

## Teksturowe (niesegmentacyjne) metody wizyjnej oceny składu ziarnowego

*W artykule przedstawiono problem wyznaczania udziałów poszczególnych klas ziarnowych w strumieniu materiału na podstawie parametrów teksturowych, bez konieczności dokonywania pełnej segmentacji obrazu z wyodrębnianiem granic poszczególnych ziaren. Podstawą obliczeń są wzorcowe parametry teksturowe (np. funkcja autokorelacji) wyznaczane w sposób doświadczalny. Zwrócono uwagę na konieczność redukcji liczby wymiarów funkcji (uśrednienie radialne), eliminację składowej stałej jasności obrazu oraz zastosowanie odpowiednich algorytmów rozwiązywania nadokreślonego układu równań, zapewniających nieujemność otrzymanych rozwiązań. Przedstawiono obliczeniowe przykłady obrazów wzorcowych oraz analizy obrazu zawierającego wiele klas ziarnowych.*

### 1. WSTĘP

---

Większość segmentacyjnych metod wizyjnej oceny składu ziarnowego cechuje się dużą wrażliwością na błędy związane z wzajemnym przesłanianiem się ziarn (ziarna częściowo zasłonięte przez inne oceniane są jako mniejsze niż w rzeczywistości), a stykające się ziarna mogą być czasem niedostatecznie rozdzielone przez algorytm wstępnego przetwarzania obrazu i uwzględniane jako większe niż w rzeczywistości. Stąd też oprócz metod redukcji zakłóceń oraz doskonalenia sposobów segmentacji poszczególnych ziarn celowe jest również poszukiwanie algorytmów uwzględniających wizyjne parametry różnych klas ziarnowych w sposób statystyczny, bez konieczności indywidualnej segmentacji. Statystyczne parametry poszczególnych klas ziarnowych określone mogą być bezpośrednio w sposób doświadczalny na stanowisku pomiarowym. Taka metoda uwzględnia równocześnie geometrię stanowiska pomiarowego (odległość do powierzchni ziarn, ogniskową obiektywu) oraz rozdzielczość przetwornika pomiarowego. Określenie zbioru tych parametrów powinno zostać dokonane przez analizę obrazów wzorcowych, przedstawiających poszczególne jednorodnie klasy ziarnowe (statystyczna ocena większych obszarów już sama w sobie uwzględnia efekt wzajemnego przesłaniania i niedo-

skonałość segmentacji). Schemat blokowy proponowanej metody przedstawiono na rys. 1. W algorytmie wyróżnić można dwie odrębne procedury – procedurę kalibracji stanowiska roboczego, czyli tworzenia katalogu (bazy) obrazów wzorcowych oraz procedurę analizy obrazów wieloskładnikowych wykorzystującą uprzednio sparametryzowane obrazy wzorcowe.

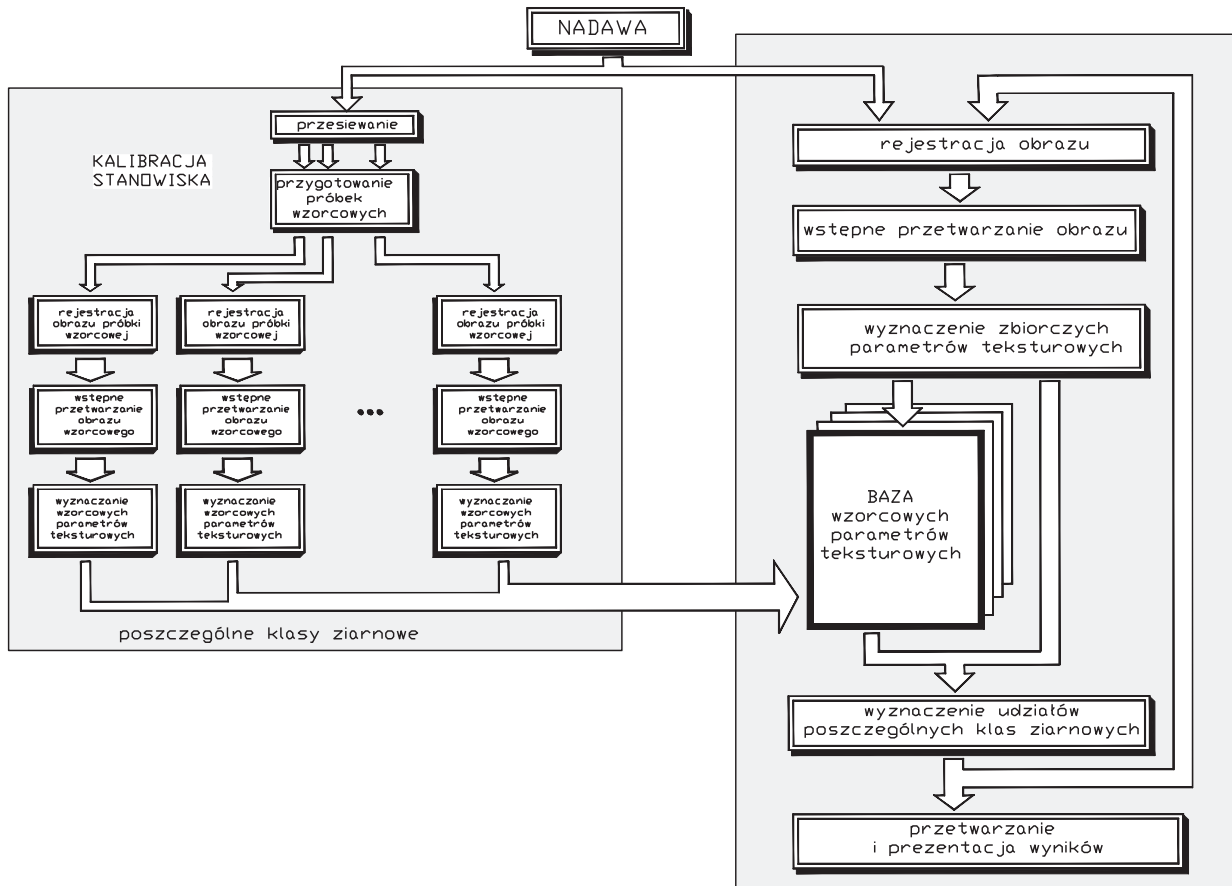
### 2. LINIOWA DEKOMPOZYCJA SKŁADU ZIARNOWEGO

