

Podstawy analizy harmonicznej odkształconych przebiegów prądów i napięć w sieciach zasilających

W artykule przeprowadzono krytyczną analizę metod pomiaru wyższych harmonicznych prądu i napięcia, porównując różne teorie odnośnie do definicji mocy. Podano podstawy analizy harmonicznej wraz z przykładami, ze szczególnym naciskiem na wpływ zastosowania różnych okien do analizy harmonicznej. Sformułowano odpowiednie wnioski praktyczne

1. WSTĘP

Odbiorniki nieliniowe, a zatem ta grupa odbiorników, którą jeszcze niedawno uważano za marginalną, stała się obecnie podstawową – największą grupą odbiorników.

Już nie tylko odbiory przemysłowe, ale także komunalno-bytowe, to przede wszystkim odbiorniki niespokojne. Ten fakt niesie ze sobą wszystkie pozytywne, tj. użytkowe, ale także negatywne, czyli eksploatacyjne skutki.

Do najbardziej uciążliwych skutków należy opisywany obszernie w literaturze zwiększony pobór mocy biernej i odkształconej, a także pobór wyższych harmonicznych prądu i tym samym zniekształcenie sinusoïdy napięcia [14-18]. Analiza teoretyczna zjawisk związanych z zasilaniem odbiorów niespokojnych obejmuje określenie bilansu mocy i wyznaczenie widma wyższych harmonicznych prądu i napięcia. Kwestie bilansu mocy do dzisiaj nie doczekały się jednoznacznego rozwiązania. Moc bierna w układach nieliniowych nastęrcza szczególnie duże trudności, brak jest bowiem jej interpretacji fizycznej. Zagadnienie to przez długi okres tłumaczono opierając się na teorii mocy Budeanu i Fryzego (1931 r.), [2],[3] znane było bowiem doświadczenie Steinmetza z 1892 r. z lampą łukową [1], w którym

$$S^2 > P^2 + Q^2 \quad (1)$$

Założono zatem, że musi istnieć tzw. moc odkształcenia D zdefiniowana przez Budeanu w 1927 r. jako [2]:

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q_B^2)} \quad (2)$$

gdzie:

Q_B jest mocą bierną Budeanu.

Do podobnych wyników doszedł S. Fryze w 1931 roku rozkładając prąd źródła na składową czynną i_a i bierną i_F wzajemnie ortogonalne. W konsekwencji otrzymuje się równanie Fryzego w postaci [3]:

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \quad (3)$$

gdzie $Q_F = \vec{u} \cdot \vec{i}_F$ jest mocą bierną Fryzego zawierającą moc bierną składowej podstawowej i moc bierną wyższych harmonicznych w funkcji czasu. Kłopoty pojawiają się jednak w przypadku gdy obciążenie jest trójfazowe i niesymetryczne, wtedy bilans mocy nie zamyka się.

Nowa teoria mocy została opublikowana w 1972 r. przez W. Shepherd'a i P. Zakikhanię[4], w której przyjęto, że prąd w funkcji czasu rozkłada się na prąd rezystancyjny $i_R(t)$ i tzw. prąd bierny $i_r(t)$ wynikający z przesunięciem pomiędzy prądem a napięciem zasilającym. Prądy $i_R(t)$ i $i_r(t)$ traktowane są jako widma harmonicznych i są wzajemnie ortogonalne.

$$i_R(t) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos \varphi_n \cos(n\omega_1 - \alpha_n) \quad (4)$$

$$i_R(t) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin \varphi_n \sin(n\omega_1 - \beta_n)$$

gdzie

φ_n – przesunięcia fazowe pomiędzy prądem a napięciem harmonicznymi,

α_n – faza początkowa prądu n -harmonicznego,

β_n – faza początkowa napięcia n -harmonicznego.

