich wpływu na wielkość potoków pasażerskich, możemy powiązać je ze sobą oraz z poszukiwaną wielkością, czyli zbudować model matematyczny opisujący zmianę wielkości potoku pasażerskiego na skutek zmian poszczególnych czynników uwzględnionych w modelu (rys. 1). Na poziomie ogólnym model taki może mieć postać:

$$X_{(a,b)} = X_{0(a,b)} \frac{a_1 f(c_1)^{\alpha_1} \dots a_m f(c_m)^{\alpha_m}}{b_1 f(z_1)^{\beta_1} \dots b_n f(z_n)^{\beta_n}} \quad (3)$$

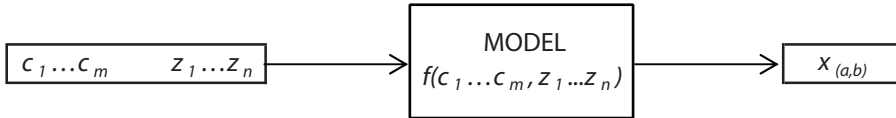
gdzie:

- $a_1 \dots a_m, b_1 \dots b_n, \alpha_1 \dots \alpha_m, \beta_1 \dots \beta_n$ oznaczają współczynniki kalibracji modelu,
- $c_1 \dots c_m, z_1 \dots z_n$ oznaczają czynniki uwzględnione w modelu,
- $X_{0(a,b)}$ oznacza potok bazowy w relacji (a,b) ,
- $X_{(a,b)}$ oznacza prognozowany potok w relacji (a,b) .

Współczynniki występujące przy poszczególnych funkcjach mogą mieć różne wartości dla poszczególnych relacji bądź grup relacji przewozu, co może pozwolić na zróżnicowanie związków pomiędzy poszczególnymi punktami podróży. Oczywiście oprócz przyjęcia założenia, iż wychodzimy od potoku bazowego, który „korygujemy” na podstawie zmian poszczególnych czynników, model można zbudować tak, aby uzyskiwać wartość potoku pasażerów tylko na podstawie wartości czynników (rys. 2). Wtedy zamiast wartości $X_{0(a,b)}$ można przyjąć na przykład pewną stałą kalibrującą.

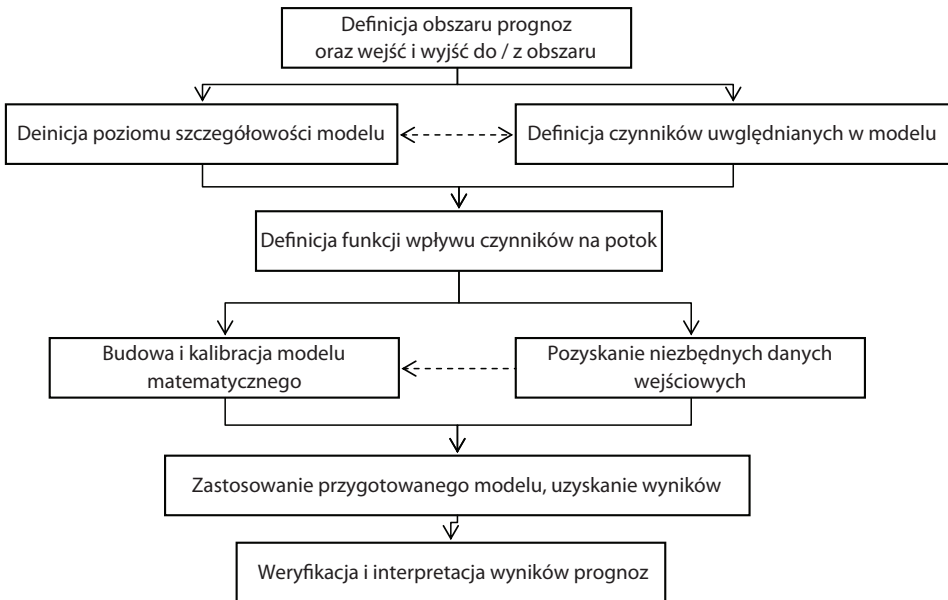


Rys. 1. Idea modelu zwracającego wartość potoku pasażerów na podstawie wpływu zmian różnych czynników na potok bazowy



