

Władysław Koc, Cezary Specht

## Wyniki pomiarów satelitarnych toru kolejowego

*Nie ulega wątpliwości, że jednym z poważnych problemów związanych z kształtowaniem układów geometrycznych toru kolejowego jest konieczność operowania w lokalnych układach odniesienia. Wiąże się to z występującymi na kolei długościami elementów geometrycznych – odcinków prostych i łuków kołowych, które są często tak duże, że wizualna ocena ich kształtu jest niemożliwa. W tej sytuacji stosowanie geodezji tradycyjnej wymaga podziału trasy na mniejsze części, które są rozpatrywane oddzielnie. Staje się to jednak źródłem dodatkowych błędów, a całościowa ocena danego układu jest bardzo utrudniona.*

Taki sposób postępowania, mający długą tradycję, utrwalił się w świadomości wszystkich i konieczność zmiany istniejącej sytuacji nie wydaje się do końca oczywista. Tymczasem oczekiwane wprowadzenie na szeroką skalę pomiarów satelitarnych [6] do pozycjonowania punktów trasy komunikacyjnej spowoduje konieczność radykalnej zmiany podejścia do omawianego zagadnienia. Dotyczyć to również będzie odpowiedniego przygotowania danych projektowych. Układ geometryczny trzeba będzie projektować w lokalnym układzie współrzędnych prostokątnych, który będzie można następnie transponować do układu globalnego. Pomiarów satelitarnych umożliwią zarówno inwentaryzację stanu istniejącego, jak też tyczenie nowo projektowanej lub modernizowanej trasy w terenie.

Jest to oczywiście kwestia przyszłości, ale już teraz należałoby podjąć działania zmierzające do stworzenia podstaw wdrożeniowych nowego systemu pomiarowego dla kolei. Artykuł przedstawia wyniki przeprowadzonych badań eksperymentalnych, polegających na objeździe kilkudziesięciokilometrowego odcinka linii kolejowej wózkiem motorowym WM 15 z zainstalowanymi na jego platformie czterema antenami do pomiarów satelitarnych. Inicjatorem tych badań była Politechnika Gdańska – Katedra Inżynierii Kolejowej i Zakład Geodezji, a współuczestnikiem Akade-

mia Marynarki Wojennej w Gdyni – Instytut Nawigacji i Hydrografii Morskiej. Techniczne możliwości ich przeprowadzenia stworzył Zakład Linii Kolejowych PKP PLK S.A. w Gdańsku (z siedzibą w Gdyni), a firma Leica Geosystems GA. udostępniła aparaturę pomiarową.

### Przeprowadzenie pomiarów

W przeprowadzonych pomiarach znalazł zastosowanie wielofunkcyjny system precyzyjnego pozycjonowania satelitarnego ASG-EUPOS [2], stanowiący kontynuację systemu ASG-PL. Jest on częścią międzynarodowego systemu EUPOS, obejmującego swoim zasięgiem kraje Europy Środkowej i Wschodniej. Segment odbiorczy systemu ASG-EUPOS składa się z równomiernie rozłożonych na obszarze Polski i państw sąsiadujących stacji referencyjnych GNSS. Jego rolą jest zbieranie danych obserwacyjnych od satelitów GNSS i przekazywanie ich w czasie rzeczywistym do Centrum Obliczeniowego. Główną funkcją Centrum Obliczeniowego jest wyliczenie poprawek dla poszczególnych serwisów czasu rzeczywistego świadczonych przez system ASG-EUPOS.

Pomiar kształtu geometrycznego torów kolejowych przeprowadzono na odcinku linii Kościerzyna – Kartuzy (w lutym 2009 r.). Projekt zakładał symetryczne rozmieszczenie czterech zestawów pomiarowych GNSS na platformie kolejowej (rys. 1). Zestaw pomiarowy stanowiły 4 odbiorniki Leica systemu 1200 SmartRover, składające się ze SmartAnten typu ATX1230GG oraz kontrolerów RX 1250. Ustawienie centrów fazowych anten względem osi toru testowego wyznaczono metodami geodezji tradycyjnej na podstawie pomiarów tachymetrycznych.

Szczegółowy opis badań przedstawiony został w pracy [1]. Projekt oprzyrządowania wózka motorowego WM 15 wykonał mgr inż. Leszek Lewiński z PKP PLK S.A. w Gdyni, a bezpośredni nadzór merytoryczny w trakcie pomiarów sprawowali: dr inż. Aleksander Nowak z Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni, inż. Maciej Bornowski z firmy Leica Geosystems AG. i mgr inż. Agnieszka Jurkowska z Politechniki Gdańskiej. Na podstawie zebranych danych pomiarowych dr inż. A. Nowak wyznaczył współrzędne X, Y, Z punktów badanej trasy w układach współrzędnych: geodezyjnym, kartezjańskim i układzie 2000. W artykule skupiono się na wybranych zagadnieniach z zakresu praktycznego wykorzystania uzyskanych wyników.

### Dostępność błędów wyznaczeń sieci ASG-EUPOS podczas pomiarów linii kolejowej

Jeśli przyjmiemy, że proces wyznaczeń współrzędnych pozycji jest procesem alternującym z odnową, w sensie ogólnej teorii niezawodności [4], wtedy można – w funkcji czasu – przypisać mu dwa stany:

- pracy (zdadności), w którym błąd wyznaczeń współrzędnych jest mniejszy niż ustalona arbitralnie wartość  $\delta_n \leq U$  dla  $n = 1, 2, \dots$
- awarii (niezdadności), w których zachodzi zależność  $\delta_n > U$ .



Rys. 1. Rozmieszczenie anten odbiorników GNSS systemu Leica 1200 (A, B, C, D) na platformie wózka motorowego WM 15

Niech  $X_1, X_2, \dots$  oznaczają długości czasów pracy, a  $Y_1, Y_2, \dots$  odpowiadają czasem ich awarii; wówczas momenty czasu  $Z'_n = X_1 + Y_1 + X_2 + Y_2 + \dots + X_n + Y_n, n = 1, 2, \dots$ , stają się chwilami awarii, natomiast momenty  $Z''_n = Z'_n + Y_n$  są momentami odnowy. Załóżmy, że zmienne losowe  $X_i, Y_i$  dla  $i = 1, 2, \dots$  są zmiennymi niezależnymi oraz że ich czasy pracy i czasy awarii mają jednakowe typy rozkładów.

