

Juliusz Sołkowski

# Zarys analizy efektu progowego przy łączeniu nawierzchni podsypkowych z innymi typami nawierzchni

**Celem artykułu jest przedstawienie zarysu nowego spojrzenia na tzw. efekt progowy, który pojawia się przy łączeniu nawierzchni podsypkowych z innymi typami nawierzchni – występuje on przy dojazdach do obiektów inżynierskich (mosty, wiadukty, tunele), przejazdach drogowych w poziomie szyn oraz także poza obiektami.**

Tradycyjnie efekt progowy postrzegany jest jako zjawisko wynikające z różnicy sztywności nawierzchni, które są łączone. Zgodnie z obecnie obowiązującymi przepisami polskimi zmiana sztywności pionowej nawierzchni (oraz także „podłoża kolejowego”) powinna odbywać się płynnie na długości co najmniej 20 m (rozporządzenie MTiGM, 1998 [7]). Z jednej strony jest to bardzo ogólny przepis, który nie rekomenduje żadnego rozwiązania, z drugiej strony jest on bardzo arbitralny, jeśli chodzi o wymagania długości zmiany sztywności bez rozpatrywania np. faktycznych różnic między nawierzchniami czy prędkości poruszających się pociągów. Efekt jest taki, że w praktyce można spotkać wiele rozwiązań konstrukcyjnych, które znacznie różnią się efektywnością. Wiele obiektów nie ma żadnych rozwiązań nawierzchniowych.

Artykuł stanowi rozwinięcie poglądów, wyrażonych w pracy [8], które można streścić w jednej tezie: należy odejść od niewłaściwego paradygmatu wzmacniania nawierzchni w strefach dojazdowych poprzez stopniowe zwiększanie sztywności pionowej nawierzchni (np. sklepanie podsypki, zagęszczanie podkładów, czy płyty przejściowe), na rzecz całościowego podejścia do nawierzchni, z uwzględnieniem sztywności zginania szyn/nawierzchni. Innymi słowy, należy spojrzeć na nawierzchnię (i podłoża kolejowe) nie tylko poprzez pryzmat amplitudy obciążenia (ugięcie maksymalne względnie sztywność podparcia), ale przede wszystkim poprzez pryzmat częstotliwości obciążenia. Pojęcia te – które są dokładniej zdefiniowane poniżej – stanowią rdzeń nowego spojrzenia na tzw. efekt progowy, a ich analiza może stać się podstawą do stworzenia poprawnego rozwiązania konstrukcyjnego strefy przejściowej.

## Zjawiska występujące przy zmianie typu nawierzchni szynowych

Jak pokazują doświadczenia eksploatacyjne, w strefach dojazdowych występują następujące niekorzystne efekty:

- tworzy się nierówność pionowa szyn (niecka) w odległości do kilku metrów od nawierzchni bezpodsypkowej, która rozwija się w trakcie eksploatacji i staje się źródłem rosnących oddziaływań dynamicznych, które z kolei powodują dalsze narastanie deformacji oraz dalszy wzrost obciążeń;
- często dochodzi do zwiększenia wichrowatości toru;

- obserwuje się występowanie podwójnej niecki – tzn. w pewnej odległości od granicy z nawierzchnią bezpodsypkową, tam gdzie rozpoczyna się konstrukcja strefy przejściowej – świadczą to o „odstrojeniu” strefy przejściowej od nawierzchni podsypkowej w trakcie eksploatacji;
- można zaobserwować nierównomierne zużycie szyn na odcinku dojazdowym oraz uszkodzenia (przeciążenie) przytwierdzeń, a także zwiększone drgania i hałas;
- dodatkowym efektem jest uszkodzenie przytwierdzeń na nawierzchni bezpodsypkowej (np. wyrywanie kotew);
- często występują luki pod podkładami na nawierzchni podsypkowej (szczególnie pod pierwszym podkładem) oraz pojawia się unoszenie rusztu torowego nad podsypką (zagrożające stateczności toru, zwłaszcza w obszarze zwiększonej siły wzdłużnej w szynach nad łożyskami ruchomymi obiektów mostowych);
- stwierdzono ponadto dużą symetrię zjawisk w strefach dojazdowych oraz zjazdowych, nawet przy ruchu jednokierunkowym.

Poza wymienionymi efektami, dotyczącymi nawierzchni, można zaobserwować również nadmierne osiadania budowli ziemnych. Występują także nadmierne obciążenia konstrukcji mostowej oraz jej drgania. Część z tych niekorzystnych zjawisk ma swój początek w samej konstrukcji podtorza w strefie dojazdowej, która może być rozwiązana w różny sposób. Jeśli przyjąć, że rozwiązania można podzielić na „płytkie”, dotyczące nawierzchni, oraz „głębokie”, dotyczące podłoża kolejowego, to w artykule rozważane są jedynie efekty związane z pierwszą grupą. Ponadto, poza zakresem artykułu pozostawiono rozważania dotyczące wzajemnych interakcji nawierzchnia–podłoża oraz tego w jakim procencie poszczególne zjawiska pochodzą od nawierzchni, a w jakim od pozostałych elementów drogi szynowej. Jednakże nawierzchnia, będąca „interfejsem” między obciążeniem a budowlą (podłożem) decyduje o wielkości obciążeń dynamicznych. Zatem poprawa konstrukcji nawierzchni w celu zapewnienia płynnego przejścia oraz odciążenia podłoża wydaje się koniecznym rozwiązaniem, bez którego wszelkie modyfikacje i wzmocnienia podłoża na niewiele się zdadzą.

## Sztywność nawierzchni

### – przykłady ujęć teoretycznych efektu progowego

Zanim omówione zostaną przykłady ujęć teoretycznych efektu progowego, w celu określenia skali zagadnienia, przedstawione zostanie porównanie sztywności nawierzchni. Jakie praktycznie wielkości tutaj występują? Ponieważ sztywność jest odwrotnością ugięcia szyny (dla układów liniowych), oznacza to, że można spodziewać się parametrów przedstawionych w tabeli 1.