Rys. 2. Idea modelu zwracającego wartość potoku pasażerskiego na podstawie wartości czynników

Podczas modelowania należy zbudować model składający się z dwóch modeli składowych: makroekonomicznego, określającego ogólną liczbę pasażerów (podróży) w poszczególnych relacjach oraz mikroekonomicznego, umożliwiającego podział tej liczby pasażerów na poszczególne środki transportu / połączenia, opisane przez różne drogi w grafie struktury sieci transportowej. Zbudowane modele należy zweryfikować pod względem zgodności otrzymywanych teoretycznych wyników z danymi rzeczywistymi i dobrać odpowiednie stałe kalibracji. Ideowy schemat procesu przygotowania prognoz przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Ideowy schemat procesu przygotowanie prognoz [opracowanie własne]

4. CZYNNIKI UWZGLĘDNIANE W MODELACH

Czynniki wpływające na wielkość potoku pasażerskiego możemy sklasyfikować według różnych kryteriów: po pierwsze ze względu na policzalność, po drugie ze względu na rodzaj czynnika. Według pierwszej klasyfikacji wyróżniamy: czynniki mierzalne, czyli takie, które można bezpośrednio wyrazić przez wielkość fizyczną oraz czynniki niemierzalne, czyli takie, których w bezpośredni sposób określić się nie da – najczęściej uwzględnia się je za pomocą odpowiednich stałych określonych na podstawie badań. Według drugiej klasyfikacji możemy wyróżnić czynniki ekonomiczne (makro- i mikroekonomiczne), demograficzne, społeczne, polityczne itp. Przykładowe czynniki wyszczególniono w tablicy 1.

Tablica 1

Podział czynników wpływających na wielkość potoku pasażerskiego

Grupa czynników	Przykłady
Ekonomiczne (w skali makro)	<ul style="list-style-type: none"> - produkt krajowy brutto, - średni dochód na głowę, - wielkość produkcji przemysłowej, - wielkość konsumpcji, - poziom bezrobocia,
Ekonomiczne (w skali mikro)	<ul style="list-style-type: none"> - częstotliwość kursowania pojazdów, - dostępność (czasowa) do przystanku, - koszt dostępu do przystanku, - cena biletu za przejazd (podróż transportem zbiorowym), - cena paliwa (podróż samochodem), - czas podróży, - wartość czasu,
Demograficzne	<ul style="list-style-type: none"> - liczba ludności, - przyrost naturalny, - struktura wiekowa ludności,
Społeczne	<ul style="list-style-type: none"> - struktura społeczna ludności, - ruchliwość mieszkańców, - liczba miejsc nauki, - liczba miejsc pracy, - liczba i rodzaj miejsc rozrywki / kultury,
Polityczne	<ul style="list-style-type: none"> - polityka transportowa dotycząca poszczególnych gałęzi transportu, - granice państw, - ograniczenia wizowe,
Pozostałe	<ul style="list-style-type: none"> - komfort podróży, - osobiste preferencje dotyczące sposobów podróżowania, - uwarunkowania historyczne dotyczące związków pomiędzy poszczególnymi regionami kraju.

Warto podkreślić, że pomiędzy niektórymi czynnikami mogą występować współzależności, dlatego należy zwracać uwagę na to, aby w modelu nie uwzględnić jakiegoś zjawiska wielokrotnie.

5. MODELE GENEROWANIA POTOKU RUCHU

W klasycznym podejściu 4-etapowym do modelowania ruchu / podróży wyróżnia się następujące etapy: **etap generowania ruchu**, w którym dla każdego źródła / ujścia określa się wartości potencjałów odpowiadające liczbie pasażerów przyjeżdżających i wyjeżdżających z danego punktu, **etap dystrybucji ruchu**, określający strukturę podróży w aspekcie jej odległości lub czasu trwania, **etap podziału międzygałęziowego**, w którym potoki dzielone są pomiędzy poszczególne środki transportu oraz **etap rozłożenia potoków** na sieć transportową, w którym każdej jednostce potoku (pasażerowi) przydzielana jest droga przejazdu.

