# Kompensacja mocy nieaktywnych w kopalnianych układach elektroenergetycznych w oparciu o teorię składowych fizycznych prądu

W artykule scharakteryzowano kopalniane układy elektroenergetyczne wraz ze stosowanymi dotychczas układami kompensacyjnymi w sieciach dołowych. Wskazano na zagrożenia, jakie wprowadzają przekształtniki mocy w tego typu sieciach dla pracy klasycznych układów kompensacyjnych i transformatorów. Przedstawiono zarys teorii mocy chwilowej p-q oraz teorii składowych fizycznych prądu (CPC), które mogą być podstawą prowadzenia aktywnej kompensacji mocy biernej.

# 1. WSTĘP

Cechą charakterystyczną górniczych odbiorów elektroenergetycznych, które w decydującej większości stanowią silniki elektryczne, jest praca ze zmieniającą się w szerokich granicach wartością współczynnika mocy. Związane to jest z cyklicznością pracy odbiorów, np. z cyklami pracy silników w układach napędowych maszyn wyciągowych bądź też z technologicznymi uwarunkowaniami pracy urządzeń urabiających i transportowych. Przeciętna wartość współczynnika mocy określona jako  $tg\varphi = \frac{Q}{p}$ , dla całego zakładu górniczego, waha się w przedziale  $0,4 < tg\phi < 0,7$  [3]. O ile w powierzchniowej części zakładu górniczego tgo przyjmuje wartości dość niskie o tyle w części dołowej kopalnianych układów jest on zdecydowanie mniej korzystny (0,6< tg $\varphi$  < 1,2). Wprowadzenie zatem kompensacji mocy biernej w dołowej części kopalnianych układów elektroenergetycznych umożliwiło znaczną poprawę wartości współczynnika mocy, do poziomu  $0.1 < tg\phi < 0.3$  i uzyskanie wszystkich korzyści, jakie z tego faktu wypływają. Kompensacja ta oparta jest na sekcjonowanych bateriach kondensatorów załączanych łącznikami (najczęściej stycznikami ŚN) sterowanymi przez sterowniki kontrolujące wartość tego współczynnika.

Warunkiem wprowadzania takiej kompensacji w podziemiach kopalń było znaczne ograniczenie

zagrożeń pożarowych wywołanych obecnością palnego, ciekłego dielektryka jak też ograniczenie zagrożeń toksycznych, jakie dielektryk ten mógłby spowodować w przypadku pożaru w wyrobiskach kopalnianych.

Wprowadzane w ostatnim okresie energoelektroniczne przekształtniki mocy, zarówno w powierzchniowych jak i dołowych układach napędowych, stwarzają zupełnie inne warunki do prowadzenia kompensacji mocy biernej od dotychczasowych. Udział przekształtników mocy, w ogólnej mocy pobieranej przez odbiory kopalniane, wzrasta bardzo szybko, a w ślad za tym uwidacznia się zwiększony wpływ tak zasilanych odbiorów na pracę całego kopalnianego układu elektroenergetycznego.

# 2. CHARAKTERYSTYKA ODDZIAŁYWANIA ODBIORÓW NIELINIOWYCH NA KOPAL-NIANE UKŁADY ELEKTROENERGETYCZNE

Początkowo w polskim górnictwie występowały odbiory nieliniowe w postaci stacji prostownikowych do zasilania trakcji elektrycznych i układów zasilania baterii trakcyjnych. Od lat 70. ubiegłego wieku wprowadzane są tyrystorowe układy napędowe maszyn wyciągowych, które zastępują przetwornice elektromaszynowe w układach napędowych maszyn wyciągowych wg Leonarda. Na przestrzeni ostatnich



*Rys. 1. Przykładowy przebieg napięć na szynach rozdzielni i prądu pobieranego przez tyrystorowy układ napędowy maszyny wyciągowej oraz analiza zawartości harmonicznych w napięciu i prądzie* 

20 lat dokonał się bardzo duży postęp w zakresie sterowania silnikami elektrycznymi w oparciu o energoelektroniczne przekształtniki mocy. Dostępność elementów energoelektronicznych o dużej niezawodności pracy i malejąca ich cena sprzyjają upowszechnieniu w praktycznych aplikacjach układów napędowych przekształtników mocy.

Cechą zdecydowanej większości stosowanych obecnie przekształtników mocy jest pobór prądu silnie odkształconego w porównaniu do przebiegu sinusoidalnego (stąd ich określenie jako odbiory nieliniowe) [4]. Przykładowy przebieg napięć na szynach rozdzielni i prądu pobieranego przez tyrystorowy układ napędowy maszyny wyciągowej przedstawiono na rys. 1.