Zdefiniujmy dostępność określonej wartości błędu wyznaczeń pozycji [5] jako prawdopodobieństwo tego, że w dowolnym momencie czasu  $(t, \tau)$  błąd wyznaczenia współrzędnych pozycji  $\delta_n, n = 1, 2, \dots$ , będzie mniejszy lub równy od wartości  $U$  – ustalonej arbitralnie. W oparciu o te założenia określimy proces niezawodnościowy, w którym o jego stanie (praca, awaria) decyduje relacja między błędem pojedynczego pomiaru  $\delta_n$  oraz parametrem  $U$ . Niech  $\alpha(t)$  będzie binarną interpretacją stanu niezawodnościowego procesu postaci

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1, & Z'_n \leq t < Z'_{n+1} \\ 0, & Z''_n \leq t < Z''_{n+1} \end{cases} \quad \text{dla } n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Nawiązując do definicji funkcji dostępności zaproponowanej w (1), oznaczmy ją zmienną i przypiszmy formułę postaci

$$D(t) = P[\delta(t) \leq U] \quad (2)$$

której ostateczną formę zaproponowano jako [3, 5]

$$D(t) = 1 - F(t) + \int_0^t [1 - F(t-x)] dH_\Phi(x) \quad (3)$$

gdzie:

$F(x)$  – dystrybuanta czasów zdatności,

$H_\Phi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x)$  – funkcja odnowy strumienia utworzonego przez momenty odnowy pracy systemu pozycyjnego.

Do przeprowadzonego eksperymentu założono, że wyznaczenie wartości błędu odbędzie się dla każdego odbiornika oddzielnie oraz przyjęto, że wartość progowa związana z wymaganą dokładnością pomiarów  $U = 10$  cm. Na rysunku 2 zaprezentowano wykresy funkcji dostępności wartości błędu wynoszącej poniżej 10 m dla odbiorników A, B, C, D.

Na wykresie zaznaczono również wartości graniczne funkcji dostępności dla poszczególnych odbiorników – będące współczynnikami dostępności określonymi zgodnie z zależnością [4]:

$$\begin{aligned} A[A, B, C, D] &= \lim_{t \rightarrow \infty} D(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{E(X) + E(Y)} \int_0^t [1 - F(u)] du = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{E(X) + E(Y)} \int_0^{\infty} R(u) du \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie:

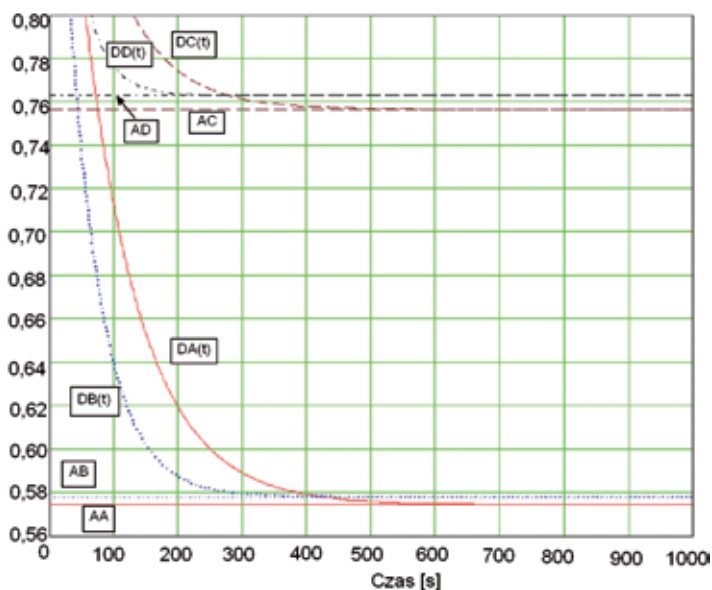
$E(X), E(Y)$  – wartości oczekiwane czasu pracy i awarii.

Ponieważ

$$\int_0^{\infty} R(u) du = E(X) \quad (5)$$

więc, jeśli przyjmujemy rozkłady czasów pracy i awarii jako rozkłady wykładnicze o funkcjach gęstości postaci

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{dla } t > 0 \\ 0 & \text{dla } t \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$



Rys. 2. Funkcje dostępności  $DA(t), DB(t), DC(t)$  i  $DD(t)$ , wraz z ich wartościami granicznymi (AA, AB, AC, AD), wartości błędu wyznaczeń współrzędnych nie przekraczającego 10 cm dla odbiorników pomiarowych A, B, C i D

gdzie:

$\lambda$  – intensywność uszkodzeń,

to z zależności (4), (5) i (6) wynika, że współczynnik dostępności określonej wartości błędu określenia współrzędnych wynosi:

$$A = \frac{E(X)}{E(X) + E(Y)} \quad (7)$$

Na rysunku 3 pokazano przebieg badanej trasy w układzie 2000, na którym zaznaczono miejsca, gdzie błąd wyznaczenia położenia odbiorników był większy niż 10 cm.