W prezentowanym przykładzie, model generowania potoku ruchu służy do określenia, jaka liczba osób w danej jednostce czasu będzie chciała się przemieścić w danej relacji, a zatem uwzględniona jest już w nim kwestia dystrybucji potoku – miejsce docelowe (ujście jednostek potoku pasażerów) określamy już w momencie obliczenia ilu pasażerów / osób przemieszcza się w poszczególnych relacjach przewozu. Poniższy nieskomplikowany przykład, jest rozwinięciem idei przedstawionej na rysunku 2.

Za podstawowe czynniki, które decydują o zmianach potoku pasażerskiego przyjęto liczbę ludności, produkt krajowy brutto oraz średni koszt uogólniony podróży w relacji (a,b) . Zakłada się, że wpływ wszystkich czynników na wielkość potoku pasażerskiego jest niezależny. W celu uproszczenia w przykładzie przyjęto, że zależności pomiędzy tymi czynnikami da się opisać za pomocą regresji liniowej, przy czym koszt podróży ma wpływ odwrotnie proporcjonalny. Funkcja określająca wielkość potoku ruchu ma zatem postać:

$$x_{n+1(a,b)} = K_{(a,b)} \alpha \frac{P_{n+1,a} + P_{n+1,b}}{P_{n,a} + P_{n,b}} \beta \frac{L_{n+1,a} + L_{n+1,b}}{L_{n,a} + L_{n,b}} \gamma \frac{C_{n(a,b)}}{C_{n+1(a,b)}}, \quad (4)$$

gdzie: $x_{n+1(a,b)}$ – wartość potoku pasażerskiego w relacji (a,b) w okresie $n+1$ prognozy,

$K_{(a,b)}$ – stała kalibracji dla relacji (a,b) ,

α, β, γ – stałe regresji,

$P_{n,a}, P_{n,b}, P_{n+1,a}, P_{n+1,b}$ – wartości produktu krajowego brutto per capita w okresach n i $n+1$ prognozy, dla wierzchołków (stacji, miejscowości, gmin, powiatów itp.) a i b ,

$L_{n,a}, L_{n,b}, L_{n+1,a}, L_{n+1,b}$ – ogólna liczba ludności w okresach n i $n+1$ prognozy, dla wierzchołków (stacji, miejscowości, gmin, powiatów itp.) a i b ,

$C_{n(a,b)}, C_{n+1(a,b)}$ – średni koszt uogólniony podróży w relacji (a, b) w okresach n i $n+1$. Z przyjętych założeń wynika od razu, że $\beta = 1$.

Rozważmy relację przewozu pomiędzy fikcyjnymi miejscowościami Krukowo i Dąbrowa. Załóżmy, że dane historyczne dla lat 2006–2010 kształtowały się tak, jak przedstawiono w tablicy 2, natomiast interesują nas wielkości potoków pasażerskich w 2015 roku.