W konsekwencji otrzymana zależność na moc wyraża się wzorem

$$S^2 = S_R^2 + Q^2 \quad (5)$$

gdzie:

S_R – moc pozorna „rezystancyjna”

W powyższym równaniu nie występuje moc czynna. Jest to głównym powodem krytyki tej teorii. Teoria ta ma jednak tę praktyczną zaletę, że pozwala wyznaczyć optymalną pojemność kompensacyjną prądu przy odbiorach indukcyjnych. Moc czynną do powyższego równania wprowadził wstępnie w 1973 r. Sharon [5] przyjmując, że istnieje tzw. dopełniająca moc bierna S_c .

$$S_c = \sqrt{S_R^2 - P^2} \quad (6)$$

Zatem

$$S^2 = P^2 + Q^2 + S_c^2 \quad (7)$$

Do dzisiaj opublikowano wiele teorii mocy elektrycznej m.in. Buchholza [6], Curtisa [7] Depenbrocka [8], Kusters'a i Moore'a [9], A. Nabae, H. Akagi, Y. Kanazaway [10] oraz Czarnieckiego [11]. Niestety poza – w pewnym zakresie – pracami L. Czarnieckiego (oparta na składowych fizycznych prądach), teorie te nie podają interpretacji fizycznej mocy bierniej, rozproszonej, rozrzutu itd. W dalszym zatem ciągu nie mamy odpowiedzi na fundamentalne pytanie czym jest moc bierna i za co odpowiada? Dlatego też, zapewne, ostatnie zalecenie norm i standardów europejskich powróciło po prawie 100 latach do definicji mocy Budeanu, Fryzego i koncepcji prądów i napięć Illović [12].

Sklania do wniosku, że najbardziej wiarygodne są obecnie bezpośrednie metody pomiarowe. Napotykało tu jednak duże kłopoty, związane z ograniczenia-

mi dotyczącymi stosowania różnych analizatorów napięć harmonicznymi.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE ANALIZY HARMONICZNEJ

Celem analizy harmonicznnej jest uzyskanie widma przebiegu, a dokładnie wyznaczenie wartości współczynników szeregu Fouriera C_k i S_k . Jeśli zatem funkcja $y = f(t)$ spełnia warunki Dirichleta to można ją przedstawić za pomocą szeregu Fouriera

$$y = \frac{C_0}{2} + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t + \dots + S_1 \sin \omega t + S_2 \sin 2\omega t + \dots \quad (8)$$

Znacznie częściej, szczególnie w elektrotechnice, przedstawiana jest wygodniejsza postać szeregu

$$y = \frac{C_0}{2} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \quad (9)$$

gdzie:

$$A_k = \sqrt{S_k^2 + C_k^2}$$

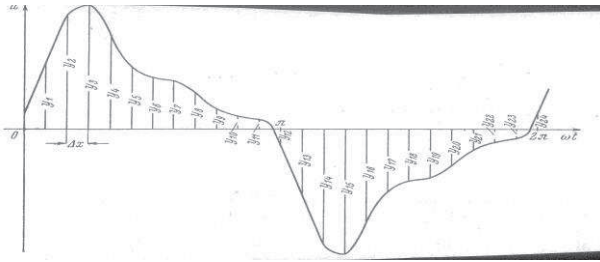
$$\varphi_k = \arctan \frac{C_k}{S_k}$$

Współczynniki A_k to amplitudy, a φ_k to fazy początkowe wyższych harmonicznymi o rzędach k .

W praktyce oznacza to, że widmo przebiegu prądu lub napięcia możemy wyznaczyć analitycznie, znajdując wartości współczynników szeregu Fouriera.

Z uwagi na fakt, że system zasilający odbiory nieliniowe jest systemem dynamicznym, to najlepsze wyniki otrzymuje się wykorzystując pomiary bezpośrednie za pomocą analizatora przebiegów wielkości nieliniowych. Istotna jest jednak znajomość podstaw algorytmów wykorzystywanych w konkretnych przypadkach. Metody te znane są od wielu lat. Rozróżnić tu zaś można tzw. metody arytmetyczne, graficzne lub też mieszane. Syntetyczną analizę tych metod przeprowadził już w 1948 r. Serebrennikow [13].

Podstawowe znaczenie mają, jak się wydaje, metody Perry'ego oraz Fischer-Hinnena, które stały się podstawą opublikowaną w 1965 roku przez Cooley'a i Tukey'a [14] metody zwanej szybką transformatą Fouriera (FFT).