---

Jeżeli każdy z wzorcowych obrazów opisany jest

zestawem (wektorem)  $n$  parametrów  $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$  (tych

samych dla wszystkich obrazów – dla większej reprezentatywności, wartości tych parametrów mogą być uśredniane na podstawie wyników uzyskanych z analizy większej liczby obrazów przedstawiających różne jednorodne próbki zaliczane do tej samej klasy ziarnowej – jako parametr reprezentatywny dla danej klasy ziarnowej przyjmuje się taki, którego zmienność – odchylenie standardowe – dla różnych próbek tej samej klasy jest istotnie, np. o rząd wielkości



Rys. 1. Schemat blokowy proponowanego algorytmu wizyjnej oceny składu ziarnowego

mniejsze niż różnica wartości tego parametru dla różnych klas ziarnowych) i jeżeli obraz przedstawiający mieszaninę  $m$  klas ziarnowych, których udziały w całości próbki wynoszą  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$ , opisany

jest wektorem parametrów  $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$  to wartość  $i$ -tego

parametru można opisać zależnością

$$a_{i1}\gamma_1 + a_{i2}\gamma_2 + \dots + a_{im}\gamma_m = b_i \quad (1)$$

czyli w zapisie wektorowym

$$\begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{im} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{bmatrix} = b_i \quad (2)$$

a dla wszystkich klas ziarnowych łącznie jako:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

Aby zapewnić normalizację wyników (sumowanie do 100%) można ten układ uzupełnić jeszcze jednym równaniem do postaci:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

lub (jeżeli udziały  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$  podawane są w procentach):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2m} \\ & & \text{O} \\ & & \\ & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nm} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \text{M} \\ \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \text{M} \\ b_n \\ 100 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Jeżeli  $n > m$  to układy (4) lub (5) są nadokreślone i możliwe jest jedynie rozwiązanie przybliżone w sensie metody najmniejszych kwadratów.

W dalszym ciągu rozważań przyjęto oznaczenia:

$m$  – liczba identyfikowanych klas ziarnowych,  
 $n$  – liczba parametrów opisujących każdą z identyfikowanych klas,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2m} \\ & & \text{O} \\ & & \\ & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nm} \end{bmatrix}$$

– macierz wzorcowa ( $n \times m$ ) będąca zbiorem kolumnowych wektorów wzorcowych dla poszczególnych klas ziarnowych,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \text{M} \\ b_n \end{bmatrix}$$

– wektor parametrów analizowanego obrazu ( $n \times 1$ ) wyznaczany oddzielnie dla każdej analizowanej klatki (ramki),

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \text{M} \\ \gamma_m \end{bmatrix}$$

– poszukiwany wektor udziałów poszczególnych klas ziarnowych, wówczas można zapisać:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{B} \quad (6)$$

Jeżeli zdefiniuje się wektor błędu rozwiązania  $\mathbf{R}$  jako:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} - \mathbf{B} \quad (7)$$

czyli:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \text{M} \\ r_n \end{bmatrix} \quad \text{gdzie} \quad r_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot \gamma_j - b_i \quad (8)$$

to minimalizacja ogólnego skalarnego błędu rozwiązania (kwadratowej normy tego wektora):

$$E = \|\mathbf{R}\| = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R} \quad \text{czyli} \quad E = \sum_{i=1}^m r_i^2 \quad (9)$$

będzie możliwa przy minimalizacji poszczególnych błędów cząstkowych:

$$\frac{\partial E}{\partial \gamma_k} = 0 \quad \text{dla} \quad k = 1 \dots m \quad (10)$$

czyli:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \gamma_k} \left( \sum_{i=1}^m r_i^2 \right) &= \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial \gamma_k} r_i^2 = \sum_{i=1}^m 2r_i \frac{\partial r_i}{\partial \gamma_k} = 2 \sum_{i=1}^m r_i \frac{\partial r_i}{\partial \gamma_k} = \\ &= 2 \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n a_{jk} \gamma_j - b_j \right) a_{ik} = 2 \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{jk} a_{ik} \gamma_j - \sum_{i=1}^m a_{ik} b_i \right) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Zadanie można to zapisać w postaci macierzowej jako  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} - \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}$ , czyli:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B} \quad (12)$$