Do analizy odkształconych sygnałów napięć i prądów powszechnie posługujemy się rozkładem funkcji okresowej f(t) na szereg Fouriera przedstawiony w postaci:

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos k\omega_1 t + b_k \cdot \sin k\omega_1 t \qquad (1)$$

gdzie:

k – numer harmonicznej,

 $\omega_1$  – pulsacja podstawowej harmonicznej,

 $a_k$ ,  $b_k$  – amplitudy harmonicznych o numerach k.

Obecność poszczególnych elementów tego szeregu zależy oczywiście od kształtu i cech analizowanej funkcji f(t). W przypadku przekształtników mocy na ich wejściu zwykle stosuje się układy prostownikowe. W przypadku dużych przekształtników mocy najczęściej są to układy prostownikowe 6- lub 12-pulsowe, wytwarzające dominujące harmoniczne, np. dla prostowników 6-pulsowych harmoniczne 5 i 7, a dla prostowników 12- pulsowych harmoniczne 11 i 13. Poza tym występują inne harmoniczne, których amplitudy niekoniecznie się zgadzają z opisem teoretycznym wg Fouriera.

Odkształcenie przebiegu napięcia zasilającego oraz praca układu prostownikowego inna od zakładanego teoretycznego modelu mogą również wywoływać występowanie składowych o częstotliwościach będących niepełną krotnością częstotliwości podstawowej harmonicznej (50 Hz) zwanych interharmonicznymi oraz składowych o częstotliwościach mniejszych od częstotliwości podstawowej harmonicznej zwanych subharmonicznymi. Należy również zaznaczyć, że niektóre przekształtniki mocy (softstarty), w podstawowym cyklu swojej pracy, generują zmieniające się w czasie widmo harmonicznych prądu.

Prowadzenie kompensacji mocy w oparciu o baterie kondensatorów w przypadku układów elektroenergetycznych, o istotnym udziale odbiorów nieliniowych, jest niepożądane z kilku powodów:

- w kondensatorach elektroenergetycznych (a także w układach izolacyjnych kabli, transformatorów i silników elektrycznych) występuje wzrost strat mocy czynnej oraz przyśpieszona degradacja izolacji, aż do uszkodzenia włącznie,
- obecność wyższych harmonicznych w napięciu, wywołana odkształceniem napięcia na zasilaniu układu bądź też odkształconymi spadkami napięcia na pośrednich liniowych elementach układu przez przepływające odkształcone prądy, powoduje wzrost wartości mocy biernej baterii kondensatorów w stosunku do mocy określonej dla podstawowej harmonicznej ( $Q = U^2 \omega C$ ),
- w układach linii zasilających można oczekiwać występowania rezonansów szeregowego i równoległego; rezonans szeregowy podczas wymuszenia napięciowego prowadzi do znacznych przetężeń, nawet dla niewielkiej amplitudy harmonicznej rezonansowej w napięciu na zasilaniu odbiornika. W przypadku zaś przepływu odkształconych prądów rezonans szeregowy, dla wymuszeń prądowych, może prowadzić do niekontrolowanego wzrostu wartości prądu,
- występowaniu odkształconych przebiegów prądów i napięć towarzyszy zwiększony przepływ mocy biernej w układzie zasilającym.

W przypadku układów zasilających odbiory dołowe bardzo niekorzystny wpływ na pracę transformatorów mają prądy odkształcone. Wywołują one dodatkowe straty mocy czynnej w torach prądowych i w częściach metalowych (rdzeń, kadź, belki), co przy ograniczonych możliwościach oddawania ciepła do otoczenia prowadzi do znacznego ograniczenia mocy, jaką można obciążyć transformator w stosunku do mocy określonej dla podstawowej harmonicznej [5].

$$S_T = \frac{S_{nT}}{K} \tag{2}$$

gdzie:

 S<sub>T</sub> – dopuszczalna moc obciążenia transformatora w obecności wyższych harmonicznych w prądzie obciążenia, S<sub>nT</sub> – znamionowa moc transformatora, przy czym współczynnik K wyrażony jest zależnością

$$K = \left[1 + \frac{e}{1 + e} \left(\frac{I_1}{I}\right)^2 \sum_{k=2} \left(k^q \left(\frac{I_k}{I_1}\right)^2\right)\right]^2$$
(2a)

w której: e – stosunek strat wiroprądowych dla częstotliwości podstawowej do strat czynnych w tej samej temperaturze odniesienia, k – rząd harmonicznej, I,  $I_1$ ,  $I_k$  – wartości skuteczne prądów, q – wykładnik zależny od rodzaju uzwojenia i częstotliwości (q = 1,7 dla uzwojenia wykonanego drutem prostokątnym).