Rys. 1. Przykładowa funkcja okresowa poddana analizie Perry'ego

W metodach tych dowolną funkcję (rys. 1.) spełniającą warunki Dirichleta dzieli się na Z próbek $\omega t = \frac{2\pi}{Z}$ wtedy

$$C_K \cong \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{n=Z} F(n\omega t) \cos kn\omega t \cdot (\omega t) \quad (10)$$

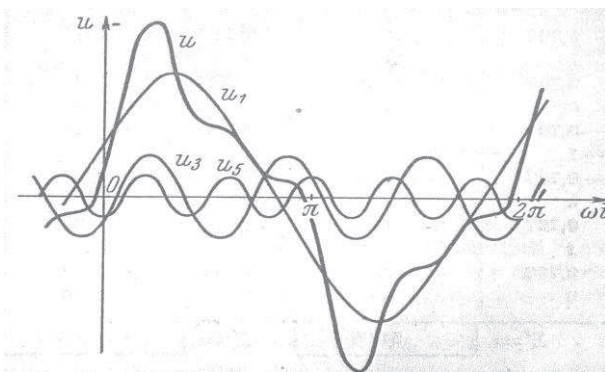
$$S_K \cong \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{n=Z} F(n\omega t) \sin kn\omega t \cdot (\omega t) \quad (11)$$

Zakładając dodatkowo, że $F(n\omega t)$ jest wartością rzędnej funkcji y_n możemy zapisać.

$$C_K \approx \frac{2}{Z} \sum_{n=1}^{n=Z} y_n \cos k \frac{2\pi n}{Z} \quad (12)$$

$$S_K \approx \frac{2}{Z} \sum_{n=1}^{n=Z} y_n \sin k \frac{2\pi n}{Z} \quad (13)$$

Znając zatem częstotliwość próbkowania i wartości funkcji dla poszczególnych próbek, możemy łatwo wyznaczyć współczynniki C_K i S_K szeregu Fouriera, a tym samym określić jego widmo. Na rysunku 2 dla przykładu pokazano funkcję przedstawioną do analizy na rysunku 1 i przebiegi czasowe 1, 3 i 5 harmonicznnej otrzymane wg powyższego algorytmu.

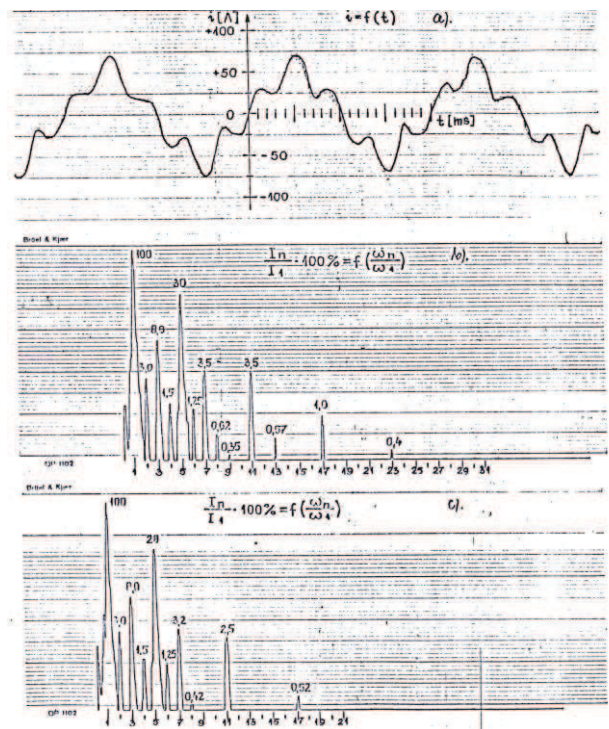


Rys. 2. Przebiegi 1,3 i 5 harmonicznnej funkcji $u(t)$ z rysunku 1

3. PRZYKŁADY ANALIZY HARMONICZANEJ WG RÓŻNYCH ALGORYTMÓW

Z przedstawionych powyżej ogólnych zasad wykorzystywanych podczas analizy FFT lub DFT wynikają podstawowe ograniczenia, które mogą wpłynąć w istotny sposób na wyniki pomiarów.