Tabela 1

## Sztywność nawierzchni, nacisk 225 kN/oś

Nawierzchnia	Średnie ugięcie szyny (prędkość do 120 km/h) [mm]	Mnożnik sztywności nawierzchni	
60 E1, podkłady strunobetonowe, tłuczeń, dobre utrzymanie	1,2–1,4	1,0	
60 E1, podkłady strunobetonowe, tłuczeń, słabe utrzymanie	1,4–2,0	1,7	
60 E1, RHEDA 2000	0,6–0,8	1,75–2,0	3,0–3,4
60 E1, BOGL	0,8–1,0	1,5–2,3	2,6–3,9
60 E1, ERS MS (średnia sztywność)	1,4	0,85–1,0	1,5–1,7
60 E1, EBS, LVT	1,4	0,85–1,0	1,5–1,7
60E1, na mostownicach	0,6	2,0–2,3	3,4–3,9
60E1, mocowanie bezpośrednie do płyty	0,8–1,0	1,5–1,75	2,6–3,0

Źródło: [1, 10, 11, 12]

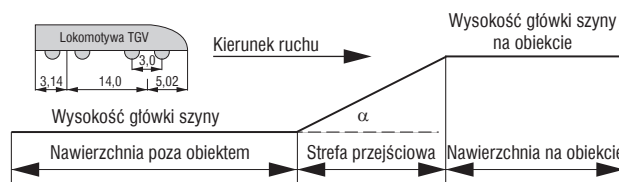
Różnice w sztywności pionowej nawierzchni, wyrażone poprzez mnożnik dla nawierzchni podsypkowej, wahają się w granicach 0,85–2,3 w przypadku nawierzchni tłuczniowej dobrze utrzymanej oraz w granicach 1,5–3,9 w przypadku nawierzchni słabo utrzymanej. W tabeli 1 nie uwzględniono współczynnika tłumienia nawierzchni, który wpływa na usztywnienie nawierzchni ze zwiększaniem prędkości. Jednakże efekt usztywnienia można zaobserwować dopiero przy prędkościach znacznie przekraczających 160 km/h, który także dotyczy nawierzchni podsypkowych. Można zatem orientacyjnie przyjąć, że mnożnik sztywności nawierzchni bezpodsytkowej, w stosunku do nawierzchni podsypkowej przy jej dobrym utrzymaniu, nie przekracza wartości 2,0–3,0. Stosowane obecnie nawierzchnie bezpodsytkowe (np. EBS, LVT) charakteryzują się ponadto prawie identycznymi ugięciami (sztywnością) co nawierzchnia podsypkowa. Wydaje się w związku z tym, że efekt progowy nie powinien występować. Tak jednak nie jest. Fakt ten wskazuje na to, że natura efektu progowego (pomijając osiadania) polega na czymś więcej, niż tylko na różnicy sztywności. Ujęcia teoretyczne efektu progowego sprowadzają się w zasadzie do określenia następujących wielkości:

- dopuszczalnej nadwyżki dynamicznej (lub współczynnika wzmocnienia dynamicznego) [2, 6];
- dopuszczalnej prędkości pojazdów tak, aby nie została przekroczona dopuszczalna wartość przyspieszenia pionowego masy usprężynowanej [4];
- dopuszczalnych osiadań nawierzchni.

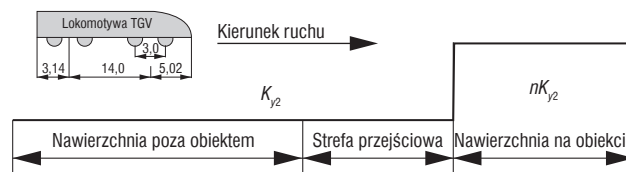
Wielkości te określane są w zależności od założonych parametrów mechanicznych i geometrycznych nawierzchni, którymi są:

- różnica sztywności pionowej nawierzchni (lub współczynnika sztywności podłoża szyny) oraz gradient sztywności na długości odcinka dojazdowego,
- kształt nierówności pionowej – tzn. różnica nierówności szyn oraz gradient tej nierówności.

Parametry te analizowane są w zasadzie oddzielnie (tzn. albo wymuszenie jest typu mechanicznego – poprzez sztywność, albo kinematyczne – poprzez nierówność). Ponadto z reguły nie rozpatruje się sprzężenia zwrotnego między deformacją (kształtem nierówności) a oddziaływaniami dynamicznymi w trakcie eksploatacji. Stosowane są także modele osiadania, jednakże stanowią one drugą część analizy. Do obliczeń wykorzystuje się przede wszystkim metodę elementów skończonych. Brak jest rozwiązań analitycznych. Przykłady tego typu analiz przedstawiono na rysunkach 1–8.



Rys. 1. Pierwszy przypadek obliczeniowy: zmiana geometrii toru poprzez powstanie nierówności (niecki) na długości o gradientie  $\alpha$  [6]



Rys. 2. Drugi przypadek obliczeniowy: skok sztywności na obiekcie ( $n$ -krotność sztywności nawierzchni poza obiektem  $K_{y2}$ ) [6]

Wyniki obliczeń podsumowano w tabeli 2. Należy zwrócić uwagę, że nawierzchnia na obiekcie w tym przypadku była aż 10-krotnie oraz 100-krotnie sztywniejsza! (mnożnik  $n$ ). Jest to znacznie więcej, niż praktycznie występująca różnica.

Tabela 2

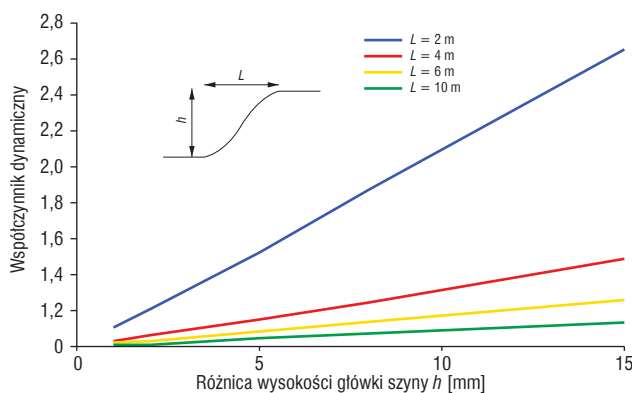
## Wpływ geometrycznego gradientu „niecki” w strefie przejściowej oraz różnicy sztywności na wielkość oddziaływań dynamicznych koło–szyna – maksymalna siła koło–szyna na długości strefy przejściowej, prędkość 250 km/h

