

Andrzej Grzyb, Tomasz Czauderna

Badania i analiza wymuszeń kinematycznych drgań tramwajów

Podczas eksploatacji tramwajów można zaobserwować zjawiska z dynamiki pojazdów szynowych wpływające na bezpieczeństwo i komfort jazdy, a także na trwałość i zużycie pojazdów oraz torów. Są to przede wszystkim różnego rodzaju drgania pojazdu. W opisie dynamiki pojazdów szynowych ruch ich określa się jako złożony z dwóch składowych: ruchu podstawowego oraz jego zaburzeń. Ruchem podstawowym nazywa się ruch, jakim poruszałby się idealny pojazd po idealnym fizycznie torze, natomiast zaburzeniami nazywa się wszelkiego rodzaju ruchy dodatkowe.

Odnosząc się do tytułu artykułu należy wyjaśnić, czym są wymuszenia kinematyczne. Są to funkcje opisujące przemieszczenia pionowe środków kół w czasie jazdy – przy założeniu sztywnych kół stanowią one charakterystykę profilu nierówności toru w czasie. Gdy w kołach są elementy podatne, jak w tramwajach, wymuszenia stanowią tę charakterystykę tylko w przybliżeniu.

Ponieważ układ pojazd–tor jest bardzo skomplikowany, dzieli się go zwykle na mniejsze podukłady, które analizuje się oddzielnie. Zwykle rozpatruje się pojazd bez kół, a wielkościami analizowanymi zamiast charakterystyki toru i przemieszczeń kół są właśnie wymuszenia kinematyczne oznaczane zwykle przez $w(t)$. Analizowane wymuszenia kinematyczne tramwaju uwzględniają również istnienie w kołach tramwaju elementów podatnych. W artykule skupiono się jedynie na analizie ruchu pionowego środka geometrycznego koła pojazdu, który jest spowodowany takimi czynnikami, jak:

- nierówności geometryczne toru,
- pionowe i poziome sprężyste odkształcenia toru (występujące tylko podczas obciążenia dynamicznego),
- charakterystyka powierzchni toczonego kół (wszelkie zaburzenia powierzchni),
- drgania pochodzące od układu napędowego,
- w przypadku tramwajów odkształcenia kół wynikające z ich konstrukcyjnej podatności.

Dające się zaobserwować zaburzenia ruchu podstawowego tramwaju są odczuwalne bardziej niż w wagonach kolejowych, choć podobnie jak w lokomotywach. Ponieważ subiektywne odczucia tych zjawisk dynamicznych nie mogą być uważane za wiarygodne, a opisane problemy są istotne podczas eksploatacji, celowe było przeprowadzenie badań wymuszeń kinematycznych tramwaju. Podczas badań nie mierzy się przemieszczeń, lecz przyspieszenia z powodu łatwiejszej rejestracji. Na temat związany z dynamiką pojazdów (w tym szynowych) powstało już wiele prac, między innymi [1, 2, 3, 4, 5 i 9], jednak dotychczasowe rozeznanie literatury wskazuje, że badania tego typu dotyczące tramwaju nie zostały opublikowane w rozpoznanej literaturze. Ponieważ opisane przez nas badania miały charakter rozpoznawczy i nie był znany ich końcowy rezultat założono, że nie powinny

być zbyt skomplikowane i dlatego wybrano kilka najważniejszych wielkości fizycznych opisujące zaburzenia ruchu podstawowego.