Zmniejszenie obciążalności może osiągnąć wartość nawet do kilkudziesięciu procent, dla typowego odkształcenia prądu.

# 3. KOMPENSACJA MOCY BIERNEJ W OBWODACH Z ODKSZTAŁCONYMI PRZEBIEGAMI NAPIĘĆ I PRĄDÓW

Już pierwsze obserwacje obwodów z odkształconymi przebiegami napięć i prądów dostarczyły spostrzeżeń o innym przebiegu zjawisk energetycznych w tych obwodach w stosunku do obwodów o przebiegach sinusoidalnych ( $S^2 > P^2 + Q^2$ ).

Przez cały okres rozwoju elektrotechniki trwały poszukiwania narzędzi do lepszego poznania i opisu zjawisk w tych obwodach. Wymienić tu można prace E. Webera, N.A. Ilovici, C. I. Budeanu, S. Fryzego, W. Shepherda i P. Zakikhaniego, N. I. Kustersa i W. J. Moore'a. Prace te przybliżały możliwość opisu zjawisk, ale nie pozwalały na stworzenie praktycznych narzędzi do efektywnej kompensacji mocy biernej przebiegów odkształconych. Dopiero praca H. Agaki, Y. Kanazawa i A. Nabae opublikowana w 1983 r. [1] stworzyła teoretyczne narzędzie do prowadzenia kompensacji mocy biernej w obwodach o odkształconych przebiegach prądów i napięć. Praca ta znana jest w literaturze pod nazwą teorii mocy chwilowej p-q [1].

W ww. pracy proponuje się przejście z układu wielkości fazowych *a*, *b*, *c* do układu wielkości w układzie prostokątnym o osiach  $\alpha$ - $\beta$ . Fazowe napięcia zasilania po przetransformowaniu do układu współrzędnych  $\alpha$ - $\beta$  przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\alpha} \\ \boldsymbol{e}_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{a} \\ \boldsymbol{u}_{b} \\ \boldsymbol{u}_{c} \end{bmatrix}$$
(3)

Podobnie należy przetransformować prądy fazowe do układu  $\alpha$ - $\beta$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\alpha} \\ \mathbf{i}_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{a} \\ \mathbf{i}_{b} \\ \mathbf{i}_{c} \end{bmatrix}$$
(4)

Chwilowe moce w układzie  $\alpha$ - $\beta$  są określone zależnością:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\alpha} & \boldsymbol{e}_{\beta} \\ -\boldsymbol{e}_{\beta} & \boldsymbol{e}_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\alpha} \\ \boldsymbol{i}_{\beta} \end{bmatrix}$$
(5)

Z zależności (4) wyznaczono prądy chwilowe w osiach  $\alpha$ - $\beta$ :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{\alpha} \\ \boldsymbol{i}_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\alpha} & \boldsymbol{e}_{\beta} \\ -\boldsymbol{e}_{\beta} & \boldsymbol{e}_{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{q} \end{bmatrix}$$
(6)

Prądy te rozłożono na składowe:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\alpha} \\ \mathbf{i}_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\alpha p} \\ \mathbf{i}_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\alpha q} \\ \mathbf{i}_{\beta q} \end{bmatrix}$$
(7)

skąd uzyskano zależność na moce:

$$\begin{bmatrix} p_{\alpha} \\ p_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\alpha} & \boldsymbol{i}_{\alpha} \\ \boldsymbol{e}_{\beta} & \boldsymbol{i}_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\alpha} & \boldsymbol{i}_{\alpha p} \\ \boldsymbol{e}_{\beta} & \boldsymbol{i}_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\alpha} & \boldsymbol{i}_{\alpha q} \\ \boldsymbol{e}_{\beta} & \boldsymbol{i}_{\beta q} \end{bmatrix}$$
(8)