Sztywność nawierzchni na obiekcie	Gradient nierówności pionowej szyny [rad]				
	0	0,003	0,006	0,009	0,012
$10K_{y1}$	123	277	467	671	885
$100K_{y2}$	125	279	468	672	885

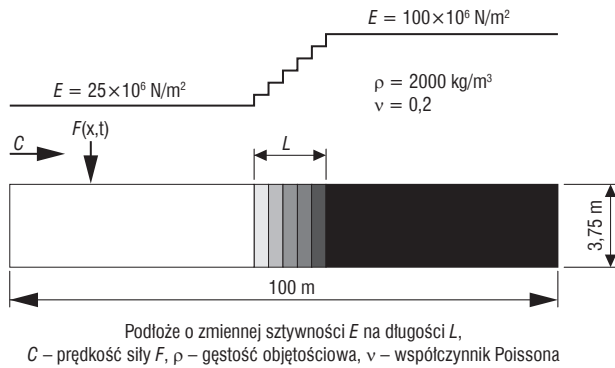
Autor zastosował złożony, wielowarstwowy model pojazd–nawierzchnia. Jako obciążenie przyjął lokomotywę TGV o nacisku 170 kN/oś. Prędkość wynosiła 250 km/h.

Wnioski autorów cytowanych obliczeń są następujące:

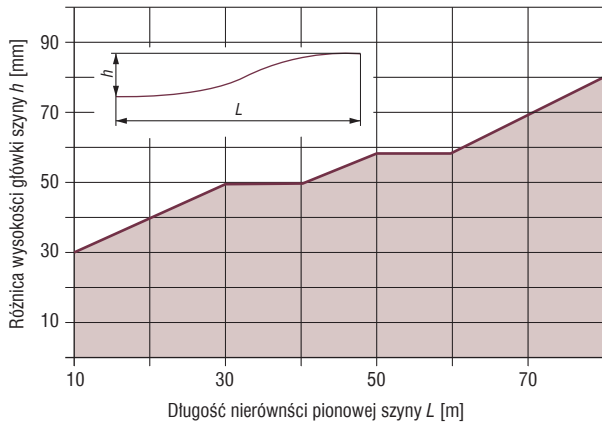
- zmiana sztywności podparcia nawierzchni ma **niewielki** wpływ na wielkość siły dynamicznej koło–szyna oraz także na naprężenia pod nawierzchnią, mimo że przyjęta w obliczeniach różnica sztywności przekraczała zakres faktycznie występujących wartości, współczynnik dynamiczny był bliski 1,0 [6], nato-



Rys. 3. Wpływ kształtu nierówności (niecki) na zwiększenie obciążenia dynamicznego (współczynnik dynamiczny) [2], nacisk na oś 170 kN,  $v = 250$  km/h



Rys. 4. Założona różnica sztywności nawierzchni (tutaj  $n = 4$ ) w pracy [4]



Rys. 5. Dopuszczalne wartości deformacji (pole zaciemnione) przy ograniczeniu przyspieszenia masy usprężynowanej do  $1 \text{ m/s}^2$ ; nacisk na oś  $170 \text{ kN}$ , prędkość  $300 \text{ km/h}$  [4]

miast w pracy [4] wynosił około 1,2 jeśli prędkość pociągu była mniejsza od prędkości fal Rayleigha;

- zmiana geometrii nawierzchni ma **decydujący** wpływ na oddziaływania koło–szyna, współczynnik dynamiczny nie przekraczał wartości 1,2 przy nierówności geometrycznej 15 mm na długości 6 m [2].

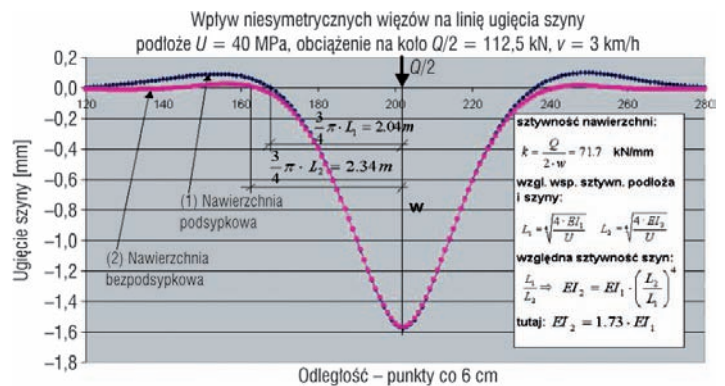
Można zwrócić uwagę, że współczynnik dynamiczny na poziomie 1,2 może także występować na nawierzchni podsypkowej z powodu niejednorodności nawierzchni (głównie podsypki) oraz nierówności geometrycznych. Wydaje się zatem, że nie występuje jakościowa różnica pod tym względem między nawierzchnią podsypkową a strefą przejściową, na której dochodzi do zmiany typu nawierzchni. Problem zaczyna się dopiero wtedy, gdy pojawia się duża deformacja geometryczna (niecka). A nawet tutaj przeciążenia dynamiczne, które się pojawiają, nie są zbyt duże przy stosunkowo dużych nierównościach, znacznie przekraczających dopuszczalne nierówności pionowe szyn, nawet dla niskiej klasy torów. Z punktu widzenia komfortu jazdy (przyspieszenia masy sprężynowanej) pojazdy wydają się być bardzo „tolerancyjne” dla nierówności, gdyż wartość  $1 \text{ m/s}^2$  pojawia się dopiero po przekroczeniu nierówności 30 mm na długości 10 m [4].

### Efektywna sztywność zginania szyny

W prezentowanych modelach oraz w klasycznym ujęciu nawierzchni, jako belki na podłożu sprężystym, przyjmuje się założenie, że szyna mocowana jest do podłoża za pomocą przytwierdzenia, które ma jednakowe charakterystyki zarówno przy docisku, jak i podnoszeniu szyny – są to tzw. więzy symetryczne. Dla ma-

łych przemieszczeń charakterystyki te są liniowe. W przypadku nawierzchni podsypkowych można zaobserwować pewną asymetrię więzów, gdyż wykazuje ona inne charakterystyki przy podnoszeniu (łącznie z podkładami) rusztu torowego z podsypki, gdzie możliwa jest utrata kontaktu dla bardzo małych przemieszczeń – stąd do uniesienia szyny potrzebna jest mniejsza siła niż przy jej docisku na porównywalnych przemieszczeniach. W przypadku nawierzchni bezpodsypkowych siła potrzebna do podniesienia szyny jest znacznie większa – nie występuje zjawisko lokalnej utraty kontaktu. Efekty te można zaobserwować w przypadku przytwierdzeń bezpośrednich do płyty, mocowań do mostownicy, a szczególnie w systemach szyny w otulinie, w których szyna jest zatopiona w masie sprężystej, ograniczającej jej swobodę zginania dodatkowo poprzez fakt ciągłego podparcia.