Celem pracy jest opis badań oraz analiza matematyczna zarejestrowanych przebiegów przyspieszeń pionowych zmierzonych w punkcie będącym w przybliżeniu środkiem geometrycznym koła. Nie można tu mówić o korpusie tożyska wagonu, ponieważ opisywane tramwaje – podobnie jak większość innych normalnotorowych posiada w przeciwieństwie do wagonów kolejowych tożyskowanie wewnętrzne. Wymuszenia kinematyczne powstałe od przypadkowych nierówności geometrycznych toru i podatności koła opisywane są zwykle odpowiednimi funkcjami. Najlepiej te zjawiska opisuje się za pomocą stacjonarnych, ergodycznych procesów stochastycznych. Po eksperymentalnym zarejestrowaniu realizacji tych procesów w odpowiednio długim czasie podaje się je opracowaniu matematycznemu. W przypadku tramwajów eksploatowanych w centrach miast ruch jednostajny, trwający kilka minut jest praktycznie niemożliwy do osiągnięcia, a najczęściej udaje się osiągnąć kilka czy najwyżej kilkanaście sekund takiego ruchu. Podczas analizy wyznacza się wartości średnie, funkcje autokorelacyjne i gęstości widmowe [3]. Możliwości obliczeniowe w tej dziedzinie przy wykorzystaniu funkcji autokorelacyjnej przemieszczeń i gęstości widmowej przemieszczeń przedstawia najlepiej praca [3].

Badania eksperymentalne tramwajów

Dobór odcinków do pomiaru na terenie Krakowa okazał się dosyć trudny. Istotne było, aby istniała możliwość zbadania kilku typów toru na odcinkach prostych o długości kilkuset metrów. Wybrano głównie tory w bardzo dobrym lub przynajmniej dobrym stanie i wyłącznie bezstykowe, ponieważ tory stykowe są systematycznie zastępowane przez bezstykowe. O wyborze zdecydowały także warunki lokalne (możliwość osiągnięcia określonej prędkości ze względu na bezpieczeństwo i przepisy ruchu drogowego oraz zdolności trakcyjne pojazdu). Istotne było także, aby wagony 105N i NGT6 poruszały się po tych samych odcinkach, co było również uwarunkowane dopuszczeniem wagonu NGT6 na poszczególne odcinki. Badania przeprowadzono w 2003 r. na tramwajach eksploatowanych przez Miejskie Przedsiębiorstwo Komunikacyjne w Krakowie. W przypadku wagonów 105Na był to pociąg złożony z dwóch wagonów (825 i 826), wyprodukowanych w 1985 r., po naprawie głównej na początku 2003 r. W chwili przeprowadzenia badań jego przebieg od naprawy głównej wynosił tylko 7700 km. Wagon NGT6 (2012) z 2000 r. miał całkowity przebieg 168 tys. km, co wobec przewidywanej trwałości ponad 1 mln km też nie było dużo. W czasie badań zostały zarejestrowane następujące wielkości: przyspieszenia pionowe w miejscu będącym w przybliżeniu środkiem geometrycznym koła – stąd też nazywane są później przyspieszeniami pionowymi środka geometrycznego koła \ddot{w} , przyspieszenia pionowe rejestrowane przez czujnik przyklejony do bocznej szyby w przedniej części nadwozia wagonu, prędkość obrotową koła oraz prędkość ką-



Rys. 1. Wagon NGT6 podczas jazd próbnych (Al. Andersa)



Rys. 2. Przyrządy rejestrujące zamocowane na wózku wagonu NGT6

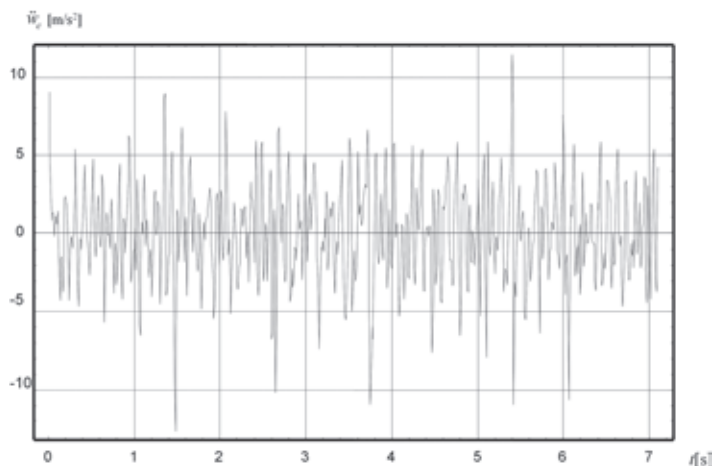
ową wózka. Pomiar wykonano przy prędkości $v_e = 60$ km/h zwaną prędkością eksperymentu. Stąd też wszystkie wielkości odnoszące się do tej prędkości mają dodatkowy wskaźnik e .