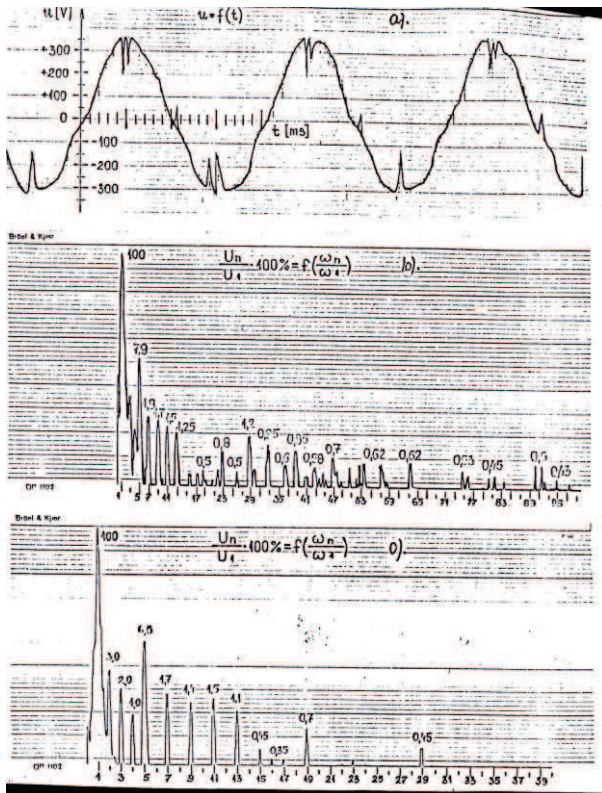
Pierwszym i zasadniczym warunkiem prawidłowej analizy harmonicznnej jest, aby okres próbkowania był całkowitą wielokrotnością okresu funkcji badanej. Wynika to wprost ze wzorów (10) do (13). Jeśli tak nie jest, błędy pomiarowe mogą osiągać w niektórych przypadkach kilkadziesiąt procent.



Rys. 3. Przykładowy przebieg prądu transformatora zasilającego napęd maszyny papierniczej MP V w Skolwinie po stronie pierwotnej

Na rysunku 3 przedstawiono dla przykładu przebiegi i wyniki analizy harmonicznnej prądu transformatora zasilającego napęd wielosilnikowy maszyny papierniczej MP V w Skolwinie mierzony po stronie pierwotnej.

Analizę wykonano dla dwóch różnych okresów próbkowania, tj. 40 ms i 140 s rys. 3b i 3c. Widać tutaj wyraźną różnicę w wartościach obliczonych amplitud i w składzie widma, co jest bezpośrednim skutkiem przyjętego doboru okresów próbkowania.



Rys. 4. Przebieg napięcia transformatora zasilającego napęd maszyny papierniczej MP V w Skolwinie po stronie wtórnej

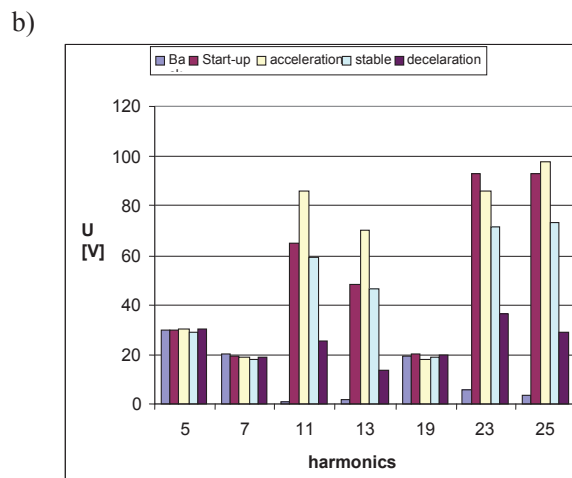
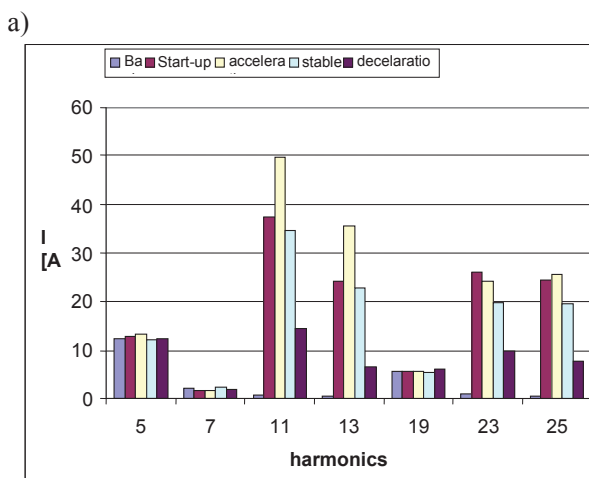
Analiza powyższa jak również ta przedstawiona na rysunku 4 (dotyczące napięcia zasilającego ten sam napęd po stronie wtórnej transformatora) zostały wykonane w oparciu bezpośrednio o równania (12) i (13), tj. bez żadnych dodatkowych ograniczeń czy warunków. Otrzymane widmo jest bardzo rozbudowane, widać wyraźne wstęgi boczne