Należy jednak podkreślić, że bezpośrednie rozwiązanie układu równań (12) może być stosunkowo mało dokładne (obarczone dużymi błędami) ze względu na fakt, że macierz  $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$  bywa w praktyce znacznie gorzej uwarunkowana niż macierz  $\mathbf{A}$  [6], zwłaszcza przy występowaniu w macierzy  $\mathbf{A}$  jednocześnie wyrazów o względnie małych i dużych wartościach (a tak bywa przy numerycznym wyznaczaniu parametrów teksturowych). Dlatego też znacznie bardziej celowe są tu metody numeryczne, nie wymagające odwracania macierzy  $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$ , czyli wyznaczania macierzy odwrotnej  $(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1}$ .

Jeżeli macierz  $A$  rozłoży się (faktoryzuje) na iloczyn dwóch macierzy  $Q, R$ , gdzie  $Q$  jest macierzą ortogonalną o rozmiarze  $n \times m$ , a  $R$  jest macierzą górnotrójkątną o rozmiarze  $m \times m$  to ponieważ kolumny macierzy  $Q$  tworzą zbiór ortogonalny, to  $Q^T \cdot Q = I$ , czyli:

$$A^T \cdot A = (Q \cdot R)^T \cdot (Q \cdot R) = R^T (Q^T \cdot Q) R = R^T \cdot I \cdot R = R^T \cdot R$$

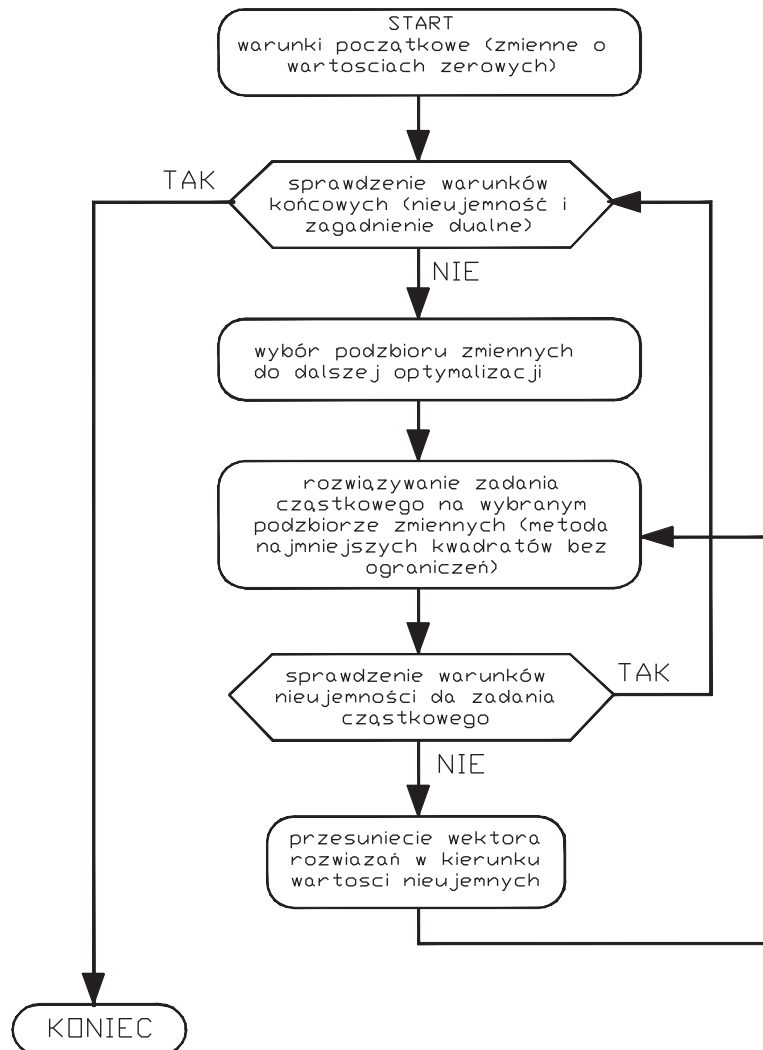
Można więc zapisać:

$$\Gamma = (A^T A)^{-1} \cdot A^T \cdot B = (R^T R)^{-1} (R^T Q^T) \cdot B = R^{-1} (R^{T-1} R^T) Q^T B \tag{13}$$