Przyspieszenia pionowe środka koła i opisanego wcześniej punktu w nadwoziu były mierzone za pomocą przetworników indukcyjnych. Sygnały te były przesyłane do wielokanałowego wzmacniacza MC 50 H-B.

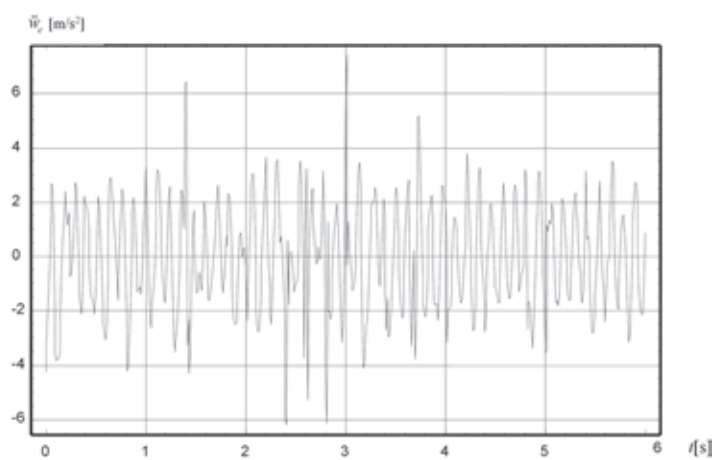
Prędkość kątową koła mierzono za pomocą przetwornika impulsowego (1000 impulsów na obrót koła), a następnie przeliczono na prędkość wagonu. Zamocowanie tego przetwornika na kole jest widoczne na rysunku 2. Wszystkie wielkości rejestrowano cyfrowo zestawem: przetwornik z komputerem przenośnym. Rejestrator cyfrowy był programowany za pomocą programu autorskiego, wykonanego przez pracowników Katedry Budowy Pojazdów Samochodowych Instytutu Pojazdów Samochodowych Politechniki Krakowskiej umożliwiającego, między innymi, wizualizację przebiegów po każdej próbie, co umożliwiało ich weryfikację przed zapisem na dysk. Program umożliwia ustawienie liczby próbek, częstości próbkowania, zakresów pomiarowych itp. parametrów sterujących pomiarem (największy wkład do tych badań włożył dr inż. Wiesław Pieniążek).

Wstępne opracowanie wyników pomiarów

W artykule skupiono się jedynie na analizie zarejestrowanych drgań pionowych środka koła i wyznaczeniu wymuszeń kinematycznych na podstawie zarejestrowanych przyspieszeń. Tu należy zwrócić uwagę, że koła wagonów tramwajowych nie są sztywne, zatem wartości przyspieszeń pionowych zarejestrowanych w jego środku geometrycznym zależą od typu kół. Pomiarów dokonano na torze w dobrym stanie z 2000 r. na szynach UIC60, zamocowanych do podkładów strunobetonowych zamocowaniem sprężystym bezśrubowym SB3. Do wstępnego opracowania wyników, zastosowano wspomniany poprzednio pakiet specjalistycznych programów. Umożliwia on wstępną obróbkę danych (weryfikację i kwalifikację zarejestrowanych wyników, konwersję zapisu z języka wewnętrznego na zapis macierzowy, skalowanie torów pomiarowych, porządkowanie, filtrację). Zastosowano filtr cyfrowy But-



Rys. 3. Wykres zarejestrowanych przyspieszeń pionowych środka geometrycznego koła wagonu NGT6



Rys. 4. Wykres zarejestrowanych przyspieszeń pionowych środka geometrycznego koła wagonu 105N

herwortha II rzędu. Drgania wysokich częstotliwości zostały usunięte podczas filtracji. W kontrowersyjnych przypadkach przebiegi badano programem wykonującym analizę widmową, celem wyznaczenia składowej głównej (dominanty).