do niedawna traktowane jako błąd metody. W rzeczywistości zawierają one pełne widmo i dostarczają wiarygodnych danych.

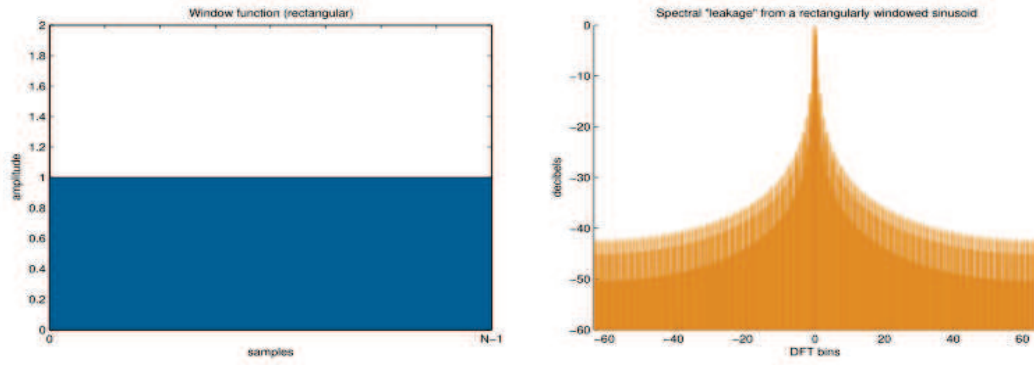
Dla porównania na rysunku 5 przedstawiono wyniki pomiarów i analizę harmoniczną z wykorzystaniem szybkiej transformaty Fouriera FFT. Jak widać wyniki są czytelniejsze, trudno jednak wyrokować o dokładności analizy. Nie ma tu bowiem możliwości doboru okresu próbkowania. Jest on bowiem dobierany automatycznie, gdzie okres funkcji ustala się jako czas pomiędzy dwoma najbliższymi punktami, dla których wartość funkcji powtarza się. Widmo jest pozbawione również wielu ważnych danych takich jak harmoniczne ułamkowe, parzyste itd.

4. WPŁYW RÓŻNYCH RODZAJÓW OKIEN W ANALIZIE DFT

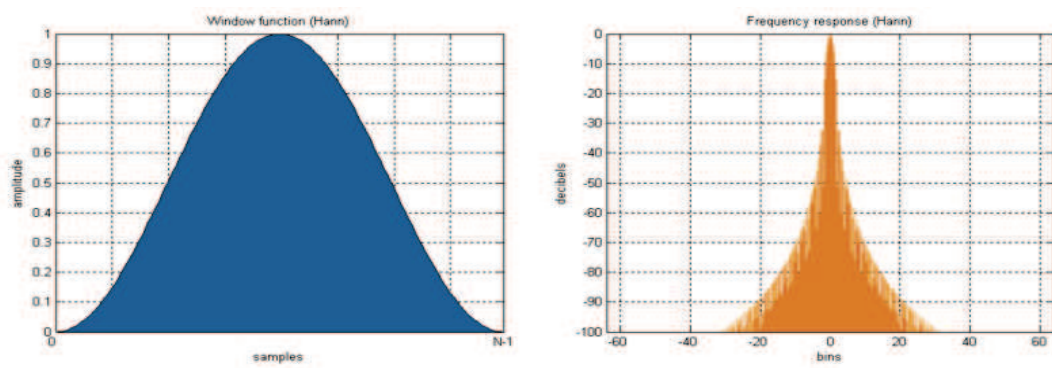
Odrębną kwestią w pomiarach i analizie DFT jest zastosowanie odpowiednich okien pomiarowych. Jak wspomniano, zasadniczym problemem jest tutaj prawidłowy dobór okresu próbkowania. Przyjęto zatem, że kosztem dokładności można na dany przebieg nałożyć filtr w postaci okna pomiarowego i dopiero po takiej operacji dokonać analizy harmonicznego. Należy nadmienić, że okna pomiarowe są w zasadzie skomplikowanymi funkcjami, przez które mnoży się badane przebiegi. (Ich analiza przekracza ramy niniejszej publikacji.) Przedstawiono jedynie tutaj najczęściej stosowane, w analizatorach, okna wraz ze swoimi widmami. Na rysunkach od 6 do 10 przedstawiono dla przykładu kolejno okna prostokątne, Hann, Hamminga, trójkątne i Blackmana.