Ponieważ  $(R^T)^{-1} R^T = I$  to wektor udziałów poszczególnych klas ziarnowych można wyznaczyć w najprostszy sposób jako:

$$\Gamma = R^{-1} Q^T B \tag{14}$$

Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że uzyskane w ten sposób rozwiązanie (minimalizacja bez ograniczeń) może zawierać wartości  $\gamma_i < 0$ , co jest nieuzasadnione z fizycznego punktu widzenia. Dlatego też lepiej poszukiwać rozwiązania, zapewniającego od razu nieujemne wartości udziałów. Można tu wykorzystać metodę NNLS (*Non Negative Least Squares*) [2, 7]. Jest to metoda iteracyjna, zapewniająca uzyskanie rozwiązania w skończonej liczbie kroków, przy czym liczba kroków jest nie większa od liczby poszukiwanych zmiennych. W każdym kroku rozwiązuje się (np. metodą dekompozycji QR) jedynie częściowe zadanie będące podzbiorem problemu wyjściowego, obejmującym jedynie zmienne o nieujemnych wartościach i po analizie tego rozwiązania cząstkowego dokonuje się ponownego podziału wektora zmiennych na część podlegającą i część nie podlegającą dalszej optymalizacji. Ogólny schemat blokowy tego algorytmu przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Ogólny schemat blokowy iteracyjnego rozwiązywania układu równań liniowych (6) metodą NNLS

### 3. AUTOKORELACJA PRZESTRZENNA JAKO FUNKCJA KRYTERIALNA

Jedną z możliwości statystycznego opisu tekstury obrazu, bezpośrednio powiązaną z wielkością poszczególnych elementów tworzących teksturę jest funkcja autokorelacji [1, 4, 8, 9], definiowana jako:

$$A(\Delta x, \Delta y) = \frac{1}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I^2(x, y)} \cdot \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I(x, y) I(x + \Delta x, y + \Delta y) \quad (15)$$

Dla dużych wartości  $M, N$  (czyli obrazów o dużych rozdzielczościach) bezpośrednie obliczenie wartości funkcji autokorelacji ze wzoru (15) jest dość czasochłonne. Równoważny wynik można uzyskać przy mniejszym nakładzie obliczeniowym, wykorzystując algorytmy szybkiej transformacji Fouriera i twierdzenie Wienera-Chinczyna, głoszące że transformata Fouriera funkcji autokorelacji jest równa kwadratowi modułu transformaty Fouriera sygnału wyjściowego, co prowadzi do wniosku, że:

$$A(\Delta x, \Delta y) = F^{-1} \left( \left| P(\omega_x, \omega_y) \right|^2 \right) \quad (16)$$

gdzie gęstość widmowa

$$P(\omega_x, \omega_y) = F(I(x, y)) \quad (17)$$

W celu minimalizacji wpływu zmian oświetlenia i innych czynników zakłócających na kształt funkcji autokorelacji warto przed przejściem z dziedziny przestrzennej  $(x, y)$  do dziedziny częstotliwości  $(\omega_x, \omega_y)$  obliczyć średnią wartość jasności obrazu

$$\bar{I} = \frac{1}{M \cdot N} \cdot \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I(x, y) \text{ i dalsze obliczenia pro-}$$

wadzić na obrazie różnicowym  $I_r(x, y) = I(x, y) - \bar{I}$ . Tę samą procedurę zastosowano zarówno do obrazów wzorcowych pojedynczych klas, jak i do analizowanych obrazów zawierających większą liczbę klas ziarnowych.

### 4. REDUKCJA WYMIARU FUNKCJI KRYTERIALNEJ

Dla obrazów dwuwymiarowych  $I(x, y)$  funkcja autokorelacji  $A(\Delta x, \Delta y)$  jest funkcją dwóch zmiennych. Ponieważ ziarna ułożone są na taśmie przenośnika w sposób losowy to obraz powierzchni nadawy można traktować jako izotropowy w sensie statystycznym

(czyli np.

$$A(\Delta x, \Delta y) \approx A(-\Delta x, \Delta y) \approx A(\Delta x, -\Delta y) \approx A(-\Delta x, -\Delta y) \approx \\ \approx A(\Delta y, \Delta x) \approx A(-\Delta y, \Delta x) \approx A(\Delta y, -\Delta x) \approx A(-\Delta y, -\Delta x)$$

Stąd też celowe jest sprowadzenie tej funkcji do postaci jednowymiarowej  $A(r)$ , czyli jej uśrednienie dla większej liczby ( $N$ ) punktów leżących na okręgu o tym samym promieniu  $r$ , np. według zależności:

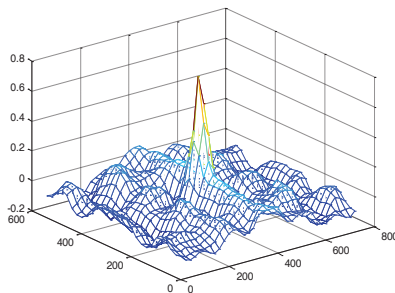
$$A(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A(x_0 + r \cos(N \cdot \Delta \varphi), y_0 + r \sin(N \cdot \Delta \varphi)) \quad (18a)$$

gdzie

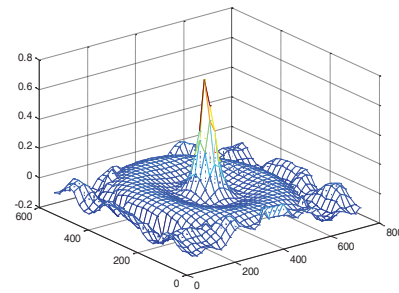
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{N} \quad (18b)$$