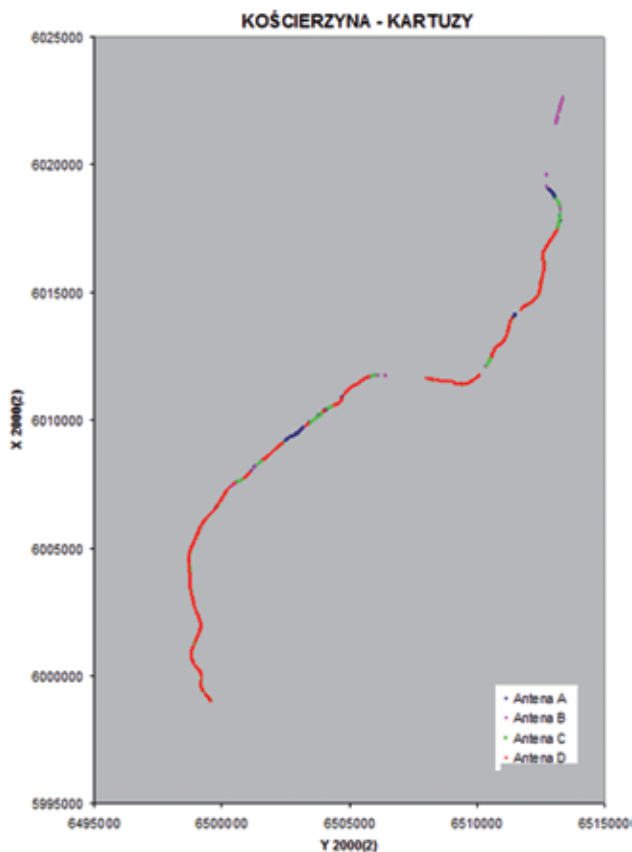
Z przedstawionych rozważań wynika, że funkcje dostępności oraz wartości współczynników dostępności odbiorników umieszczonych symetrycznie względem osi poprzecznej platformy są parami do siebie zbliżone. Wynika to z bliskich momentów utraty śledzenia satelitów GNSS przez pary znajdujące się w rejonie przedniego i tylnego zestawu kołowego.

Uzyskana wartość współczynnika dostępności na poziomie nieznacznie powyżej 50% dla odbiorników zainstalowanych w pobliżu kabiny wózka motorowego oraz analiza danych pomiarowych wskazuje na występowanie podczas pomiarów poważnych przesłon terenowych oraz konieczność ścisłego planowania kampanii z wykorzystaniem programów planistycznych (np. Leica Geoffice).

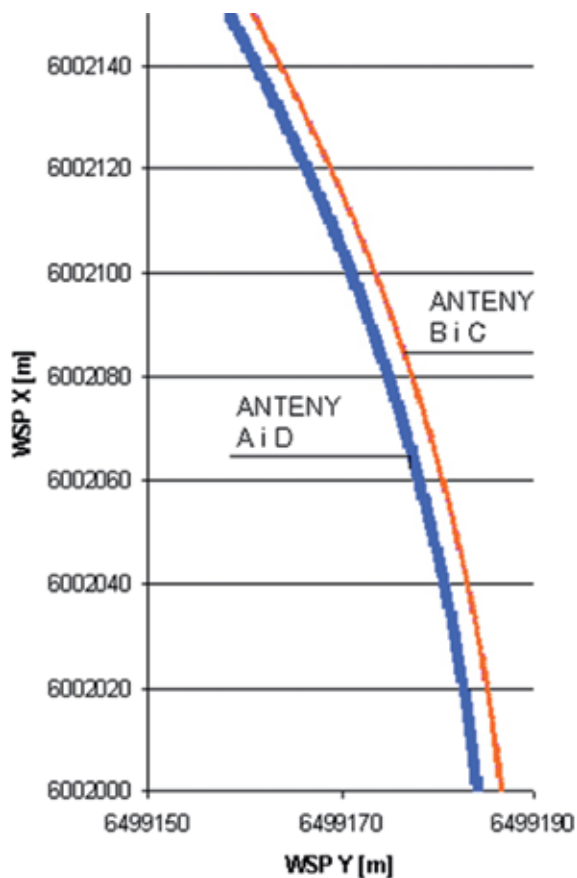
### Praktyczne wykorzystanie uzyskanych wyników

Na podstawie uzyskanych wyników stało się możliwe wykreślenie przebiegu całej trasy (rys. 3) lub jej fragmentów (rys. 4). W analizie szczegółowej wykorzystywano dane w układzie współrzędnych 2000; w obliczeniach znalazł zastosowanie program Microsoft Excel. Podjęto trzy zasadnicze kwestie:

- dokładność pomiarów satelitarnych z punktu widzenia praktyki kolejowej;
- możliwość określenia miarodajnych danych do projektowania (azymutów kierunków głównych trasy, kąta zwrotu, współrzędnych punktu przecięcia kierunków głównych);



Rys. 3. Wykres dostępności (kolor czerwony) wartości błędu wyznaczenia położenia odbiorników nie przekraczający 10 cm



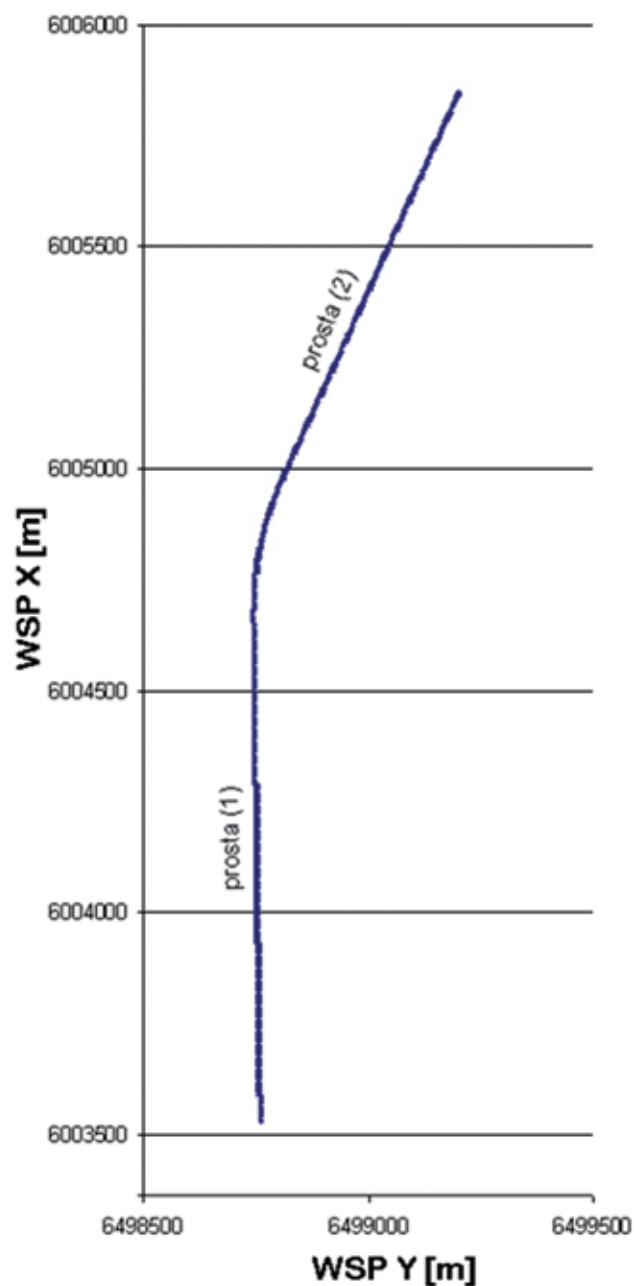
Rys. 4. Fragment trasy w łuku (długości ok. 150 m)