Zatem chwilowa moc wypadkowa:

$$p = p_{\alpha} + p_{\beta} = \frac{\boldsymbol{e}_{\alpha}^{2}}{\boldsymbol{e}_{\alpha}^{2} + \boldsymbol{e}_{\beta}^{2}} p + \frac{\boldsymbol{e}_{\beta}^{2}}{\boldsymbol{e}_{\alpha}^{2} + \boldsymbol{e}_{\beta}^{2}} p - \frac{\boldsymbol{e}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{e}_{\beta}}{\boldsymbol{e}_{\alpha}^{2} + \boldsymbol{e}_{\beta}^{2}} q + \frac{\boldsymbol{e}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{e}_{\beta}}{\boldsymbol{e}_{\alpha}^{2} + \boldsymbol{e}_{\beta}^{2}} q =$$
$$= p_{\alpha p} + p_{\beta p} + p_{\alpha q} + p_{\beta q}$$
(9)

Suma  $p_{\alpha p}$  i  $p_{\beta q}$  jest równa chwilowej mocy p wg klasycznej teorii mocy i nosi nazwę mocy aktywnej (czynnej). Suma  $p_{\alpha q}$  i  $p_{\beta q}$  jest zawsze równa zero – moce te eliminują się bowiem wzajemnie i nie mają udziału w przepływie energii ze źródła do odbiornika (nazwano je chwilowymi mocami reaktancyjnymi). Można zatem napisać, że:

$$p = \boldsymbol{e}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{i}_{\alpha p} + \boldsymbol{e}_{\beta} \cdot \boldsymbol{i}_{\beta p}$$
  
$$0 = \boldsymbol{e}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{i}_{\alpha q} + \boldsymbol{e}_{\beta} \cdot \boldsymbol{i}_{\beta q} = p_{\alpha q} + p_{\beta q}$$
 (10)

Graficznie przepływy tych mocy interpretuje się tak, jak pokazano to na rys. 2.



*Rys. 2. Graficzna ilustracja przepływu mocy chwilowych wg definicji mocy w układzie*  $\alpha$ - $\beta$ 

Moce chwilowe rzeczywista p i urojona q są następnie rozkładane na składową stałą (-) i składową zmienną (~):

$$p = \overline{p} + \widetilde{p}; \quad q = \overline{q} + \widetilde{q} \tag{11}$$

gdzie:

- p średnia wartość chwilowej mocy rzeczywistej
   składowa pożądana związana z przekazywaniem energii ze źródła do odbiornika (zgodnie z klasycznie definiowaną mocą czynną P),
- $\tilde{p}$  zmienna wartość chwilowej mocy rzeczywistej p – związana z mocą wymienianą miedzy źródłem a odbiornikiem,
- $\overline{q}$  średnia wartość chwilowej mocy urojonej q,
- $\tilde{q}$  zmienna wartość chwilowej mocy urojonej.

Interpretację graficzną tych mocy przedstawiono na rys. 3.



### Rys. 3. Graficzna interpretacja mocy chwilowych w układzie trójfazowym (fazy a, b, c)

Składowe zmienne mocy *p* i *q* mogą być rozkładane dalej na składowe związane z obecnością wyższych harmonicznych w napięciu i prądzie (oznaczane indeksem *h*) oraz na składowe związane z asymetrią odbiornika (oznaczone indeksem  $_{2f1}$  związane ze składową kolejności przeciwnej):



Rys. 4. Układ aktywnego filtru mocy do poprawy właściwości energetycznych w obwodach z odkształconymi przebiegami prądów i napięć

$$\widetilde{p} = \widetilde{p}_h + \widetilde{p}_{2f1}; \qquad \widetilde{q} = \widetilde{q}_h + \widetilde{q}_{2f1}$$
(12)

Po odpowiednim przekształceniu można uzyskać wyrażenie na prądy w układzie  $\alpha$ - $\beta$  w następującej postaci:

$$i_{\alpha} = c_{\alpha \overline{p}} + c_{\alpha \widetilde{p}_{h}} + c_{\alpha \widetilde{p}_{2f1}} - c_{\beta \overline{q}} - c_{\beta \widetilde{q}_{h}} - c_{\beta \widetilde{q}_{2f1}}$$

$$= i_{\alpha \overline{p}} + i_{\alpha \widetilde{p}_{h}} + i_{\alpha \widetilde{p}_{2f1}} - i_{\beta \overline{q}} - i_{\beta \widetilde{q}_{h}} - i_{\beta \widetilde{q}_{2f1}}$$

$$(13)$$

$$i_{\beta} = c_{\beta \overline{p}} + c_{\beta \widetilde{p}_{h}} + c_{\beta \widetilde{p}_{2f}} - c_{\alpha \overline{q}} - c_{\alpha \widetilde{q}_{h}} - c_{\alpha \widetilde{q}_{2f1}}$$