Na rys. 3 przedstawiono przykładową funkcję autokorelacji (wyznaczoną dla klasy ziarnowej 50-80 mm) przed uśrednieniem (a) i po uśrednieniu (b).

a)



b)



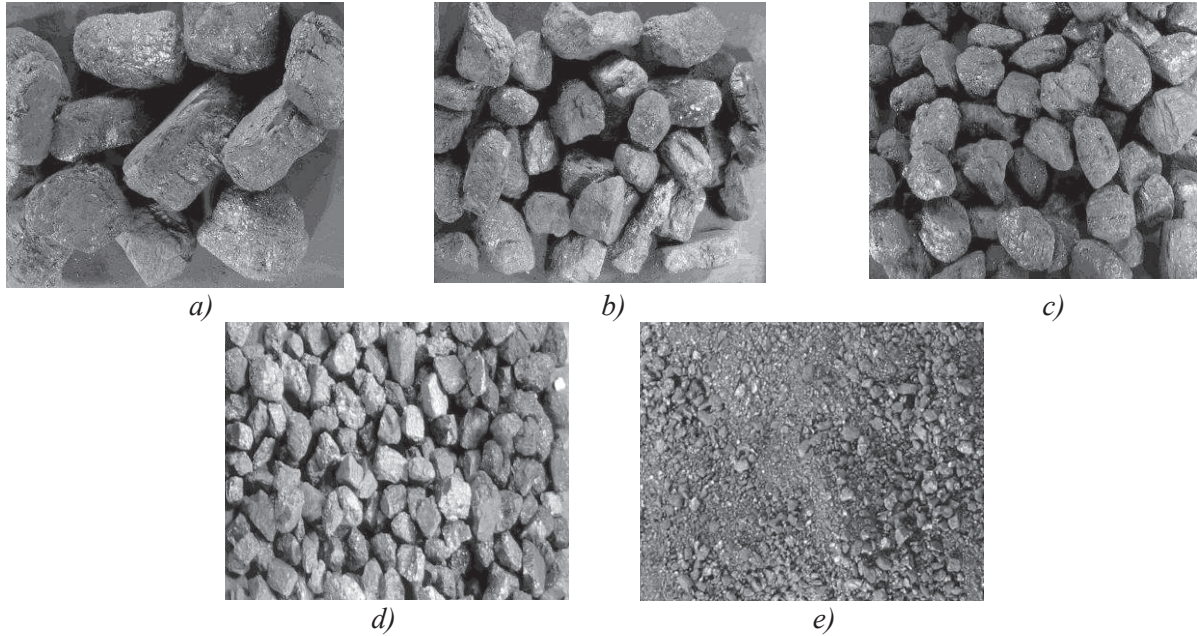
Rys. 3. Przykładowa przestrzenna funkcja autokorelacji:  
a) przed uśrednieniem, b) po uśrednieniu



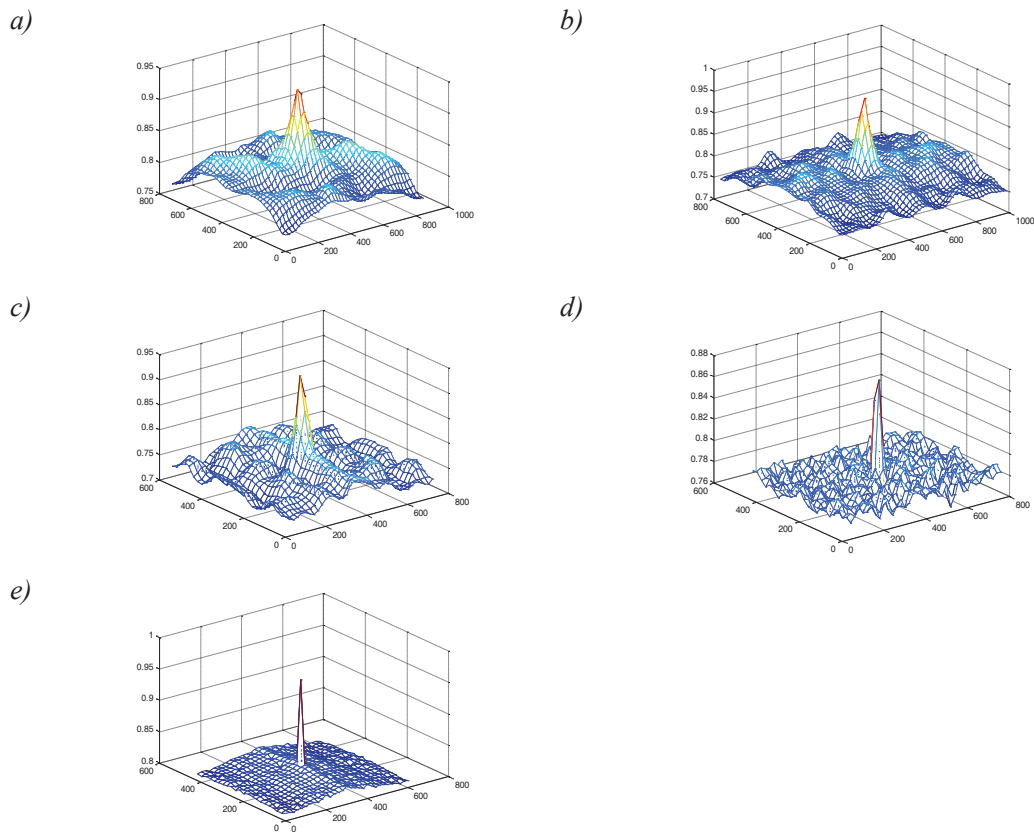
**5. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY**