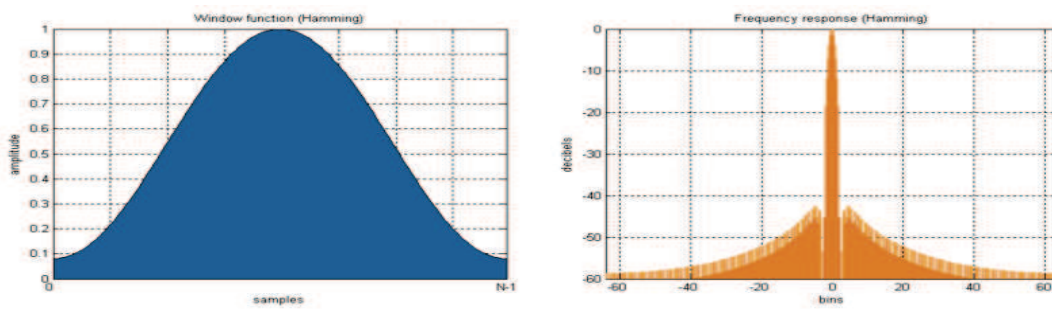
Rys. 5. Przebiegi prądu (a) i napięcia (b) transformatora zasilającego napęd maszyny wyciągowej



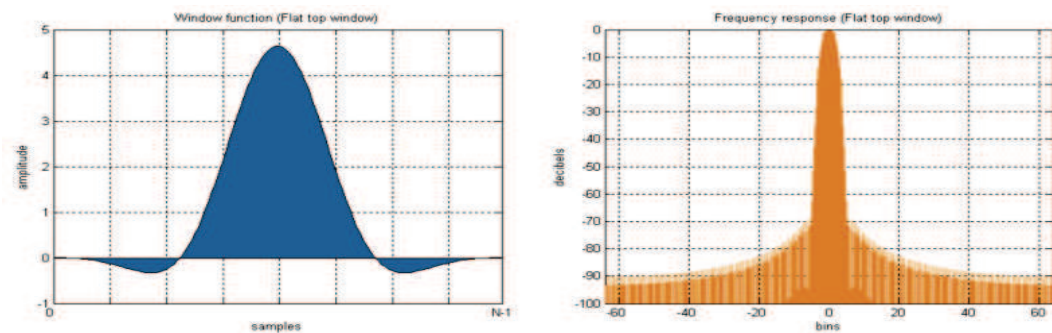
Rys. 6 .Okno prostokątne transformaty DFT wraz z widmem



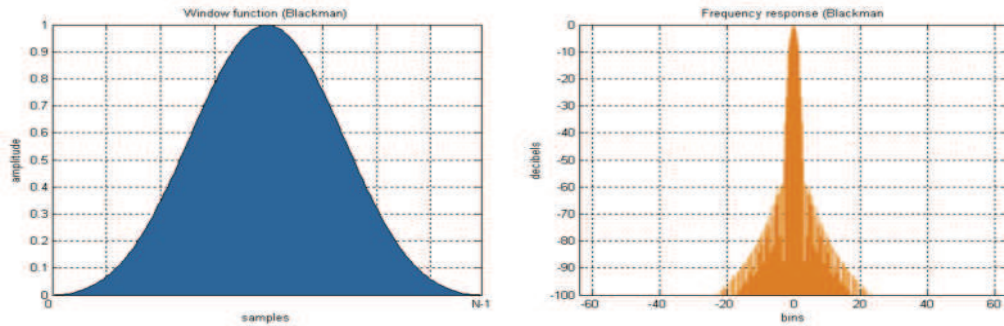
Rys. 7 .Okno Hanna transformaty DFT wraz z widmem