$$= i_{\beta \overline{p}} + i_{\beta \widetilde{p}_{h}} + i_{\beta \widetilde{p}_{2f1}} + i_{\alpha \overline{q}} + i_{\alpha \widetilde{q}_{h}} + i_{\alpha \widetilde{q}_{2f1}}$$

gdzie:

$$c_{\alpha} = \frac{e_{\alpha}}{e_{\alpha}^2 + e_{\beta}^2}; \qquad c_{\beta} = \frac{e_{\beta}}{e_{\alpha}^2 + e_{\beta}^2}$$

Znając zatem prądy w układzie  $\alpha$ - $\beta$  przechodzi się do układu fazowego odniesienia *a-b-c*- przez przekształcenie odwrotne:

$$\begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = c_{2} \cdot \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} = c_{2} \begin{bmatrix} i_{\alpha \overline{p}} \\ i_{\beta \overline{p}} \end{bmatrix} + c_{2} \begin{bmatrix} i_{\alpha \overline{q}} \\ i_{\beta \overline{q}} \end{bmatrix} + c_{2} \left( \begin{bmatrix} i_{\alpha \overline{p}_{h}} \\ i_{\beta \overline{p}_{h}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{\alpha \overline{q}_{h}} \\ i_{\beta \overline{q}_{h}} \end{bmatrix} \right) +$$

$$+ c_{2} \left( \begin{bmatrix} i_{\alpha \overline{p}_{2/1}} \\ i_{\beta \overline{p}_{2/1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{\alpha \overline{q}_{2/1}} \\ i_{\beta \overline{q}_{2/1}} \end{bmatrix} \right) = i_{\overline{p}} + i_{\overline{q}} + i_{h} + i_{2/1}$$

$$(15)$$

gdzie:

- $i_{\overline{p}}$  prąd związany z mocą  $\overline{p}$  (zgodną z tradycyjnie określaną mocą czynną *P*),
- $i_{\overline{q}}$  prąd związany z mocą  $\overline{q}$ ,
- $i_h$  prąd związany z  $\overline{p}_h$  oraz  $\overline{q}_h$  (wywołane obecnością wyższych harmonicznych w napięciu i prądzie),
- $i_{2f1}$  prąd związany z mocą  $\tilde{p}_{2f1}$  i  $\tilde{q}_{2f1}$  (wywołany asymetrią odbiornika).

Poprawa właściwości energetycznych obwodów z przebiegami odkształconymi napięcia i prądu polega zatem na konieczności wygenerowania chwilowych prądów dodawczych przez filtr aktywny (rys. 4).

Teorii tej stawia się zarzut błędności dotyczący przyjęcia niewłaściwych nazw wielkości, na których jest oparta. Główną jej wadą jest natomiast brak jasnego związku pomiędzy wielkościami występującymi w tej teorii a zjawiskami fizycznymi w odbiorniku [2]. Chodzi tutaj mianowicie o powiązanie takich zjawisk jak:

- trwały przepływ energii źródła do odbiornika i związana z nim moc czynna P,
- przesuniecie prądu odbiornika względem napięcia zasilania i związana z tym moc bierna Q,
- asymetria prądów zasilających i związana z nią moc niezrównoważenia D<sub>w</sub>.

Inne podejście do rozwiązania problemu przedstawiono w pracy [2]. Wydaje się, że obecnie jest to bardzo logiczne powiązanie zjawisk fizycznych z charakterem odbiornika. Teoria ta znana jest pod nazwą teorii składowych fizycznych prądu (CPC – *current physical components*). W teorii tej napięcia fazowe wyrażone są za pomocą szeregu Fouriera w postaci wektora:

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_a \\ \boldsymbol{u}_b \\ \boldsymbol{u}_c \end{bmatrix} = \sum_{n \in N} \boldsymbol{u}_n = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} \underline{U}_{na} \\ \underline{U}_{nb} \\ \underline{U}_{nc} \end{bmatrix} e^{jn\omega_{\lambda}t}$$
(16)



Rys. 5. Schemat systemu elektroenergetycznego wg teorii CPC  $(u_s - napięcie źródła; z_s - impedancja zastępcza sieci; \Delta U_s = U_B - spadki napięcia na impedancji z_s od prądu i_A$  $i i_B; N_A - zbiór harmonicznych występujących w napięciu i prądzie u_A i i_A; N_B - zbiór harmonicznych,$  $które występują w napięciu i prądzie u_B i i_B; u=u_A-u_B - napięcie zasilające odbiornik$ 