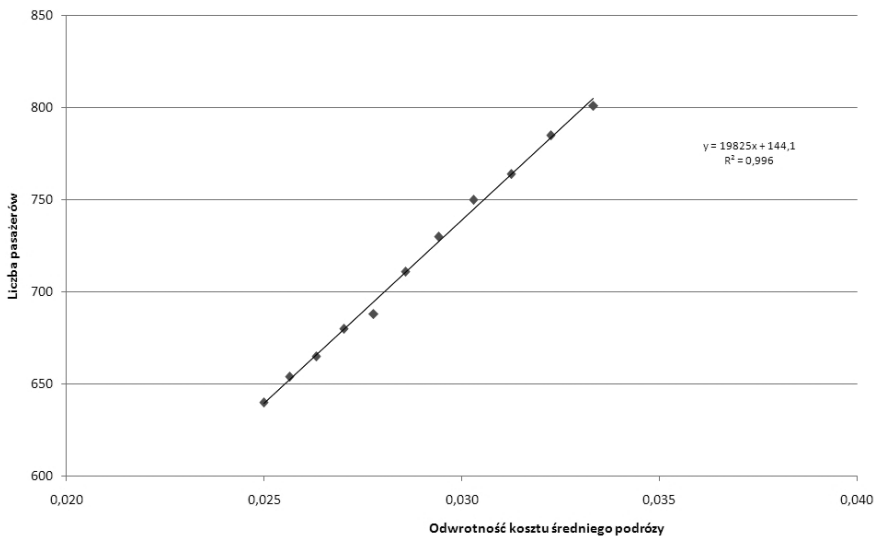
Tablica 2

Dane wejściowe do przykładowego modelu generowania ruchu

Czynnik	2006	2007	2008	2009	2010
Ludność – Krukowo	256 000	255 000	254 000	252 500	253 000
Ludność – Dąbrowa	123 000	122 700	121 900	121 900	121 800
PKB – Krukowo	45 900	46 000	46 500	46 700	46 800
PKB – Dąbrowa	31 200	31 500	31 700	31 800	31 900
Realny koszt podróży	34	35	35	35	35

Opracowanie własne

Warte podkreślenia jest to, że wpływ kosztu podróży jest traktowany jako czynnik niezależny. Uwzględniając, że istnieje związek pomiędzy kosztem odczuwanym przez pasażera a poziomem życia, który może wyrażać się przez PKB, należałoby skorygować wartość średniego kosztu podróży tak, aby uwzględniała tylko realny wzrost tego kosztu. Aby oszacować wpływ zmian kosztu na potok ruchu zasymulowano przeprowadzenie badań elastyczności popytu kosztowego na transport (rys. 4). Na podstawie wyników tych „badań” określono wpływ ceny na popyt na przewozy w tej relacji.



Rys. 4. Wyniki „badań” popytu dla rozważanej relacji [opracowanie własne]

Na podstawie uzyskanej funkcji regresji liniowej obliczono, iż w wąskim zakresie zmian kosztów (pomiędzy 30 a 40) wraz ze spadkiem kosztu podróży o 1%, potok pasażerów wzrośnie o 0,777%, zatem $\gamma = 0,777$.

Należy teraz określić wartość parametru α . Ponieważ założono, iż liczba ludności i poziom PKB są niezależne od siebie, aby dokonać prawidłowej oceny wpływu PKB na

potok, należy na podstawie zmian liczby ludności skorygować liczbę podróży (tabl. 3). Dzięki temu oceni się wpływ zmian PKB na liczbę podróży, zakładając że liczba ludności jest stała. Korekty liczby podróży można dokonać według wyrażenia:

$$x'_{n+1(a,b)} = x_{n+1(a,b)} \frac{L_{n+1}}{L_n}, \quad (5)$$

gdzie: $x'_{n+1(a,b)}$ – skorygowana liczba podróży w relacji (a, b) w okresie $n+1$,
 L_n, L_{n+1} – ludność ogółem dla obszarów a i b w okresie n lub $n+1$.