Po otrzymaniu wyników i ich analizie okazało się, że wyniki były zaburzone, a ich przyczyną były prawdopodobnie prądy zakłócające pracę czujników – konieczna więc była matematyczna

korekta wyników. Dokonano tego w pakiecie Mathematica, obliczenia szczegółowe pokazano dla wagonu NGT6. Na rysunku 3 pokazano skorygowany wykres przyspieszeń pionowych \dot{w}_e środków geometrycznych kół wagonów NGT6 i 105Na. Są one drugą pochodną przemieszczeń w_e po czasie.

Ponieważ same wartości przyspieszeń i wykresy nie wystarczają do dokonania dokładnych analiz, wyznacza się numerycznie funkcje autokorelacyjne i gęstości widmowe przemieszczeń, na podstawie opisanych poniżej zależności.

Funkcja autokorelacyjna jest definiowana w literaturze omawiającej procesy stochastycznych [6] oraz dynamikę [1, 2, 3]. W zagadnieniach dynamiki pojazdów jest ona definiowana wzorem:

$$K_w(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^T (w(t) - w_m) \cdot (w(t + \tau) - w_m) dt \right] \quad (1)$$

gdzie:

$w(t)$ – realizacja funkcji przypadkowej nierówności w dziedzinie czasu, czyli wymuszenie kinematyczne drgań zestawu kołowego przy prędkości v_e .

Natomiast gęstość widmowa jest transformatą Fouriera powyższej funkcji autokorelacyjnej.

$$S_w(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_w(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2)$$

Obliczenia mają na celu wyznaczenie numeryczne funkcji (1) i (2). Następnie wyznacza się współczynniki funkcji aproksymujących wskazane powyżej funkcje matematyczne, tak aby aproksymacja była jak najdokładniejsza, równocześnie przy możliwie nie największym przeciążeniu komputera.

Wyznaczanie funkcji autokorelacyjnej i gęstości widmowej

W tej części dokonano analizy dla wagonu NGT6 na odcinku torów na ul. Witosa przy prędkości 60 km/h. Na tej trasie występuje tor bezstykowy z szyn UIC 60 na podkładach strunobetonowych z zamocowaniem bezrubicowym, sprężynowym SB3.

Obliczenia wykonano w pakiecie Mathematica, a ich kolejność była następująca:

- z wartości przyspieszeń pionowych, zmierzonych w odstępach 0,01 s, utworzono funkcję sklejaną za pomocą odcinków złożonych z wielomianów trzeciego stopnia;
- za pomocą numerycznego całkowania utworzono funkcje sklejane prędkości i przemieszczeń;
- wyznaczono numeryczną funkcję autokorelacyjną przemieszczeń, a następnie na jej podstawie gęstości widmowe przemieszczeń;
- za pomocą programu aproksymującego wyznaczono współczynniki α_j , β_j , δ_j dla przedstawionych postaci ogólnych funkcji autokorelacyjnej przemieszczeń i gęstości widmowej przemieszczeń.

Funkcję autokorelacyjną można aproksymować następującą funkcją:

$$K_w(\tau) = \frac{\sigma_w^2}{\sum_{j=1}^n \delta_j} \left[\sum_{j=1}^n \delta_j \exp(-\alpha_j^2 \tau^2) \cos(\beta_j \tau) \right] \quad (3)$$

Gęstość widmowa jest transformatą Fouriera funkcji (3) i wyraża się następująco:

$$S_w(\omega) = \frac{\sigma_w^2 \sqrt{\pi}}{\sum_{j=1}^n \delta_j} \sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{2|\alpha_j|} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{\beta_j - \omega}{\alpha_j} \right)^2 \right] + \exp \left[- \left(\frac{\beta_j + \omega}{\alpha_j} \right)^2 \right] \right\} \quad (4)$$