Podobnie zapisuje się prądy:

$$\boldsymbol{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{a} \\ \boldsymbol{i}_{b} \\ \boldsymbol{i}_{c} \end{bmatrix} = \sum_{n \in N} \boldsymbol{i}_{n} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} \underline{I}_{na} \\ \underline{I}_{nb} \\ \underline{I}_{nc} \end{bmatrix} e^{jn\omega_{1}t}$$
(17)

Zatem zespolona moc pozorna  $\underline{S}_n$  dla harmonicznej *n*-tego rzędu jest równa:

$$\underline{S}_n = \underline{U}_n^T \cdot \underline{I}_n^* = P_n + jQ_n \tag{18}$$

Dla odbiorów pasywnych, liniowych moc czynna  $P_n$  jest przekazywana ze źródła do odbioru. Nie może zatem przyjmować ujemnych wartości ( $P_n \ge 0$ ). Na podstawie znaku mocy  $P_n$  dla poszczególnych harmonicznych dokonuje się podziału zbioru harmonicznych na dwa podzbiory  $N_A$  i  $N_B$ :

dla 
$$P_n \ge 0$$
  $n \in N_A$ , dla  $P_n < 0$   $n \in N_B$ .

Ogólny schemat układu będący ilustracją podejścia wg tej teorii przedstawiono na rys. 5.

Napięcie u i prądy i oraz moc czynną P rozkłada się na odpowiednie składowe, a mianowicie:

$$i = \sum_{n \in N} i_n = \sum_{n \in N_A} i_n + \sum_{n \in N_B} i_n = i_A + i_B$$

$$u = \sum_{n \in N} u_n = \sum_{n \in N_A} u_n + \sum_{n \in N_B} u_n = u_A + u_B \qquad (19)$$

$$P = \sum_{n \in N} P_n = \sum_{n \in N_A} P_n - \sum_{n \in N_B} P_n = P_A - P_B$$

Obwód zatem elektryczny, do którego dostarczana jest moc czynna poprzez harmoniczne ze zbiorów  $N_A$  i  $N_B$  jest traktowany jako obwód pasywny. Wg tego podejścia, dla harmonicznych ze zbioru  $N_A$  źródłem

mocy jest źródło zasilania, a odbiornikiem mocy jest odbiór, zaś dla harmonicznych ze zbioru  $N_B$  ( $P_N < 0$ ) źródłem prądów harmonicznych jest odbiór, a odbiornikiem jest źródło. Dla obu przypadków więc wyznacza się równoważne obwody z taką samą mocą pozorną  $S_n$  i prądem  $i_n$  oraz napięciem  $u_n$  jak obserwowane w obwodzie oryginalnym. Dla tych obwodów równoważnych admitancja fazowa  $Y_{en}$  oraz wywołany nią prąd  $i_b$  określone są zależnością

$$\underline{\boldsymbol{Y}}_{en} = \begin{cases} \frac{\underline{\boldsymbol{S}}_{n}^{*}}{\left\|\boldsymbol{u}_{n}\right\|^{2}} = \boldsymbol{G}_{en} + j\boldsymbol{B}_{en} & \text{dla } n \in N_{A} \\ = 0 & \text{dla } n \in N_{B} \end{cases}$$

$$\mathbf{i}_{b} = \sqrt{2}Re\sum_{n \in N} \underline{\boldsymbol{Y}}_{en} \cdot \underline{\boldsymbol{U}}_{An} \cdot e^{jn\omega_{A}t} \qquad (20)$$

Prąd fazowy  $i_b$  obwodu równoważnego jest prądem symetrycznym, ale prąd  $i_A$  może być asymetryczny, zatem może zawierać dodatkową składową  $i_u$  zwaną prądem niezrównoważenia ( $i_u$  – *unbalanced current*).