W pracy [8] przeprowadzono wstępną analizę tego zjawiska z wykorzystaniem modelu nawierzchni o więzach niesymetrycznych. Na rysunku 6 porównano uzyskane linie ugięcia.



Rys. 6. Porównanie linii ugięcia dla nawierzchni podsypkowych i bezpodsypkowych. Szyna 60E1, asymetria więzów: współczynnik sztywności więzów dla nawierzchni bezpodsypkowej 2-krotnie większy, niż na nawierzchni podsypkowej

Jak pokazano na przykładzie (rys. 6) rodzaj więzów jest istotny z punktu widzenia zginania szyny. Zatem należałoby raczej posługiwać się terminem „efektywna sztywność zginania szyny”, która uwzględniałaby sposób współpracy z podłożem. Sztywność ta ma charakter relacyjny, tzn. określa zmianę sztywności szyny na nawierzchni bezpodsypkowej w stosunku do szyny na nawierzchni podsypkowej, mianowicie:

$$EI_{\text{bezpodsypkowa}} = \eta(\text{podparcie}) \cdot EI_{\text{podsypkowa}} \quad (1)$$

gdzie:

$\eta(\text{podparcie})$  – jest współczynnikiem efektywnego usztywnienia szyny na nawierzchni podsypkowej zależnym od rodzaju podparcia.

Różnice w efektywnej sztywności wpływają na sposób przenoszenia obciążeń przez szynę. Mianowicie, wraz ze zmianą długości fali zginania szyny  $2d$ , w związku ze zmianą rodzaju więzów, przy takim samym współczynniku podłoża  $U$ , ale innych parametrach przy unoszeniu szyny, zmienia się częstotliwość obciążenia pojedynczego węzła przytwierdzenia, która jest definiowana jako:

$$\lambda = \frac{v}{2d(\eta)} \quad [\text{Hz}] \quad (2)$$

gdzie:

$v$  – prędkość poruszania się obciążenia.

W związku ze zmianą częstotliwości obciążenia (równoważnie wydłużenia linii ugięcia) ruch obciążenia odbywa się jakby w innym ośrodku, charakteryzującym się innymi parametrami nie tylko podparcia, ale także zginania oraz tłumienia.

Częstotliwość obciążenia pojedynczego węzła przytwierdzenia według wzoru (2) dla prędkości 120–250 km/h, przy długości  $d = 2,0$  m dla przeciętnej nawierzchni wynosi około 8–18 Hz. Są to drgania o stosunkowo małej częstotliwości. Dodatkowo występują także drgania o wysokich częstotliwościach (co najmniej kilkaset Hz), których źródłem, ogólnie rzecz biorąc, są warunki kontaktu koło–szyna, które nie są rozważane w tym artykule.

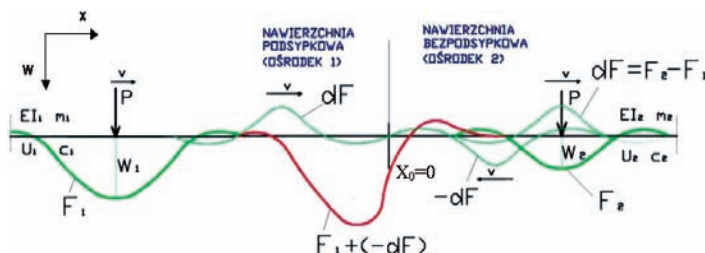
### Efekt progowy jako wynik odbicia fali zginania

Zmiana długości fali zginania (oraz częstotliwości) na granicy nawierzchni oznacza, że pojawiają się typowe zjawiska związane ze zmianą ośrodka poruszania się fali. Zjawiska te zanalizowano wstępnie przy założeniu ekwiwalencji „efektywnej sztywności zginania” pojawiającej się po wprowadzeniu więzów niesymetrycznych z faktyczną zmianą sztywności zginania występującej w klasycznej teorii belki na podłożu Winklera o więzach symetrycznych przy odpowiednio zwiększonej sztywności zginania szyny. Schemat analizy przedstawiono na rysunku 7, który pokazuje granicę dwóch ośrodków (nawierzchni) różniących się parametrami zestawionymi w tabeli 3.

Tabela 3

### Oznaczenia parametrów nawierzchni

Parametry	Nawierzchnia	
	podsypanka (ośrodek 1)	bezpodsypkowa (ośrodek 2)
Sztywność zginania	$EI_1$	$EI_2$
Masa jednostkowa	$m_1$	$m_2$
Sztywność podłoża szyny	$U_1$	$U_2$
Współczynnik tłumienia	$c_1$	$c_2$



Rys. 7. Efekt progowy jako interferencja procesów: stacjonarnego  $F_1$  oraz odbitego niestacjonarnego z tłumieniem  $-dF_1$

### Koncepcja analizy oraz model nawierzchni

Efekt progowy traktowany jest jako złożenie procesu stacjonarnego  $F_1$ , tzn. oddziaływania obciążenia na belkę torową przed granicą z nawierzchnią bezpodsypkową oraz drugiego procesu niestacjonarnego przebiegającego w przeciwnym kierunku (tzn. od granicy z nawierzchnią bezpodsypkową, przeciwnie do ruchu obciążenia), który poddany jest bardzo dużemu tłumieniu  $-dF$ . Ten drugi proces niestacjonarny jest wyznaczony jako różnica pomiędzy procesem stacjonarnym na nawierzchni bezpodsypkowej za granicą zmiany typu nawierzchni  $F_2$  oraz procesu stacjonarnego przed zmianą typu nawierzchni  $F_1$ . Innymi słowy, proces  $dF = F_2 - F_1$  podlega odbiciu od granicy nawierzchni, następnie jest tłumiony oraz równocześnie podlega interferencji z nabiegającym procesem stacjonarnym w wyniku przemieszczającego się obciążenia, w efekcie otrzymuje się złożenie  $F_1 + (-dF)$ .