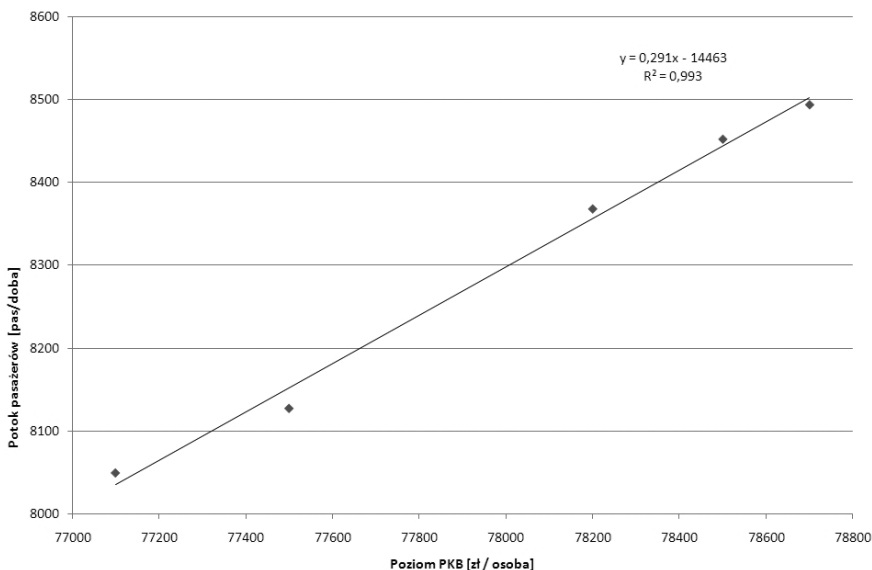
Tablica 3

Dane wejściowe niezbędne do wyznaczenia parametru α

Czynnik	2006	2007	2008	2009	2010
Liczba podróży w dobie	8050	8100	8300	8350	8400
Ludność ogółem	379000	377700	375900	374400	374800
PKB ogółem	77100	77500	78200	78500	78700
Skorygowana liczba podróży	8050	8128	8368	8453	8494

Opracowanie własne

Na rysunku 5 zaprezentowano wykres zależności pomiędzy poziomem PKB a skorygowaną liczbą podróży (wielkością potoku pasażerskiego).



Rys. 5. Związek pomiędzy poziomem PKB a skorygowaną liczbą pasażerów (opracowanie własne)

Na podstawie wyznaczonego równania regresji liniowej i przyjętych danych statystycznych obliczono, że dla analizowanej relacji przewozu wraz ze wzrostem PKB o 1%, potok pasażerów rośnie o 0,91%, stąd $\alpha = 0,91$. Zatem w rezultacie model ma postać:

$$x_{n+1(a,b)} = K_{(a,b)} 0,91 \frac{P_{n+1,a} + P_{n+1,b}}{P_{n,a} + P_{n,b}} \frac{L_{n+1,a} + L_{n+1,b}}{L_{n,a} + L_{n,b}} 0,777 \frac{C_{n(a,b)}}{C_{n+1(a,b)}}. \quad (6)$$

Należy jeszcze dobrać stałą kalibracji K . W tym celu bierzemy pod uwagę dwa ostatnie okresy, dla których są dostępne dane statystyczne.

$$K_{(a,b)} = x_{n+1(a,b)} \frac{1}{0,91} \frac{P_{n,a} + P_{n,b}}{P_{n+1,a} + P_{n+1,b}} \frac{L_{n,a} + L_{n,b}}{L_{n+1,a} + L_{n+1,b}} \frac{1}{0,777} \frac{C_{n+1(a,b)}}{C_{n(a,b)}} = 11837,17. \quad (7)$$

Ostatnim krokiem po uzyskaniu potrzebnych danych dotyczących prognozowanego wzrostu gospodarczego i demograficznego oraz założeniu średniego kosztu podróży, możemy określić prognozowane wielkości potoków pasażerskich do 2015 roku. Wyniki obliczeń znajdują się w tablicy 4.

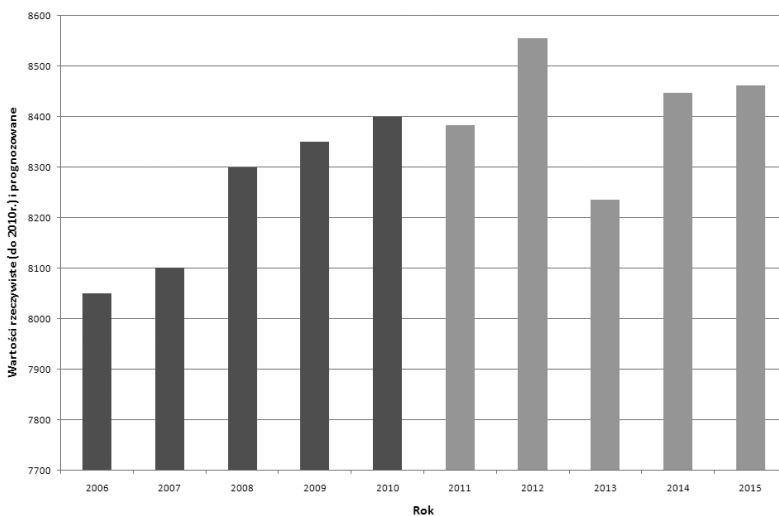
Tablica 4

Wyniki prognoz

Rok	Ludność Krukowo	Ludność Dąbrowa	PKB Krukowo	PKB Dąbrowa	Koszt	Potok
2011	253 100	121 800	46 850	31 950	35	8383
2012	253 150	121 750	47 900	32 650	35	8556
2013	253 150	121 600	48 500	33 050	36	8235
2014	253 200	121 100	49 000	33 400	36	8447
2015	253 100	120 800	49 600	33 800	36	8462

Opracowanie własne

Na rysunku 6 zamieszczono wykres potoków pasażerskich dla okresu historycznego (kolor czarny, lata 2006–2010) oraz okresu prognozy (kolor szary, lata 2011–2015).