Dla oceny możliwości zaproponowanej metody wyznaczono obrazy wzorcowe dla pięciu klas ziarn-

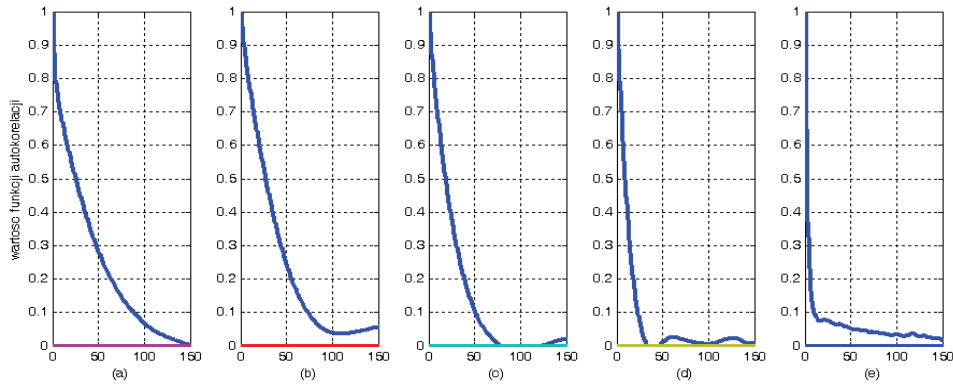
nowych. Przystawiono je na rys. 4, a obliczone dla nich przestrzenne dwuwymiarowe funkcje autokorelacji na rys. 5. Wyniki uśrednienia funkcji autokorelacji do postaci jednowymiarowej przedstawiono na rys. 6.



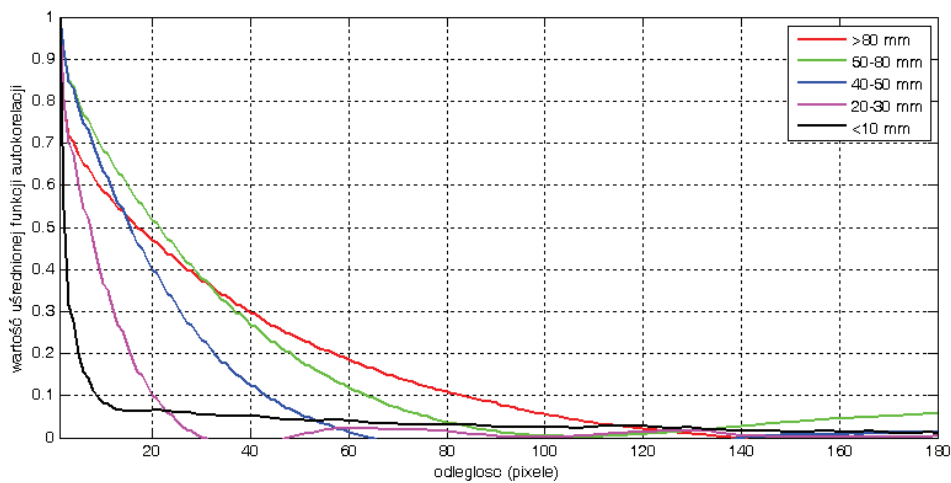
Rys. 4. Przykładowe obrazy wzorcowe dla pięciu wybranych klas ziarnowych: a) powyżej 80 mm, b) od 50 do 80 mm, c) od 40 do 50 mm, d) od 20 do 30 mm, e) poniżej 10 mm