- odtworzenie rejonu zmiany kierunku trasy (łuki kołowe i krzywe przejściowe) w dostosowaniu do wymagań projektu modernizacji.

### Próba oszacowania dokładności pomiarów satelitarnych

Jako podstawę odniesienia przyjęto odcinki wybranych prostych, wychodząc z założenia, że wyniki z pomiarów mogą co prawda od nich odbiegać, ale zasadniczy kierunek trasy musi przy tym być zachowany. Wyniki z poszczególnych anten były rozpatrywane niezależnie od siebie.

Sposób przeprowadzenia analizy zostanie przedstawiony na przykładzie układu geometrycznego pokazanego na rysunku 5, składającego się z dwóch, stosunkowo długich, prostych, przy wykorzystaniu danych z anteny A. Wychodzimy z oczywistego założenia, że wyznaczone współrzędne punktów trasy – pionowa X i pozioma Y są obarczone błędem pomiarowym i z tego powodu



Rys. 5. Układ geometryczny stanowiący podstawę analizy

ustalanie zależności liniowej  $X(Y)$  nie dawałoby w pełni miarodajnych wyników. Możemy jednak przyjąć, że dysponujemy zmienną niezależną nie obciążoną błędem; jest nią czas pomiaru  $t$ , który przy jeździe ze stałą prędkością wyznacza równomierne przyrosty drogi. Rozpatrywaną prostą opiszemy więc równaniami parametrycznymi  $X(t)$  i  $Y(t)$ , w których błędami pomiarowymi obciążone będą zmienne zależne  $X$  i  $Y$ . Równania te uzyskamy wyznaczając odpowiednie proste najmniejszych kwadratów. Dla prostej (1) na rysunku 5 są one następujące:

$$X = 5997482,803 + 2,87311 t \quad (8)$$

$$Y = 6498829,206 - 0,03388 t \quad (9)$$

gdzie:

$$t = 2151,00 \div 2493,20 \text{ s.}$$

Już na tym etapie jest możliwe wstępne oszacowanie dokładności pomiarów satelitarnych. Możemy jako błąd przyjąć bezwzględną wartość różnicy między wartością pomierzoną a wartością oszacowaną równaniami (1) lub (2). Dla współrzędnej  $X$  otrzymujemy wartość średnią błędu  $\Delta\bar{X} = 0,109 \text{ m}$ , przy odchyleniu standardowym  $\sigma_x = 0,057 \text{ m}$ , zaś dla współrzędnej  $Y$  – odpowiednio  $-\Delta\bar{Y} = 0,035 \text{ m}$  i  $\sigma_y = 0,024 \text{ m}$ . Nie można jednak tych wartości uznać za w pełni miarodajne, gdyż – jak stwierdzono w innych przypadkach – są one również uzależnione od współczynników nachylenia prostych regresji i potrafią różnić się znacznie dla tej samej anteny pomiarowej. Przykładowo, dla prostej (2) na rysunku 5 uzyskano  $\Delta\bar{X} = 1,039 \text{ m}$ ,  $\sigma_x = 0,622 \text{ m}$ ,  $\Delta\bar{Y} = 0,496 \text{ m}$  i  $\sigma_y = 0,256 \text{ m}$ .

Znajomość równań parametrycznych prostej umożliwia zapisanie jej w układzie  $(Y, X)$ . Równaniom (8), (9) odpowiada zależność

$$X = 557114695,89386 - 84,80253837 Y \quad (10)$$

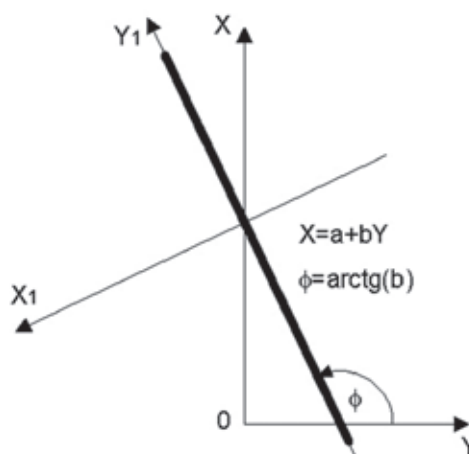
Z punktu widzenia poszukiwań rzeczywistego kierunku trasy kluczową wartość stanowi współczynnik nachylenia prostej  $b = \tan \varphi$  (rys. 6). Weryfikuje on również samą metodę pomiarową, jeśli weźmiemy pod uwagę wyniki uzyskane ze wszystkich anten. Ponieważ mamy do czynienia z odcinkiem konkretnej prostej, nie może być tutaj mowy o jakichkolwiek istotnych różnicach. Równanie (10) określono na podstawie 1713 punktów pomiarowych i trzeba stwierdzić, że uzyskano bardzo dużą zgodność współczynników  $b$ ; równania  $X = f(Y)$  dla pozostałych anten są następujące:

$$\text{dla anteny B } X = 557268029,52202 - 84,82609979 Y \quad (11)$$

$$\text{dla anteny C } X = 556946536,77392 - 84,77663027 Y \quad (12)$$

$$\text{dla anteny D } X = 557114696,09606 - 84,80135773 Y \quad (13)$$

Do ustalania kierunku głównego trasy stosowana metoda pomiarowa sprawdza się więc bez zastrzeżeń (zob. tab. 2). Żeby jednak odpowiedzieć na pytanie dotyczące dokładności wyznaczania współrzędnych, musimy dokonać transformacji całego układu (rys. 6). Jeżeli wychodząc z równania  $X = a + b \cdot Y$  przesuniemy oś  $Y$  o wartość wyrazu wolnego  $a$  i następnie dokonamy jej obrotu o kąt  $\varphi = \arctg b$ , pokryje się ona z kierunkiem naszej