Prąd  $i_b$  tworzy układ składowej symetrycznej o kierunku wirowania zgodnym z napięciem  $u_A$ , prąd  $i_u$ tworzy zaś układ składowej symetrycznej o przeciwnym kierunku wirowania w stosunku do napięcia  $u_A$ :

$$\boldsymbol{i}_u = \boldsymbol{i}_A - \boldsymbol{i}_b \tag{21}$$

Skuteczna wartość zespolona  $I_{unA}$  harmonicznej n prądu niezrównoważenia w fazie *a* może być wyrażona jako:

$$\underline{I}_{una} = \underline{I}_{na} - \underline{I}_{bna} = \left(\frac{I_{ua}}{\underline{U}_{na}} - Y_{en}\right) \cdot \underline{U}_{na} = \underline{A}_{na} \cdot \underline{U}_{na} \quad (22)$$

Prąd niezrównoważenia może być zapisany jako:

$$\mathbf{i}_{u} = \sum_{n \in N_{A}} \mathbf{i}_{un} = \sqrt{2} R e \sum_{n \in N_{A}} \underline{A}_{n} \cdot \underline{U}_{An} \cdot e^{jn\omega_{1}t} \qquad (23)$$



*Rys.* 6. *Równoważny obwód elektryczny dla*  $n \in N_A$ 

Równoważny obwód elektryczny przedstawiono na rys. 6.

Źródłem prądu  $i_B$ , składającego się z harmonicznych, dla których moc czynna P<sub>n</sub> przekazywana jest do źródła, jest odbiornik, który może być traktowany jako trójfazowe źródło prądowe. Źródło zaś zasilania jest traktowane jako odbiornik pasywny. Przyjmując zatem, że źródło zasilania posiada symetryczną impedancję wewnętrzną, to dla harmonicznych  $n \in N_B$ źródło zasilania jest traktowane jako symetryczny odbiornik trójfazowy o impedancji  $Z_{en}$  określonej zależnością:

$$\boldsymbol{Z}_{en} = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{S}_{n}^{*}}{\left\|\boldsymbol{i}_{n}\right\|^{2}} = \boldsymbol{R}_{en} + j \boldsymbol{X}_{en} & \text{dla } n \in \boldsymbol{N}_{B} \\ = 0 & \text{dla } n \in \boldsymbol{N}_{A} \end{cases}$$
(24)



*Rys.* 7. *Równoważny obwód dla*  $n \in N_B$ 

Wartość prądu  $i_a$  konieczna do dostarczania do odbiornika mocy czynnej  $P_A$  dla napięcia  $u_A$  obliczana jest z zależności:

$$\boldsymbol{i}_a = \boldsymbol{G}_e \cdot \boldsymbol{u}_A \tag{25}$$

 $Ge = \frac{P_A}{\|\boldsymbol{u}_A\|^2}$  konduktacja fazowa rezystancyjnego odbiornika symetrycznego równoważnego odbior-

gdzie:

nikowi oryginalnemu pod względem dostarczanej mocy czynnej (aktywnej) przy napięciu  $u_A$ .

Prąd  $i_b$  jest prądem symetrycznego odbiornika o admitancji  $\underline{Y}_{en}$ . Różnica pomiędzy prądem  $i_b$ a prądem  $i_a$  jest niepożądaną składową prądu, wyrażoną zależnością:

$$\boldsymbol{i}_{b} - \boldsymbol{i}_{a} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_{A}} \underline{Y}_{en} \cdot \underline{U} e^{jn\omega_{1}t} -$$

$$-\sqrt{2} Re \sum G_{e} \cdot \underline{U}_{An} \cdot e^{jn\omega_{1}t} = \boldsymbol{i}_{s} + \boldsymbol{i}_{r}$$
(26)

gdzie prąd  $i_s$  jest prądem zdefiniowanym w teorii mocy CPC przez prof. L. Czarneckiego [2]. Występuje on w prądzie odbiornika i tylko wtedy, gdy jego kondunktancja dla składowych harmonicznych  $G_{en}$ zależy od rzędu harmonicznej, tj. zmienia się wokół kondunktancji równoważnej  $G_e$ . Prąd ten nazwano prądem rozrzutu ( $i_s$  – scattered current). Prąd  $i_r$  jest zaś prądem biernym ( $i_r$  – reactive current) znanym z wcześniejszych teorii mocy. Wg teorii zatem składowych fizycznych prądu (CPC) trójfazowy prąd niesymetrycznego, nieliniowego odbiornika może być rozłożony na 5 składowych:

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{i}_a + \boldsymbol{i}_s + \boldsymbol{i}_r + \boldsymbol{i}_u + \boldsymbol{i}_{B_1}$$
(27)

z których każda związana jest z innym zjawiskiem i jest ortogonalna do pozostałych.

Przepływowi energii ze źródła zasilania do odbiornika  $P_A > 0$  dla  $n \in N_A$  odpowiada prąd aktywny  $i_a$ .