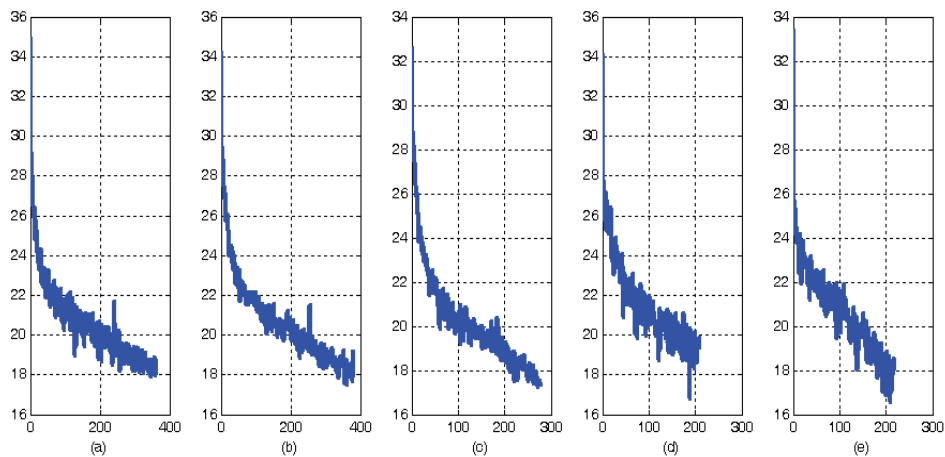
Rys. 5. Przestrzenne funkcje autokorelacji dla pięciu wybranych klas ziarnowych: a) powyżej 80 mm, b) od 50 do 80 mm, c) od 40 do 50 mm, d) od 20 do 30 mm, e) poniżej 10 mm



Rys. 6. Przebieg uśrednionych jednowymiarowych funkcji autokorelacji dla poszczególnych wzorców obrazów z rys. 4: a) powyżej 80 mm, b) od 50 do 80 mm, c) od 40 do 50 mm, d) od 20 do 30 mm, e) poniżej 10 mm



Rys. 7. Porównanie przebiegu uśrednionych funkcji autokorelacji z rys. 6

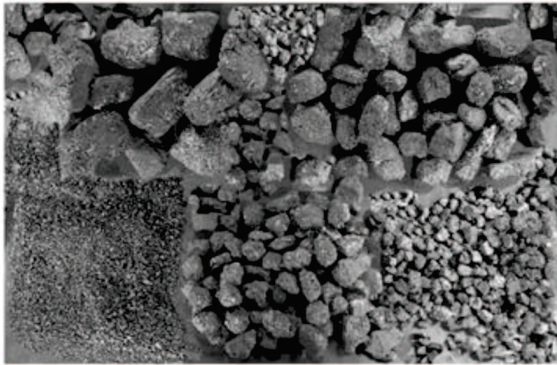


Rys. 8. Przebieg funkcji gęstości widmowej dla obrazów wzorców z rys. 4: a) powyżej 80 mm, b) od 50 do 80 mm, c) od 40 do 50 mm, d) od 20 do 30 mm, e) poniżej 10 mm

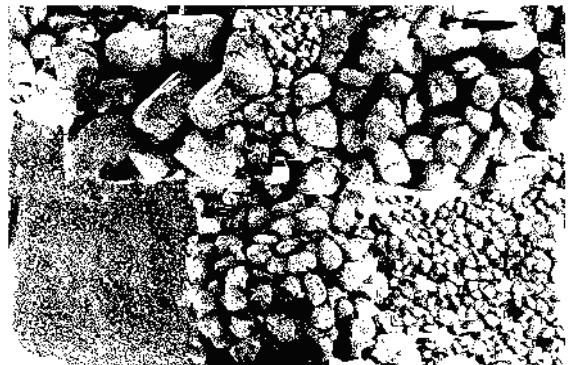
Dla celów porównawczych podjęto również próbę wykorzystania bezpośrednio funkcji gęstości widmowej, jednak jak widać z rysunku 8, charakteryzują się one znacznie większym szumem niż funkcje autokorelacji, w związku z czym końcowe wyniki dekompozycji mogłyby być obciążone większymi błędami.

Opisany powyżej algorytm nieujemnej średniokwadratowej dekompozycji autokorelacyjnej przetestowano na przykładowym obrazie przedstawionym na rys. 9, a uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 10.

a)

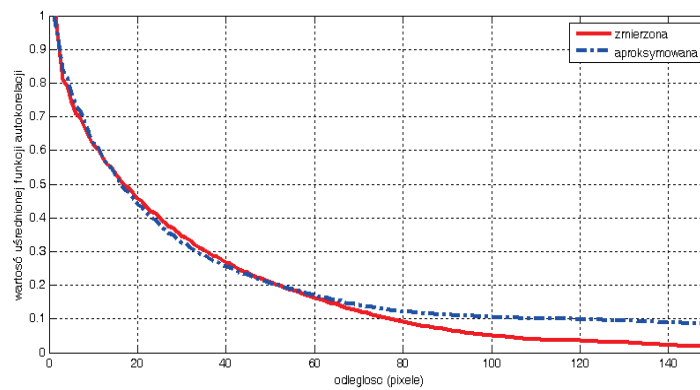


b)

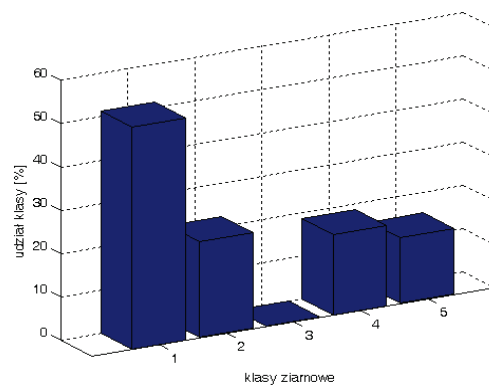


Rys. 9. Przykładowy obraz zawierający pięć klas ziarnowych odpowiadających wzorcom z rys. 4:  
 a) wersja o wielu poziomach szarości, b) obraz zbinaryzowany