Rys. 6. Idea przeprowadzonej transformacji układu współrzędnych

trasy. W układzie  $X_1(Y_1)$  rzędne  $X_1$  stanowią odchylenie od tego kierunku, wynikające z błędów pomiarowych (oraz nierówności poziomych występujących w torze). Transformacji układu współrzędnych dokonuje się za pomocą następujących wzorów:

$$Y_1 = Y \cos \varphi + (X - a) \sin \varphi \quad (14)$$

$$X_1 = -Y \sin \varphi + (X - a) \cos \varphi \quad (15)$$

Wartości  $\sin \varphi$  i  $\cos \varphi$  wynikają z zależności:

$$\sin \varphi = \pm \frac{b}{\sqrt{1 + b^2}} \quad \cos \varphi = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + b^2}}$$

Po przeprowadzeniu obliczeń współrzędnych  $X_1$  i  $Y_1$  okazało się, że w przypadku pomiarów anteną A średnia z wartości bezwzględnych odchyleń od prostej (1) wynosi  $|\bar{X}_1| = 0,035 \text{ m}$ , przy odchyleniu standardowym  $\sigma_x = 0,024 \text{ m}$ . Samo odchylenie  $X_1$  regularnie oscyluje wokół prostej, co może wskazywać na jednoczesne występowanie nierówności osi toru w płaszczyźnie poziomej. Transformacja układu pozwala śledzić przebieg trasy wzdłuż jej długości, tj. po osi  $Y_1$ . Łatwo więc można zlokalizować ewentualną usterkę, znamy też długość rozpatrywanego odcinka (w danym przypadku  $l = 983,07 \text{ m}$ ).

W tabeli 1 zestawiono obliczone wartości parametrów dla obu prostych układu geometrycznego na rysunku 5. Jak widać, w większości rozpatrywanych przypadków odchylenia od prostej mieszczą się w przedziale 0–10 cm. Oscylacja ma charakter regularny, dlatego też wymaga wyjaśnienia wpływ występujących nierówności toru. Na podkreślenie wymaga uzyskana precyzja w określeniu długości odcinków pomiarowych.

Tabela 1

### Zestawienie wartości parametrów rozpatrywanego układu

	Antena	A	B	C	D
Prosta (1)	$ \bar{X}_1 $ [m]	0,035	0,039	0,039	0,035
	$\sigma_x$ [m]	0,024	0,029	0,022	0,022
	$l$ [m]	983,070	983,050	983,070	983,060
Prosta (2)	$ \bar{X}_1 $ [m]	0,050	0,044	0,020	0,019
	$\sigma_x$ [m]	0,060	0,042	0,014	0,012
	$l$ [m]	866,570	866,560	866,550	866,560

## Wyznaczenie kąta zwrotu trasy

Kąt zwrotu trasy jest podstawowym parametrem przy projektowaniu układu geometrycznego. W przypadku modernizacji układu istniejącego powinniśmy go wyznaczyć na drodze pomiarowej, gdyż stosowane powszechnie metody obliczeniowe mogą budzić wątpliwości. Technika satelitarna wydaje się w tym zakresie bardzo obiecująca w świetle wskazanych już w pracy możliwości określania współczynnika nachylenia prostej  $X(Y)$ .

W przypadku anteny A tangens nachylenia prostej (1) wynosi  $-84,80253837$ , co odpowiada kątowi  $\varphi_1 = 90,6756^\circ$ . Dla prostej (2)  $\text{tg } \varphi_2 = 2,217352$ , stąd  $\varphi_2 = 65,7252^\circ$ . Tak więc moduł kąta zwrotu stycznych  $|\alpha| = |\varphi_2 - \varphi_1| = 24,950^\circ$ . W tabeli 2 zestawiono wyniki obliczeń kąta  $\alpha$  dla wszystkich czujników.

Jak widać, w omawianym zakresie precyzja pomiarów satelitarnych nie może budzić żadnych zastrzeżeń. Projektant otrzymuje bardzo dokładną wartość kąta zwrotu stycznych i może przystąpić do pracy z pełnym przekonaniem o poprawności danych wyjściowych.

Tabela 2

### Obliczone wartości kąta zwrotu stycznych $\alpha$

	Antena			
	A	B	C	D
$\text{tg } \varphi_1$	-84,80253837	-84,82609979	-84,77663027	-84,80135773
$\varphi_1$ [rad]	1,58258788	1,582584605	1,582591483	1,582588044
$\varphi_1$ [deg]	90,6756	90,6754	90,6758	90,6756
$\text{tg } \varphi_2$	2,217352	2,218354	2,218013	2,217988
$\varphi_2$ [rad]	1,147120762	1,147290051	1,147232453	1,14722823
$\varphi_2$ [deg]	65,7252	65,7349	67,7316	65,7313
$ \alpha $ [rad]	0,435467118	0,435294554	0,43535903	0,435359815
$ \alpha $ [deg]	24,950	24,941	24,944	24,944

## Wyznaczenie współrzędnych punktu przecięcia kierunków głównych trasy

Znajomość współrzędnych punktu przecięcia kierunków głównych, gdy – jak wykazano – azymuty tychże kierunków i kąt zwrotu stycznych można precyzyjnie określić, umożliwiłoby łatwe przeniesienie zaprojektowanego układu geometrycznego w teren. Rozmieszczenie anten w przeprowadzonych badaniach nie pozwalało na bezpośrednie śledzenie przebiegu osi toru, sprawdzimy więc punkty przecięcia kierunków poruszania się poszczególnych czujników. Współrzędne punktu  $W(Y_0, X_0)$  wyznaczymy z zależności

$$Y_0 = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{b_1 - b_2} \quad X_0 = a_1 + b_1 \cdot Y_0 \quad (16)$$