Rys. 6. Wykres wyników prognoz potoków pasażerskich dla analizowanego przykładu (opracowanie własne)

6. MODELE PODZIAŁU MIĘDZYGAŁĘZIOWEGO

Znając wielkości potoków pasażerskich ($x_{(a,b)}$) w danej relacji przewozu, należy jeszcze znaleźć podział tego potoku na poszczególne środki transportu. Istnieje wiele modeli podziału międzygałęziowego. Najprostszym modelem podziału międzygałęziowego może być kryterium najmniejszego kosztu uogólnionego podróży. Ze względu na swoją prostotę, sens jego stosowania może się ograniczać tylko do wyjątkowych przypadków. W niniejszym artykule przedstawiony jest przykład bardzo popularnego modelu „logitowego” wykorzystującego funkcję wykładniczą. W modelu tym udział danego środka transportu (czy szerzej: sposobu przemieszczania się) wyrażony jest zależnością

$$u_k = \frac{e^{v_{k(a,b)}}}{\sum_k e^{v_{k(a,b)}}}, \quad (8)$$

gdzie: $v_{k(a,b)}$ – koszt uogólniony podróży środkiem transportu k w relacji (a, b) .

Zatem dla danego okresu prognozy liczba pasażerów korzystająca z k -tego środka transportu w relacji (a, b) jest wyrażona wzorem (indeks okresu prognozy pominięto):

$$x_{d_p(a,b)} = u_k x_{(a,b)}. \quad (9)$$

Funkcję uogólnionego kosztu podróży w najprostszej postaci można zapisać jako:

$$v_{k(a,b)} = ac_a + bc_T T + c, \quad (10)$$

gdzie:

- a, b, c – stałe kalibracji,
- c_a – koszt podróży,
- c_t – czas podróży,
- T – wartość czasu.

O tym, jakie składniki mogą zostać uwzględnione w funkcji kosztów napisali m.in. autorzy artykułu [1]. Parametry tej funkcji należy dobrać na podstawie danych historycznych (lub dla roku bazowego) na temat parametrów podróży poszczególnymi środkami transportu (czas, koszt) oraz potoków pasażerskich w poszczególnych środkach transportu.

W tabelicy 5 przedstawiono przykładowe dane statystyczne dotyczące przewozów w analizowanej fikcyjnej relacji Krukowo – Dąbrowa.

Tabela 5

Przykładowe dane dotyczące parametrów podróży dla roku 2010

k	c_a	c_t	T	Potok	Udział
1	15	1	30	4000	0,48
2	14	1,2	30	2600	0,31
3	14	1,3	30	1800	0,21

Z tablicy wynika, że udziały poszczególnych środków transportu wynoszą odpowiednio 48%, 31% oraz 21%. Należy teraz tak dobrać parametry a i b (c przyjmujemy jako 0), aby uzyskać jak największą zgodność obliczeń teoretycznych z danymi. Po znalezieniu parametrów $a = -0,00015$ oraz $b = -0,08$ zapewniających dużą dokładność uzyskiwanych wyników (błąd od $-0,27$ do $7,89\%$), określono teoretyczne wartości podziału między poszczególne środki transportu (tabl. 6).