Przyjęto model belki Bernulliego-Eulera na podłożu sprężystym Winklera obciążonego poruszającą się siłą o stałej wartości z prędkością podkrytyczną. Postulowano się stacjonarnymi rozwiązaniami podanymi w pracy [5]. Równanie ruchu w tym przypadku ma postać:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + U \cdot w(x,t) = P \cdot \delta(x-vt) \quad (3)$$

gdzie:

$EI$  – sztywność zginania belki,

$m$  – masa jednostkowa belki,

$c$  – współczynnik tłumienia wiskotycznego,

$U$  – współczynnik podłoża szyny (określony jako  $U = C \cdot b_2$ , gdzie  $C$  jest współczynnikiem podłoża a  $b_2$  jest szerokością belki zastępczej),

$P$  – siła pionowa poruszająca się z prędkością  $v$ .

Wprowadzona jest następnie nowa zmienna niezależna

$$s = \lambda (w - vt) \quad (4)$$

w której

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{U}{4EI}} \quad (5)$$

Współczynnik ten tradycyjnie jest przedstawiany jako

$$L = \frac{1}{\lambda}$$

oraz nazywany jest współczynnikiem względnej sztywności podłoża i szyny. Dla procesu stacjonarnego, rozwiązanie założono w postaci:

$$w(x,t) = w_0 \cdot w(s) \quad (6)$$

gdzie  $w(s)$  jest bezwymiarowym ugięciem szyny, oraz

$$w_0 = \frac{P \cdot \lambda}{2U} \quad (7)$$

jest statycznym ugięciem szyny. Delta Diraca w postaci bezwymiarowej jest przedstawiana jako

$$\delta(s) = \frac{1}{\lambda} \delta(x) \quad (8)$$

Wprowadzone są następnie bezwymiarowe parametry:

$$\alpha = \frac{v}{v_{kr}} = \frac{v}{2\lambda} \left( \frac{m}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$\beta = \left( \frac{m}{U} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \omega \quad (10)$$

w których (dla małego tłumienia) prędkość krytyczna określona jest jako:

$$v_{kr} = 2\lambda \left( \frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{\frac{4U \cdot EI}{m^2}} \quad (11)$$

oraz  $\omega = \frac{c}{2m}$

Równanie (3) po wprowadzeniu nowych współczynników oraz po wykonaniu różniczkowania jest przekształcone do postaci:

$$\frac{\partial^4 w(s)}{\partial s^4} + 4\alpha^2 \frac{\partial^2 w(s)}{\partial s^2} - 8\alpha\beta \frac{\partial w(s)}{\partial s} + 4 \cdot w(s) = 8\delta(s) \quad (12)$$

Warunki brzegowe są następujące: dla  $s \rightarrow \infty$  oraz  $s \rightarrow -\infty$ :

$$w(s) = w'(s) = w''(s) = w'''(s) = 0 \quad (13)$$

Dla szczególnego przypadku małego tłumienia  $b \rightarrow 0$ , rozwiązanie ma postać:

$$w(s) = \frac{1}{ab} e^{-b|s|} [a \cos(as) + b \sin a|s|] \quad (14)$$

gdzie:  $a = \sqrt{(1 + \alpha^2)}$  oraz  $b = \sqrt{(1 - \alpha^2)}$ .

Ostateczne równanie linii ugięcia szyny opisujące proces stacjonary dla pomijalnie małego tłumienia uzyskuje się w postaci (6) po wykorzystaniu (4) oraz (14).

### Wyznaczenie fali zginania odbitej od granicy nawierzchni

Przy przejściu przez granicę między nawierzchniami mamy następujące zależności (por. rys. 6):

$$F_2 = F_1 - dF \quad (15)$$

gdzie:

$F_2$  – fala zginania na nawierzchni bezpodsypkowej (ośrodek 2),  
 $F_1$  – fala zginania na nawierzchni podsypkowej (ośrodek 1),  
 $dF$  – różnica fali nadchodzącej oraz przechodzącej (jest to fala odbita).

W analizowanym przypadku  $c_1 = c_2 = c = 0$ .

Biorąc pod uwagę te oznaczenia otrzymuje się następujące wyrażenia na linii ugięcia, odpowiednio dla fali  $F_1$ :

$$w_1(s_1) = \kappa_1 \cdot e^{-b_1|s_1|} [a_1 \cos(a_1 s_1) + b_1 \sin a_1 |s_1|] \quad (16)$$

gdzie:

$$\kappa_1 = \frac{P \cdot \lambda_1}{2U_1} \frac{1}{a_1 b_1}$$

oraz dla fali  $F_2$ :

$$w_2(s_2) = \kappa_2 \cdot e^{-b_2|s_2|} [a_2 \cos(a_2 s_2) + b_2 \sin a_2 |s_2|] \quad (17)$$

gdzie:

$$\kappa_2 = \frac{P \cdot \lambda_2}{2U_2} \frac{1}{a_2 b_2}$$

Zatem różnica fal  $dF$  wyraża się następującą linią ugięcia:

$$dw(s_1, s_2) = \kappa_2 \cdot e^{-b_2|s_2|} [a_2 \cos(a_2 s_2) + b_2 \sin a_2 |s_2|] + - \kappa_1 \cdot e^{-b_1|s_1|} [a_1 \cos(a_1 s_1) + b_1 \sin a_1 |s_1|] \quad (18)$$

Fala ta ma charakter wirtualny i biegnie w tym samym kierunku co fale  $w_1$  oraz  $w_2$ , jest także zgodna z nimi w fazie, jednakże ma inną amplitudę oraz może mieć inną długość. Odbicie tej fali od granicy nawierzchni jest wyznaczone poprzez zmianę jej kierunku poruszania się oraz znaku, czyli poprzez przyjęcie  $-dw(s_1, s_2)$  we wzorze (18) oraz w miejsce zmiennej  $s$  (oraz  $s_1$  i  $s_2$ ), określonej wzorem (4), wprowadzenie nowych zmiennych

$$s_1 = \lambda_1 (x + vt) \quad \text{oraz} \quad s_2 = \lambda_2 (x + vt) \quad (19)$$