Uzyskane wyniki obliczeń zawiera tablica 3. Porównując ze sobą wyniki z anten poruszających się po tych samych osiach (tj. A z D oraz B z C), stwierdzono zbieżność współrzędnej  $Y_0$  oraz kilkumetrowe zróżnicowanie  $X_0$ . Być może jest to spowodowane charakterem przebiegu trasy (prawie pionowym na pierwszej prostej), kwestia ta wymaga jednak wyjaśnienia w dalszej, bardziej

Tabela 3

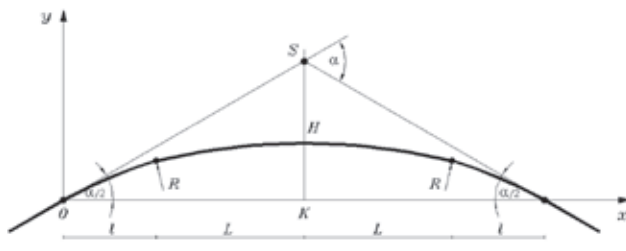
### Wyznaczone współrzędne punktu przecięcia kierunków głównych

	A	B	C	D	$\Delta(A-D)$	$\Delta(B-C)$
$Y_0$ [m]	6498742,515	6498745,063	6498745,073	6498742,553	0,038	0,010
$X_0$ [m]	6004834,411	6004832,275	6004828,525	6004831,248	3,163	3,750

szczegółowej analizie. Jednocześnie już teraz widać, że w następnych pomiarach anteny powinny zostać usytuowane w osi toru.

## Odtworzenie rejonu zmiany kierunku trasy

Jak wykazano odtworzenie kierunków prostych trasy na podstawie pomiarów satelitarnych nie sprawia żadnych trudności. Bardziej złożona jest kwestia oceny odcinków położonych w łuku. Aby można było wykorzystywać uzyskane dane pomiarowe, należy interesujący nas rejon zmiany kierunku trasy wyodrębnić z całości układu geometrycznego oraz dokonać odpowiedniej transformacji układu współrzędnych. Najkorzystniej będzie, jeśli nowy układ współrzędnych  $y(x)$  pozwoli na symetryczne ustawienie układu geometrycznego. Na rysunku 7 pokazano ideę takiej operacji, prowadzącej do uzyskania lokalnego układu współrzędnych dla zaprojektowania zmiany kierunku trasy za pomocą łuku kołowego oraz krzywych przejściowych (obejmującego całość projektowanego obszaru). Przez  $l$  oznaczono długość krzywej przejściowej, a przez  $L$  – długość połowy łuku kołowego (w rzucie na oś odciętych  $x$ ).



Rys. 7. Przyjęty lokalny układ współrzędnych

Sposób doprowadzenia interesującego nas fragmentu trasy w łuku do układu współrzędnych pokazanego na rysunku 7 zostanie przedstawiony na przykładzie układu geometrycznego z rysunku 5 (przy wykorzystaniu danych z anteny A). Prosta (1) jest opisana w układzie 2000 równaniem (10), a równanie prostej (2) jest następujące:

$$X = -8405165,30199 + 2,21735165 Y \quad (17)$$

W tabeli 2 zostały podane kąty nachylenia  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  obu prostych do osi  $Y$  oraz kąt zwrotu stycznych  $\alpha$ .

Wzory na nowe współrzędne trasy w przesuniętym do punktu  $(Y_0, X_0)$  i obróconym o kąt  $\beta$  układzie  $(x, y)$  opisują zależności:

$$x = (Y - Y_0) \cos \beta + (X - X_0) \sin \beta \quad (18)$$

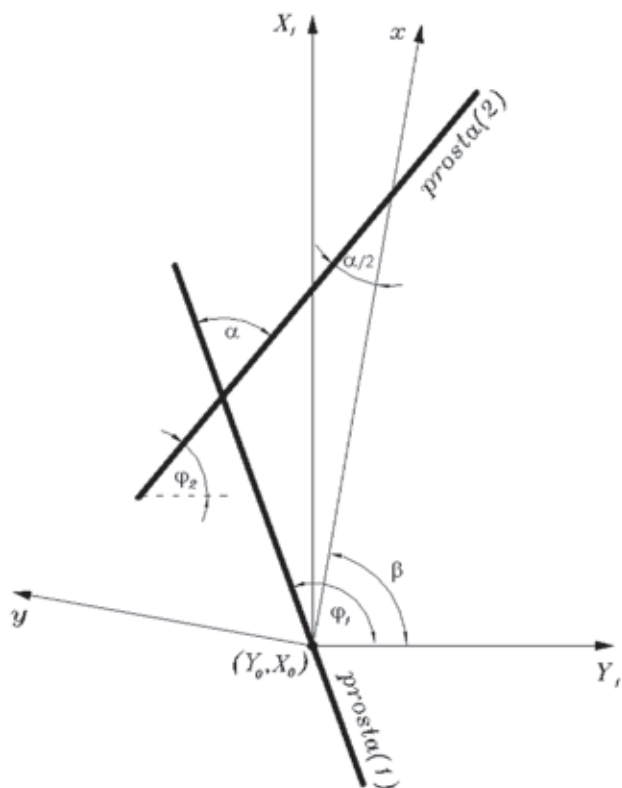
$$y = -(Y - Y_0) \sin \beta + (X - X_0) \cos \beta \quad (19)$$

Nowy początek układu współrzędnych przyjmujemy na prostej opisanej równaniem (10), aproksymującej punkty prostej (1). Wybieramy odciętą  $Y_0$  punktu trasy przed łukiem, znajdującego się w pobliżu prostej aproksymującej; równanie (10) umożliwi nam wyznaczenie rzędnej  $X_0$ . Wartości  $Y_0$  i  $X_0$  na prostej (1) wyznaczają początek przesuniętego układu współrzędnych  $(Y_1, X_1)$ . Sposób określenia kąta obrotu  $\beta$  wyjaśniają rysunki 8 i 9, zależy on od kierunku zwrotu trasy.