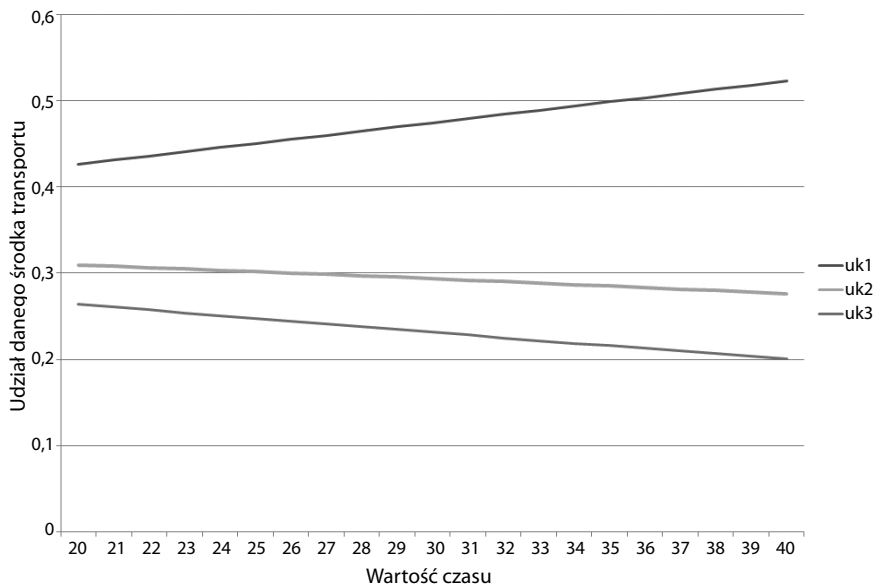
Tablica 6

Zgodność wyników teoretycznych z danymi

k	a	b	e_v	u_k	Błąd u_k
1	-0,00015	-0,08	0,090514	0,475	-0,27%
2	-0,00015	-0,08	0,056017	0,295	-5,05%
3	-0,00015	-0,08	0,044065	0,23	7,89%

Opracowanie własne

Według teoretycznych obliczeń udziały poszczególnych środków transportu wynoszą 47,5%, 29,5% oraz 23%. Ponieważ uzyskiwane wyniki cechuje bardzo duża zgodność z danymi, można taki model zastosować do określenia podziału międzygałęziowego w poszczególnych okresach prognozy. Dla przykładowych danych (rys. 7) sporządzono wykres zależności podziału międzygałęziowego od wartości czasu.



Rys. 7. Zależność podziału międzygałęziowego od czasu (opracowanie własne)

Warto zauważyć, iż wraz ze wzrostem kosztu czasu rośnie udział środka transportu ($k = 1$), którym podróżowało się najkrócej, natomiast spadają udziały środków, którymi

podrózuje się dłużej, co jest zgodne z oczekiwaniami. W związku z tym, modele podziału międzygałęziowego mogą stanowić bardzo dobre narzędzie do analizy wpływu oferty przewozowej (czas, koszt) na kształtowanie się udziału w rynku danego środka transportu.

7. PODSUMOWANIE

Należy podkreślić, że w przedstawionych przykładach wykorzystano fikcyjne dane wejściowe i dotyczyły tylko jednej relacji przewozu. W przypadku analizowania rzeczywistych sieci transportowych, liczba relacji, które muszą zostać poddane analizie rośnie geometrycznie wraz ze wzrostem liczby wierzchołków sieci, które stanowią źródła bądź ujścia potoków. Analiza pojedynczego przypadku pokazuje, że opracowanie prognoz ruchu wymaga zebrania i przetworzenia bardzo dużej ilości danych wsadowych, co jest pracochłonne i czasochłonne. Im więcej czynników chcemy uwzględnić w modelu, tym więcej pracy wymaga właściwa jego kalibracja, zebranie danych oraz opracowanie wyników. Dlatego ważne jest, aby zachować równowagę pomiędzy szczegółowością analizy, a możliwościami (np. kwestia dostępności danych, czy środków przeznaczonych na projekt), którymi dysponuje zespół opracowujący prognozę.

BIBLIOGRAFIA

1. Calvet B., Klemba S.: *Prognozowanie ruchu na sieci kolejowej na przykładzie Kolei Dużych Prędkości*, Zeszyty Naukowo-Techniczne SITK RP Oddział w Krakowie, Zeszyt 153.
2. Jacyna M.: *Modelowanie i ocena systemów transportowych*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2009.
3. Jacyna M.: *Wybrane zagadnienia modelowania systemów transportowych*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2009.
4. Korzan B.: *Elementy teorii grafów i sieci*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1978.