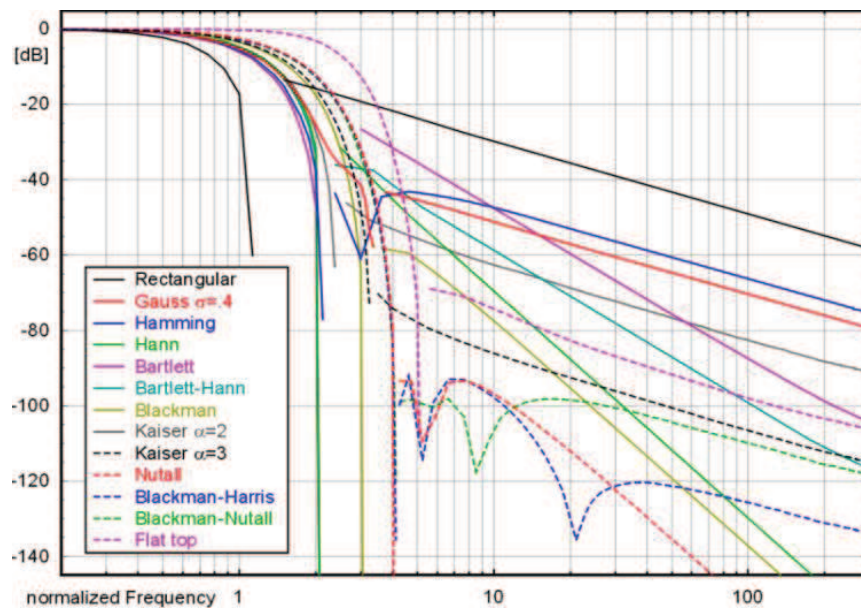
Rys. 8 .Okno Hamminga transformaty DFT wraz z widmem



Rys. 9 .Okno Flat-top transformaty DFT wraz z widmem



Rys.10 .Okno Blackmana transformaty DFT wraz z widmem



Rys. 11.Porównanie różnych typów okien – amplituda w funkcji częstotliwości

Jak widać różnice pomiędzy oknami są znaczne zarówno co do ich formy jak i przede wszystkim co do widma, rozdzielczości itd. Trudno jest tutaj podać jakąś uniwersalną regułę odnośnie do doboru konkretnego okna pomiarowego.

Na rysunku 11 przedstawiono dla przykładu porównanie różnych typów okien. Prawidłowy jednak dobór okna winien być poprzedzony badaniami praktycznymi każdego przebiegu i dopiero wstępna analiza otrzymanych wyników może stanowić podstawę wyboru właściwego okna.

Można się jednak tutaj kierować pewnymi empirycznymi wskazówkami, takimi jak:

- jeśli w badanym przebiegu znajdują się dwie lub więcej składowych spektralnych w bliskim sąsiedztwie, należy dobierać okna o jak największej rozdzielczości, w dziedzinie częstotliwości (prostokątne, Hann, Hamminga),
- jeśli w widmie badanego sygnału mogą wystąpić składowe o bardzo małych amplitudach, należy zastosować okno o dużej dynamice (Blackmana, Hamminga, flat-top)

– jeśli niezbędne jest określenie amplitud charakterystycznych z bardzo dużą dokładnością, należy zastosować okno typu flat-top.

WNIOSKI

- Z uwagi na brak interpretacji fizycznej mocy biernej metoda pomiarowa jest najlepszym narzędziem wyznaczania poziomu wH prądu i napięcia i określania bilansu mocy.
- Zastosowanie FFT lub DFT wprowadza poważne ograniczenia dokładności pomiarów.
- Okres próbkowania należy dobierać możliwie jako całkowitą wielokrotność okresu badanej funkcji.
- Dobór okien pomiarowych wymaga szczególnej uwagi i precyzji i ma zasadniczy wpływ na jakość prowadzonej analizy.