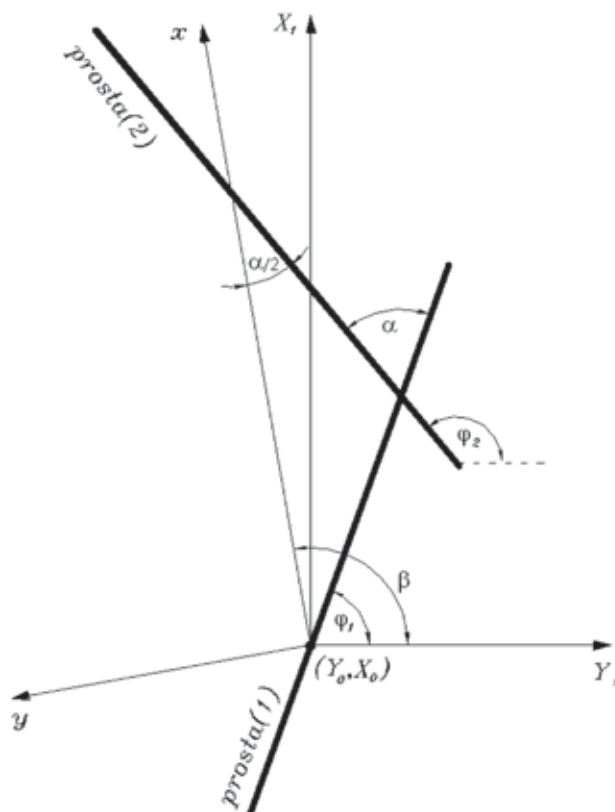
Ogólny wzór na kąt obrotu  $\beta$  jest następujący:

$$\beta = \varphi_1 + \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2) \quad (20)$$

Należy zauważyć, że w przypadku zwrotu trasy w prawo (rys. 8), gdy kąt zwrotu  $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ , po dokonaniu obrotu układu otrzymujemy dodatnie wartości rzędnej  $y$ . W przypadku zwrotu



Rys. 8. Schemat wyznaczenia kąta obrotu  $\beta$  w przypadku zwrotu trasy w prawo (gdy kąt zwrotu  $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ )



Rys. 9. Schemat ideowy wyznaczenia kąta obrotu  $\beta$  w przypadku zwrotu trasy w lewo (gdy kąt zwrotu  $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ )

trasy w lewo (rys. 9), gdy kąt zwrotu  $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ , wartości rzędnej  $y$  są ujemne; możemy jednak – do celów praktycznych – dokonać ich lustrzanego odbicia względem osi  $x$ .

W rozpatrywanym układzie geometrycznym kąt  $\beta = (1,58258788 + 1,14712076)/2 = 1,36485432$  rad. Jako wartość wyjściową przyjmujemy  $Y_0 = 6498747,32462$  m, której odpowiada  $X_0 = 6004426,54084$  m. Na rysunku 10 pokazano rezultat transformacji fragmentu trasy do układu współrzędnych  $(x, y)$ , uzyskany za pomocą wzorów (18) i (19).

Na rysunku 10 na odcinki proste układu naniesiono odpowiednie proste aproksymujące. W układzie współrzędnych  $(x, y)$  opisują je następujące zależności:

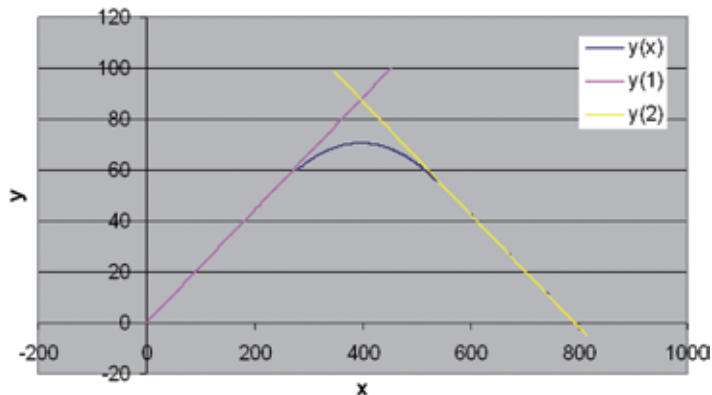
$$y(1) = 0,221241 x \quad (21)$$

$$y(2) = 175,26851 - 0,221241 x \quad (22)$$

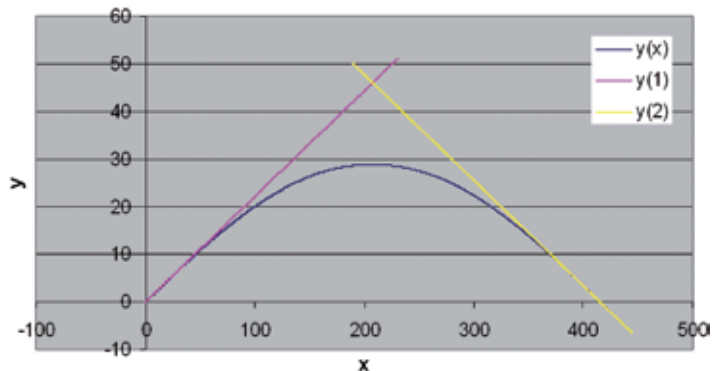
Aby ograniczyć się w większym stopniu do samego odcinka łukowego, zmieniamy – iteracyjnie – współrzędne globalne lokalnego układu współrzędnych. Na rysunku 11 pokazano wynik takich poszukiwań (dla  $Y_0 = 6498745,04911$  m,  $X_0 = 6004519,50986$  m). Równanie prostej (1) jest oczywiście takie same jak poprzednio, natomiast dla prostej (2) przyjmuje następującą postać:

$$y(2) = 91,89349 - 0,221241 x \quad (23)$$

Disponujemy więc zbiorem współrzędnych punktów trasy, w którym odcięta  $x$  przyjmuje wartości w odstępach wynoszących ok. 56 cm. Znamy też równania prostych tworzących symetryczną osnowę. Możemy zatem w lokalnym układzie współrzędnych  $(x, y)$  oceniać położenie osi toru w łuku oraz podejmować stosowne działania projektowe.