Zmianom kondunktancji odbiornika  $G_{en}$  wraz z rzędem harmonicznej wokół kondunktancji  $G_e$  odpowiada prąd rozrzutu  $\mathbf{i}_s$ , który nie uczestniczy w przenoszeniu energii ze źródła do odbiornika.

Niezerowa susceptancja odbiornika  $B_n$  dla poszczególnych harmonicznych wywołuje przesunięcie fazowe harmonicznych prądu względem harmonicznych napięcia, jak również wymusza przepływ prądu biernego  $i_r$ , który nie uczestniczy w przenoszeniu energii czynnej ze źródła zasilania do odbiornika. Niezrównoważenie odbiornika wywołuje prąd niezrównoważenia  $i_n$ , w trójfazowych układach, wtedy, gdy odbiornik ma niezerową admitancję  $\underline{A}_n$ ; prąd ten również nie bierze udziału w przenoszeniu mocy czynnej ze źródła napięcia do odbiornika.

Przepływ energii z odbiornika do źródła zasilania istnieje wtedy, gdy odbiornik ma niezerową moc czynną  $P_B$  ( $n \in N_B$ ) i związany jest z prądem  $i_B$ , który występuje tylko wtedy, gdy odbiornik jest źródłem wyższych harmonicznych prądu.

Dla szeroko zatem rozumianej poprawy właściwości energetycznych obwodów można określić 4 podstawowe zadania niezbędne do wykonania, a mianowicie:

- filtrację wyższych harmonicznych prądu ( $i_{ref} = i_B$ ),
- kompensację mocy biernej dla podstawowej harmonicznej  $(i_{ref} + i_r)$ ,
- syntetyzację prądów odbiornika ( $i_{ref} = i_n$ ),
- realizacja jednoczesna wszystkich zadań

 $(i_{ref} = i_a + i_s + i_r + i_u + i_B).$ 

#### PODSUMOWANIE

W rzeczywistych układach zasilających mogą występować złożone sytuacje związane zarówno

z asymetrią układu zasilania, obecnością wyższych harmonicznych w napięciu zasilającym, asymetrią odbiornika i jego nieliniowością. Teoria składowych fizycznych prądu może być dobrym narzędziem teoretycznym do poprawy właściwości energetycznych tych obwodów, w tym do kompensacji mocy biernej.

#### Literatura

- Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.: Generlized theory of the instantanneous reaktive pover in three-phase circuits. Poc. IIEE – IPEC, Tokyo 1983, 1375-1380.
- Czarnecki L.: Moce w obwodach elektrycznych z niesinusoidalnymi przebiegi napięć i prądów. Witryna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2005.
- Wosik J.: Kompensacja mocy biernej w podziemiach kopalń doświadczenia eksploatacyjne. MiAG. Katowice, 1997.
- Wosik J., Drużba E., Magaj R.: Analiza zjawisk towarzyszących wprowadzeniu kompensacji mocy biernej w dołowych górniczych sieciach kablowych. CEiAG EMAG, Katowice 2007 (praca niepublikowana).
- Desmet J., Lemcko L., Dealere G.: Harmoniczne. Dopuszczalna obciążalność i dobór transformatorów do pracy z prądem odkształconym. Jakość zasilania – poradnik. Leonardo Power Quality Initiative – 2005. www.Ipql.org

Recenzent: dr inż. Andrzej Tomczyk

#### NON-ACTIVE POWER COMPENSATION IN THE MINING ELECTRICAL POWER ENGINEERING SYSTEMS BASED ON THE THEORY OF CURRENTS' PHYSICAL COMPONENTS

Mining electrical power engineering systems including until now used compensation systems in the underground networks have been characterized in the paper. There have been shown the risks for operation of classic compensation systems and transformers caused by use of power converters in such networks. There has been given an overview of the theory of instantaneous power p-q and the Theory of Currents' Physical Components (CPC), which can be a basis of active implementation of the reactive power compensation.

### КОМПЕНСАЦИЯ НЕАКТИВНЫХ МОЩНОСТЕЙ В ШАХТНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ТОКА

В статье охарактеризованы шахтные электроэнергетические системы с применяемыми до сих пор компенсационными системами в шахтных цепях. Указаны опасности, которые появляются из-за преобразователей мощности в этого типа цепях для работы классических компенсационных систем и трансформаторов. Представили очертание теории временной мощности р-q и теорий физических составляющих тока (СРС), которые могут быть основанием внедрения активной компенсации реактивной мощности.