Następnie wprowadzone jest założenie o tłumieniu fali (18), które będzie oznaczało zmniejszenie amplitudy (ugięcia maksymalnego) w wyniku „zjazdu” siły  $P$ . Pomija się tutaj małe drgania poprzeczne belki pozostające po zjeździe siły. Ponieważ, długość

tej fali można określić w przybliżeniu stosując klasyczne wzory dla belki na podłożu sprężystym jako

$$d = \frac{3}{4} \pi \left( \frac{L_1 + L_2}{2} \right) \quad (20)$$

gdzie  $L_1, L_2$  są współczynnikami względnej sztywności podłoża i szyny określonymi dla dwóch typów nawierzchni – tutaj wzięto wartość średnią, do której dodano tę długość, która odpowiada fali unoszącej belkę (około  $\frac{1}{4}d$ ). Zatem ostateczna długość odcinka tłumienia będzie się wyrażała jako:

$$d_1 \approx \pi \left( \frac{L_1 + L_2}{2} \right) \quad (21)$$

Czas przejazdu tego odcinka wynosi

$$\Delta t = \frac{d_1}{v}$$

oraz współczynnik liniowej zmiany amplitudy ugięcia jest wyznaczony jako:

$$\rho = \frac{t - t_0}{\Delta t} \quad \text{dla} \quad t \geq t_0 \quad \text{i} \quad t \leq t_0 + \Delta t$$

$$\rho = 0 \quad \text{dla} \quad t > t_0 + \Delta t \quad (22)$$

Zatem współczynniki  $\kappa_1$  oraz  $\kappa_2$  we wzorach (16) i (17) będą skorygowane w następujący sposób:

$$\kappa_1(t) = \kappa_1^0 \cdot \rho \quad \text{oraz} \quad \kappa_2(t) = \kappa_2^0 \cdot \rho \quad (23)$$

gdzie  $\kappa_1^0, \kappa_2^0$  są współczynnikami określonymi dla  $t = t_0$ .

### Interferencja fali ugięcia z falą odbitą

Strefa dojazdowa (tutaj zasięg nakładania się fal zginania) będzie obejmowała odcinek symetryczny względem  $x_0$  (por. rys. 6) o łącznej długości  $2 \cdot 2 \cdot d$ . Dla nawierzchni o przeciętnych parametrach orientacyjna długość „strefy progowej” wynosi  $2 \cdot 2 \cdot 3 \text{ m} = 12 \text{ m}$ , któremu odpowiada zakres położeń siły o połowę mniejszy, czyli  $\pm 3 \text{ m}$  względem punktu  $x_0$ . Fala powstająca w obrębie strefy dojazdowej do granicy między nawierzchniami  $w_0(x, t)$  będzie wyrażona poprzez sumę:

$$w_0(s_1, s_2) = w_1(s_1) + dw(s_1, s_2) \quad (24)$$

gdzie  $dw(s_1, s_2)$  jest określona wzorem (18), przy uwzględnieniu zmiany kierunku oraz tłumienia. Ostatecznie otrzymuje się falę w obrębie efektu progowego jako

$$w_0(s_1, s_2) = \kappa_1^0 \cdot e^{-b_1|s_1|} [a_1 \cos(a_1 s) + b_1 \sin a_1 |s|] + - \kappa_2 \cdot e^{-b_2|s_2|} [a_2 \cos(a_2 s_2) + b_2 \sin a_2 |s_2|] + + \kappa_1 \cdot e^{-b_1|s_1|} [a_1 \cos(a_1 s_1) + b_1 \sin a_1 |s_1|] \quad (25)$$

Równanie (25) obowiązuje jedynie w zakresie poruszania się obciążenia w przedziale około  $\pm 3 \text{ m}$  od granicy nawierzchni.

### Przykłady obliczeń linii ugięcia szyny w obrębie występowania efektu progowego

Przedstawiono analizy efektu progowego jako procesu interferencji fal  $F_1 + (-dF)$ . We wszystkich przykładach obliczeniowych przyjęto następujące dane dotyczące poruszającego się obciążenia: nacisk statyczny na oś  $P = 160 \text{ kN}$ , prędkość  $v = 160 \text{ km/h}$ .

**Przypadek 1** – występuje wtedy, gdy nawierzchnie nie różnią się sztywnościami podparcia (współczynniki podłoża szyny  $U$  są takie same), a różnią się jedynie sztywnościami zginania  $EI$  (równoważnie: „efektywnymi sztywnościami zginania”).

**Przypadek 2** – występuje wtedy, gdy nawierzchnie różnią się zarówno sztywnościami podparcia  $U$  oraz efektywnymi sztywnościami zginania  $EI$ .

**Przypadek 3** – występuje wtedy, gdy nawierzchnie różnią się sztywności podparcia  $U$ , natomiast nie różnią się efektywnymi sztywnościami zginania  $EI$ .

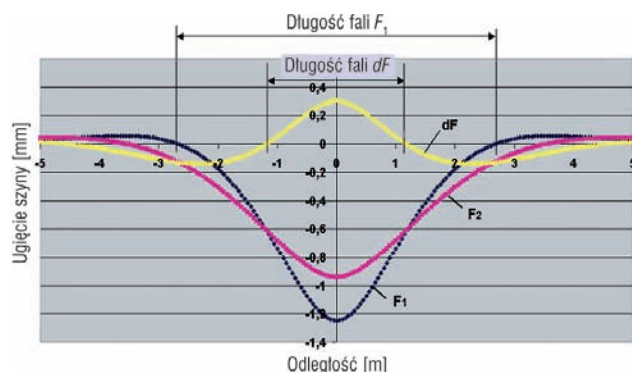
**Przypadek 4** (szczególny) – występuje wtedy, gdy nawierzchnie różnią się sztywnościami podparcia  $U$  oraz efektywnymi sztywnościami zginania  $EI$  w takim samym stopniu – długość fali nie ulega zmianie.

Dla przypadku 1, poszczególne fale (linie) ugięcia przedstawiono na rysunku 8.