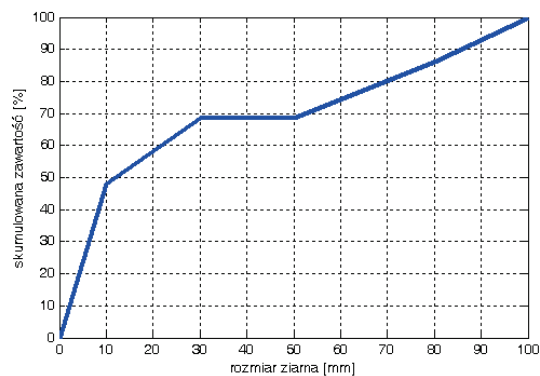
a)



b)



c)



Rys. 10. Wyniki analizy obrazu z rys. 9: a) zmierzona i aproxymowana uśredniona funkcja autokorelacji, b) obliczone udziały poszczególnych klas ziarnowych, c) skumulowana krzywa składu ziarnowego



## 6. WNIOSKI I MOŻLIWOŚCI ROZBUDOWY ALGORYTMU

Przedstawiony powyżej algorytm można rozbudować o dodatkowe elementy wpływające na sposób jego działania i dokładność uzyskiwanych wyników:

- Tworzenie i rozwiązywanie większego układu równań obejmującego kilka następujących po sobie ramek, co prowadzi do wyznaczenia uśrednionych udziałów poszczególnych klas ziarnowych.
- Przeliczanie poszczególnych współczynników z uwzględnianiem gęstości nasypowej wyznaczonej doświadczalnie dla poszczególnych klas ziarnowych.
- Wykorzystanie różnorodnych technik wstępnego przetwarzania obrazu [5] minimalizujących wpływ warunków oświetleniowych oraz szumu (związanego nie z kształtem i wielkością a z teksturą powierzchni ziarna) na kształt funkcji autokorelacji.
- Ocena możliwości wykorzystania innych funkcji kryterialnych (np. gęstość widmowa, współczynniki falkowe czy wymiary fraktalne).
- Dodatkowe równania wiążące ze sobą udziały poszczególnych klas ziarnowych w sposób dopasowujący ich proporcje do poszukiwanej postaci rozkładu (np. Rosina-Rammlera, Gaudina, Weibulla [3, 10]).
- Istotne znaczenie ma wybór odpowiedniego zakresu (odległości – liczby pikseli), w którym następuje porównanie uśrednionych funkcji autokorelacji – zbyt mały zakres pomija ewentualne korelacje istotne zwłaszcza dla ziaren o dużych rozmiarach, natomiast zbyt duży nadmiernie obniża znaczenie zgodności początkowych odcinków funkcji autokorelacji. Dlatego też celowe może być wprowadzenie dodatkowej diagonalnej macierzy współczynników wagowych  $\mathbf{W}$ , przy wykorzystaniu której równanie (12) przybiera postać:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \times \mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}^T \mathbf{W} \cdot \mathbf{B}$$

Duże znaczenie dla dokładności uzyskanych wyników ma jakość i ilość obrazów wzorcowych (dla większej reprezentatywności wzorcowej funkcji autokorelacyjnej celowe jest wyznaczenie jej wartości na podstawie kilku różnych obrazów tej samej klasy ziarnowej). Dopasowanie liniowej kombinacji wzorcowych funkcji autokorelacji do globalnej funkcji wyznaczonej dla całego obrazu jest łatwiej-

sze i dokładniejsze w przypadku większej liczby współczynników.

### Literatura

1. *Abbadeni N., Ziou D., Wang S.*: Autocovariance-based perceptual textural features corresponding to human visual perception. Proceedings of 15<sup>th</sup> ICPR, Barcelona 2000.
2. *Bjorck A.*: Numerical Methods for Least Squares Problems. SIAM, Philadelphia 1996.
3. *Drzymala J.*: Podstawy mineralurgii. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
4. *Fuji K., Sugi S., Ando Y.*: Textural properties corresponding to visual perception based on the correlation mechanism in the visual system. Physiological Research, Vol. 67, 2003.
5. *Heyduk A.*: Morfologiczne i dyfuzyjne algorytmy wstępnego przetwarzania obrazu w układzie wizyjnej analizy składu ziarnowego. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, nr 9 (428), Katowice 2006, s. 39-46.
6. *Kincaid D., Cheney W.*: Analiza numeryczna. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2006.
7. *Lawson C., Hanson R.*: Solving Least Squares Problems. SIAM Philadelphia 1995.
8. *Leu J.-G.*: On indexing the periodicity of image texture. Image and Vision Computing Vol. 19, 2001.
9. *Lin H.-C., Wang L.-L.*: Extracting periodicity of a regular texture based on autocorrelation functions. Pattern Recognition Letters Vol. 18, 1997.
10. *Sztaba K.*: Przesiewanie. ŚWT, Katowice 1993.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Stanisław Cierpisz