Rys. 10. Rozpatrywany fragment trasy kolejowej w lokalnym układzie współrzędnych ( $\beta = 1,36485432$  rad,  $Y_0 = 6498747,32462$  m,  $X_0 = 6004426,54084$  m)



Rys. 11. Rozpatrywany fragment trasy kolejowej w lokalnym układzie współrzędnych ( $\beta = 1,36485432$  rad,  $Y_0 = 6498745,04911$  m,  $X_0 = 6004519,50986$  m)

## Podsumowanie

Prezentowany materiał stanowi rezultat ogólnego opracowania wyników przeprowadzonych pomiarów satelitarnych. Dalsza analiza szczegółowa pozwoli na pełniejsze rozeznanie sytuacji, zarówno od strony geodezyjnej, jak i kolejowej. Między innymi podjęta zostanie kwestia wykorzystania uzyskanych danych w ocenie jakości procesu regulacji geometrycznej torów.

Z przedstawionych rozważań wynika, że funkcje dostępności oraz wartości współczynników dostępności odbiorników umieszczonych w rejonie przedniego i tylnego zestawu kołowego są parami do siebie zbliżone. Uzyskana wartość współczynnika dostępności na poziomie nieznacznie powyżej 50% dla odbiorników umieszczonych nad tylną osią (a także analiza danych pomiarowych) wskazuje na występowanie podczas pomiarów poważnych przesłon terenowych. Powoduje to konieczność wprowadzenia podczas kolejnych eksperymentów korekt w oprzyrządowaniu i metodyce prowadzenia badań.

Jednak już na obecnym etapie można stwierdzić, że zastosowana technika pomiarowa otwiera zupełnie nowe perspektywy. Jak wykazano, jej wykorzystanie umożliwia bardzo precyzyjne określenie podstawowych danych do projektowania modernizacji linii kolejowej (kierunków głównych trasy i jej kąta zwrotu), a także – ze stosunkowo niewielkim błędem – współrzędnych istniejącej osi toru.

Kwestia uzyskanej dokładności położenia toru na drodze pomiarów satelitarnych wymaga jednak dalszej analizy. Stwierdzona regularna oscylacja odchyleń od prostej wskazuje na konieczność określenia tutaj wpływu występujących nierówności toru w płaszczyźnie poziomej.



## Literatura

- [1] Koc W., Specht C., Jurkowska A., Chrostowski P., Nowak A., Lewiński L., Bornowski M. (2009): *Określanie przebiegu trasy kolejowej na drodze pomiarów satelitarnych*. II Konferencja Naukowo-Techniczna „Projektowanie, Budowa i Utrzymanie Infrastruktury w Transporcie Szynowym INFRASZYN 2009”, Zakopane.
- [2] Materiały promocyjne oraz prezentacje dostępne na oficjalnej stronie ASG-EUPOS: <http://www.asgeupos.pl>.
- [3] Oszczak B.: *Charakterystyki niezawodnościowe satelitarnych systemów DGPS/RTK wykorzystujących pakietową transmisję danych GPRS*. Rozprawa doktorska, Akademia Marynarki Wojennej w Gdyni. 2008.
- [4] Specht C.: Availability, Reliability and Continuity Model of Differential GPS Transmission. Polish Academy of Sciences, Annual of Navigation No. 5 (monograph). 2003.
- [5] Specht C.: *Availability of the Certain Value of Position Error in the Navigational Systems- Model Application*. 7th International Symposium on Navigation “Trans-Nav’2007”, Gdynia. 2007.
- [6] Specht C.: System GPS. Wydawnictwo BERNARDINUM, Pelplin. 2007.

### Autorzy

prof. dr hab. inż. Władysław Koc  
Politechnika Gdańska Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
Katedra Inżynierii Kolejowej  
e-mail: kocwl@pg.gda.pl

dr hab. inż. Cezary Specht, prof. PG  
Politechnika Gdańska Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
Zakład Geodezji

Dokończenie ze s. 45 ➤

**3.** Własności techniczno-eksploatacyjne złączy izolowanych łubkami poliamidowymi pozwoliły:

- 3–5-krotnie zwiększyć trwałość eksploatacyjną złączy izolowanych w porównaniu ze złączami wykonanymi z łubków frezowanych oraz około 10-krotnie zmniejszyć awaryjność tych złączy;
- uprościć znacznie i ułatwić montaż złączy;
- wyeliminować z klasycznych złączy izolowanych najstabsze ogniwo, jakim były (i jeszcze są) elementy izolacji podłużnej poprzecznej;
- poprawić (pośrednio) bezpieczeństwo w ruchu pociągów w następstwie większej niezawodności eksploatacyjnej złączy;
- zmniejszyć wydatnie zużycie stali na łubki poprzez ich eliminację.



## Literatura

- [1] Berka L.: *Posouzení provozni unosnosti kolejových spojek*. Vyskumna sprava k.HS16/82 CAV- Ustáv T á AM, Praha, 1982.
- [2] Gibek A., Zimnoch S.: *Złącze izolowane z łubkami z tworzyw sztucznych*, temat 3223, CNTK-ZDK, Warszawa, 1989.
- [3] Gibek A., Zimnoch S.: *Badania eksploatacyjne złączy izolowanych z łubkami z tworzyw sztucznych*, temat 1186/27, CNTK-ZDK, Warszawa, 1992.
- [4] Maruševičova H., Vymetal A.: *Alkamidove spojky*, Železniční Technika, 3/1984.
- [5] Zimnoch S.: *Sprawozdanie ze stażu naukowego w ČSRS*. Politechnika Śląska, Gliwice, 1985.

Autor  
dr inż. Stanisław Zimnoch  
tel. 602 252 989