Tabela 4

### Dane nawierzchni dla przypadków obliczeniowych

Parametry	Nawierzchnia 1	Nawierzchnia 2 przypadek				
		1	2	3	4	
		mnożnik				
Sztywność zginania $EI$ (jedna szyna 60E1)	[MNm <sup>2</sup> ]	6,42	3	3	1	2
Masa jednostkowa nawierzchni $m$ (na jeden tok)	[kg]	30,00	1	1	1	1
Sztywność podłoża szyny $U$	[MPa]	28,00	1	2	2	2
Współczynnik tłumienia $c$	[kNs/m <sup>2</sup> ]	0,00	0	0	0	0



Rys. 8. Linie ugięcia  $F_1$ ,  $F_2$ , oraz  $dF = F_2 - F_1$ ; jak można zauważyć długość fali (linii) ugięcia określona jako odległość od „miejsc zerowych”, tzn. miejsc w których następuje zmiana znaku ugięcia dla fali  $dF$  jest mniejsza niż dla fali  $F_1$  – jest to typowy efekt w przypadku, gdy zmiana ulega sztywność zginania szyny – wtedy linia ugięcia fali  $dF$  jest zawsze krótsza od linii  $F_1$

Jak można zaobserwować na rysunku 8, oraz wykonując podobne porównania dla pozostałych przypadków, występuje jakościowa różnica pomiędzy falami  $dF$  oraz  $F_1$  zależnie od tego, które parametry nawierzchni ulegają zmianie. W przypadku zmiany sztywności zginania lub sztywności podparcia równocześnie ze sztywnością podparcia otrzymujemy (w zapisie symbolicznym):

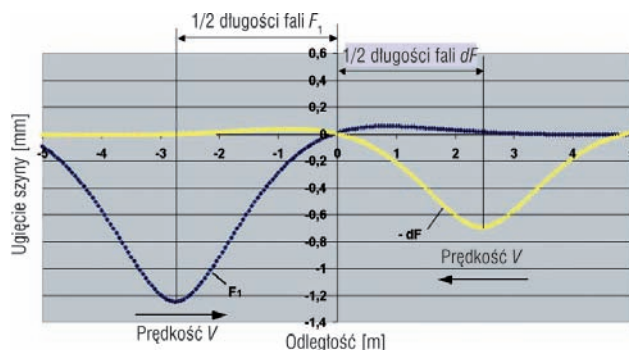
$$dF < F_1 \quad (26)$$

Natomiast w przypadku, gdy zmiana ulega jedynie sztywność podparcia, otrzymuje się:

$$dF = F_1 \quad (27)$$

Takie zachowanie się fali ugięcia (linii ugięcia) ma decydujące znaczenie dla interferencji procesów w strefie dojazdowej. Do-

kładniej znaczenie to zobrazowano na rysunku 9, który pokazuje przykładową sytuację „startową” wymienionych procesów (wzór 26).



Rys. 9. Linie ugięcia  $F_1$  oraz  $-dF = -(F_2 - F_1)$  w chwili „startowej”. Ponieważ prędkości tych procesów są takie same, ale mają one przeciwny kierunek, oraz równocześnie odległość od granicy nawierzchni  $x_0 = 0$  w przypadku procesu  $-dF$  jest mniejsza niż odległość procesu  $F_1$ , to maksima tych procesów **zawsze** spotkają się po stronie nawierzchni 1 (lewa strona rysunku)

Na rysunkach 10–13 przedstawiono procesy interferencji kolejno dla przypadków 1, 2, 3 i 4.

Wyniki, dotyczące ugięcia szyny w strefie przejściowej, pokazane na rysunkach 10–13 są jakościowo zgodne z obliczeniami numerycznymi, przeprowadzonymi z wykorzystaniem złożonego, wielowarstwowego modelu różniczkowego pojazd-nawierzchnia, który był prezentowany w pracy [9]. Konieczne są oczywiście dalsze gruntowne obliczenia porównawcze, także z wykorzystaniem jeszcze jednego ujęcia (np. modelu numerycznego MES).

### Podsumowanie – wnioski końcowe

Prezentowane ujęcie efektu progowego jest jedynie zarysem zagadnienia, które zostało przeprowadzone przy założeniu klasycznych ujęć belki na podłożu sprężystym obciążonej siłą poruszającą się o stałej wartości i zostało potraktowane jako złożenie procesów stacjonarnych. Efekt progowy, jednakże, w obrębie którego właściwie wszystkie parametry mechaniczne nawierzchni ulegają zmianie oraz zmienia się także siła koło-szyna, z istoty nie jest stacjonarny. W związku z tym, prezentowane podejście jest jedynie pewnym przybliżeniem zjawisk tam występujących. Tym niemniej, podejście to umożliwia uzyskanie wyników zbieżnych z bardziej skomplikowanymi modelami numerycznymi, ale przede wszystkim umożliwia interpretację zjawisk w strefie przejściowej oraz także wyników obliczeń numerycznych.

Ponadto, na podstawie obliczeń można stwierdzić, że:

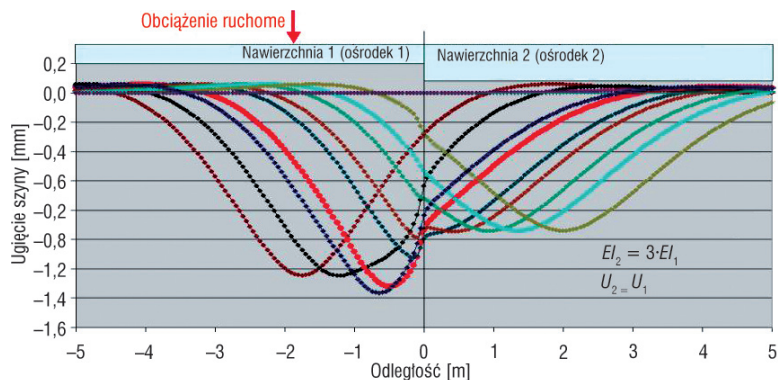
- efekt progowy może być interpretowany jako wynik odbicia fali (linii) zginania oraz ich interferencji przed granicą z nawierzchnią bezpodsypkową, która działa jak „filtr” przepuszczający tylko taką falę, która jest zgodna z parametrami tłumienno-sztywnościowymi nawierzchni dotyczącymi zarówno podparcia jak i zginania;
- zwiększenie ugięcia szyny przed granicą z nawierzchnią podsypkową występuje jedynie wtedy, gdy pojawia się różnica w sztywności zginania między nawierzchniami – oznacza to, że tylko wtedy dochodzi do znaczącego odbicia fali (linii) ugięcia, takie odbicie nie występuje (lub jest bardzo małe) w przypadku różnicy w sztywności podparcia nawierzchni;