Literatura

1. *Steinmetz Ch.P.*: Is a phase-shift in the current of an electric arc?, *Elektrotechnische Zetschrift*, Heft 42, 1892.
2. *Budeanu C.I.*. Puissances rectives et fictives, Institut Romain de l'Energie, Bucharest 1927.
3. *Fryze S.*: Moc rzeczywista, urojona I pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia, *Przebieg Elektrotechniczny*, z. 7, z. 8, 1932.
4. *Shepherd W., Zakikhani P.*: Suggest definition of reactive power for nonsinusoidal systems, *Proc. IEE*, No9, 1972.
5. *Sharon D.*: Reactive power definitions and power factor improvement in nonlinear systems, *Proc. IEE*, No6, 1973.
6. *Buchholz F.*: Die Drehstrom-Scheileistung bei ungleichmabiger Belastung der drei Zweige, *Lich und Kraft*, No2, 1922.
7. *Curtis H., Silsbee F.*: Definitions of power and related quantities, *Trans. AIEE*, Vil. 54, 1935.
8. *Depenbrock M.*: Wirk und Blindleistung, *ETG-Fachtagung*, Aachen, 1979.
9. *Kusters N., Moore W.*: On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions, *IEEE Trans. Pow. Appl. Syst.*, Vol. 99, 1980.
10. *Akagi H., Kanazawa Y., Nabaie A.*: Generalized theory of instantaneous reactive power in three-phase circuits, *roc. IEE*, Tokyo, 1983.
11. *Czarnecki L.S.*: Moce w obwodach elektrycznych z niesinusoidalnymi przebiegami prądów i napięć, *Oficyna Wyd. Pol. Warsz.*, 2005.
12. *Illović M.*: Definition et mesure de la puissance et de l'energie reactivities, *Bull. Soc. Franc. Electric.*, 1925.
13. Understanding FFT Windows, Application Note AN014, LDS-group, 2003 *Pawłowski M.*: Harmoniczne parzyste prądu i napięcia w warunkach rezonansu w układach zasilania napędów przekształtnikowych, *Mechanizacja i Automatykacja Górnictwa* 2007, nr 7.
14. *Pawłowski M.*: Interharmoniczne w warunkach rezonansu w układach zasilania napędów Przekształtnikowych, *Mechanizacja i Automatykacja Górnictwa* 2006, nr 8.
15. *Pawłowski M., Szymański A., Fjalkowski Z.*: Analiz isljesoobraznosti primienienia modeli LCL istocznikom wysszych garmonicznych toka pri isliedowanii jawlenia rezonansa wsieli pitania, *Energetika*, Mińsk 2004, nr 2.
16. *Pawłowski M.*: Wybrane problemy eksploatacji przemysłowych sieci zasilających z bateriami kondensatorów do kompensacji mocy biernej, *Mechanizacja i Automatykacja Górnictwa* 2004, nr 7.
17. *Pawłowski M., Szymański A., Fjalkowski Z.*: The analysis of using of model LCL to approximation in feeding power networks, III International Conferency NEET 2003.
18. *Pawlak M.*: Zastosowanie funkcji okien czasowych w diagnostyce wirników silników indukcyjnych, *Prace Naukowe Inst. Maszyn Napędów i Pom. leltr.*, No62, 2008.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Bogdan Miedziński

THE PRINZIP OF SPECTRUM ANALYSE OF DEFORMATED CURRENT AND VOLTAGE IN SUPPLY ELECTRICAL NETWORKS

In the paper is given analyse of methodology of measurement of upper harmonics of current and voltage. It was made a summary of different theory of electrical power and their problems. There are given the prinzip of spectrum analyse with exemples. There were describes influence of different types of windows on the results of analyse. Finally given conclusions.

ОСНОВЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЕФОРМИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ В ПИТАЮЩИХ СЕТЯХ

В статье представлен критический анализ методов измерения высший гармонических тока и напряжения, при сопоставлении разных теорий с дефиниций мощности. Поданы основания гармонического анализа с примерами и особенным натиском на влияние применения разных окон гармонического анализа. Сформулированы соответствующие практические выводы.