- praktycznie wyniki oznaczają, że zmiana sztywności zginania szyny (właściwie efektywnej sztywności zginania szyny) w wielu przypadkach może być głównym źródłem efektu progowego w obrębie nawierzchni;
- należy doświadczalnie wyznaczyć „efektywną sztywność zginania” oraz „szybkość tłumienia” odbitej linii ugięcia, jednakże nawet na tym etapie można stwierdzić, że odbicie niewątpliwie występuje, gdyż wyniki są jakościowo zgodne z danymi eksploatacyjnymi – np. [3];
- analiza zmiany częstotliwości obciążenia oraz efektywnej sztywności zginania szyny, a także odbicia fali zginania, która z niej wynika, może stać się przyczynkiem do prawidłowego opisu efektu progowego oraz do poprawnego konstruowania rozwiązań w strefach przejściowych.

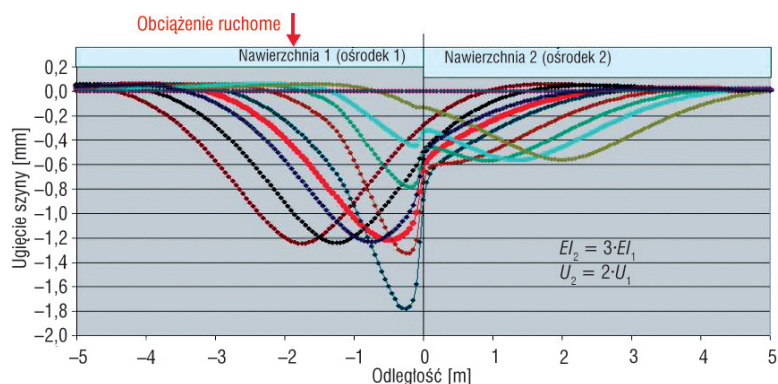


## Literatura

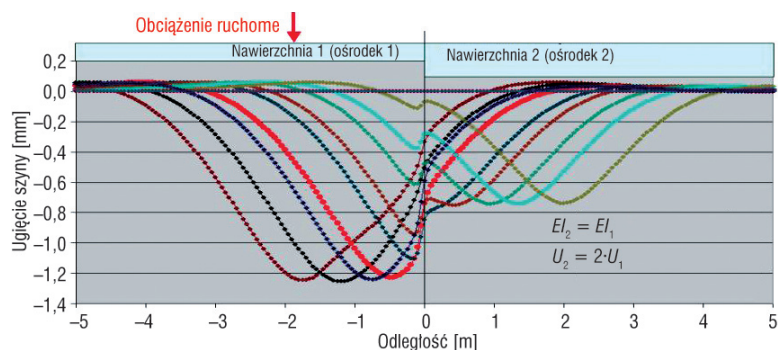
- [1] *Anforderungskatalog zum Bau der Festen Fahrban*. DB, 2001.
- [2] Banimahad M., Woodward P.K.: *3D Finite Element Modelling of Railway Transitions*. Proc. 9th International Conference on Railway Engineering, London, June 2007.
- [3] Eisenmann J.: *Durchführung von Dauerschwellversuchen an einer Übergangskonstruktion*. Technische Universität München, 1985–1990.
- [4] Esveld. C.: *Modern Railway Track*. MRT Productions, Holandia, 2001.
- [5] Fryba L.: *Vibration of solids and structures under moving loads*. Thomas Telford, London, 1999.
- [6] Lei X., Mao L.: *Dynamic response analyses of vehicle and track coupled system on track transition of conventional high speed railway*. Journal of Sound and Vibration 271, 1133–1146, 2004.
- [7] *Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie*. (Dz.U. nr 151, poz. 987).
- [8] Sołkowski J.: *Różnice w sposobie pracy pomiędzy nawierzchniami podsypkowymi i bezpodsypkowymi*. Nowoczesne technologie i systemy zarządzania w kolejnictwie – VII Ogólnopolska Konferencja, Kraków 5–7 listopada 2008.
- [9] Sołkowski J.: *Zagadnienia z dynamiki nawierzchni kolejowych w strefach przejściowych*. II Konferencja Naukowo-Techniczna „Projektowanie, budowa i utrzymanie infrastruktury w transporcie szynowym” INFRASZYN 2009, Zakopane, 22–24 kwietnia 2009.
- [10] Materiały informacyjne firmy Edilon(Sedra. Karty techniczne produktów, 2008.
- [11] Materiały informacyjne firmy Max Bögl, 2008.
- [12] Materiały informacyjne firmy TRIBETON, 2009.



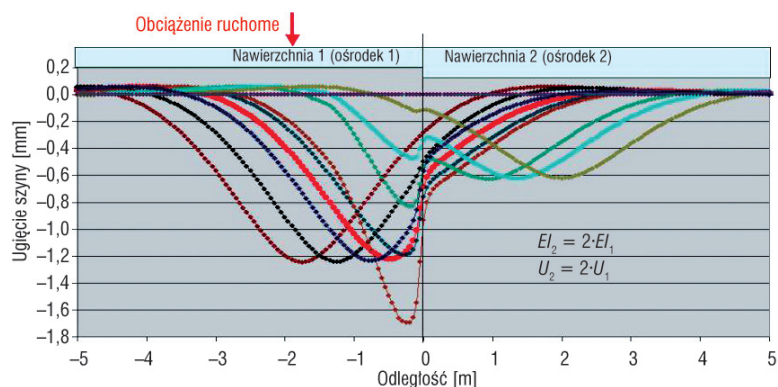
Rys. 10. Przypadek 1 – interferencja procesów  $F_1$  oraz  $-dF = -(F_2 - F_1)$ ; współczynnik wzrostu ugięcia 1,12



Rys. 11. Przypadek 2 – współczynnik wzrostu ugięcia 1.42



Rys. 12. Przypadek 3 – współczynnik wzrostu ugięcia 1,00



Rys. 13. Przypadek 4 (szczególny) – współczynnik wzrostu ugięcia 1,36

dr inż. Juliusz Sołkowski  
 Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej  
 Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego  
 e-mail: jsołkowski@tlen.pl