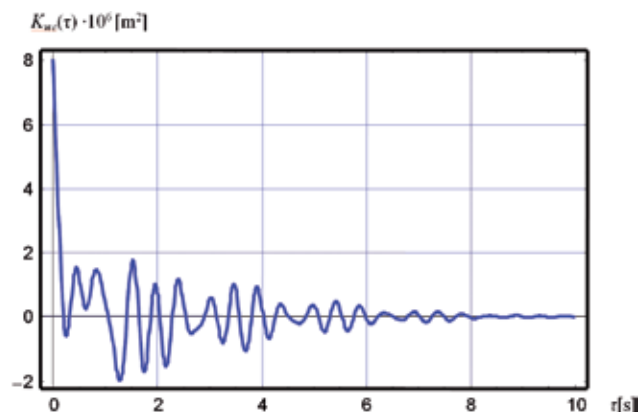
gdzie:

σ_w^2 – dyspersja wyznaczona na podstawie obliczeń z opracowanych pomiarów eksperymentalnych, współczynnik ten zależy od prędkości pojazdu; bez utraty ogólności wzoru (4) można też przyjąć, że suma współczynników $\delta_j = 1$, a współczynniki: $\alpha_j > 0$, $\beta_j \geq 0$.

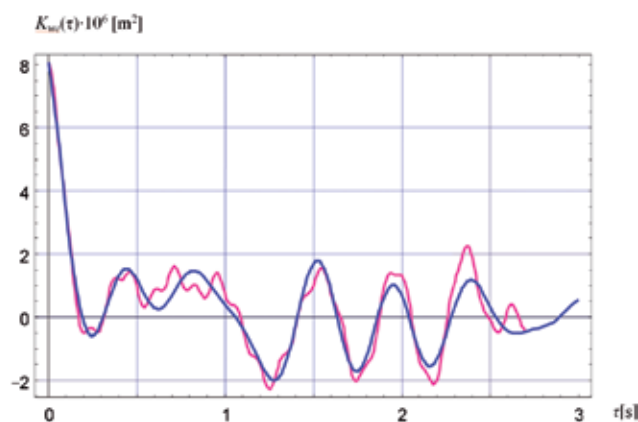
Kolejnym etapem było wyznaczanie współczynników funkcji autokorelacyjnej – dla wagonu NGT6 dobrano następujące parametry: $\sigma_{w_e}^2 = 8,06591 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, a pozostałe współczynniki przedstawia tabela:

| j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|--------|---------|---------|--------|---------|
| α_j [rad/s] | 0,5133 | 0,2093 | 14,9800 | 0,7759 | 0,2297 |
| β_j [rad/s] | 7,8780 | 12,7800 | 0,1392 | 1,5390 | 16,1700 |
| δ_j | 0,1595 | 0,1445 | 0,3742 | 0,2189 | 0,1027 |

Następnie wykonano kolejno wykresy otrzymanej funkcji i funkcji aproksymującej otrzymaną macierz punktów funkcji autokorelacyjnej przemieszczeń $K_{w_e}(\tau)$.

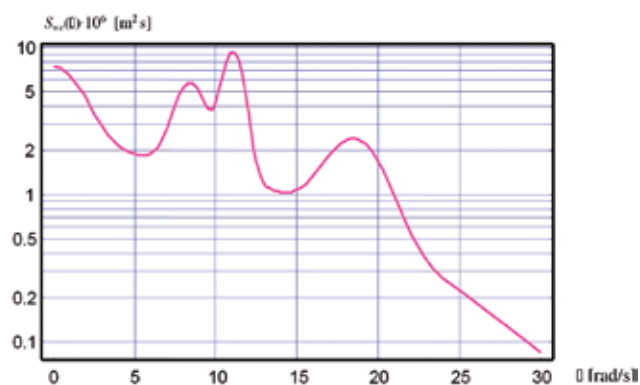


Rys. 5. Wykres funkcji autokorelacyjnej otrzymanej poprzez aproksymację



Rys. 6. Zestawienie wykresów funkcji autokorelacyjnej otrzymanej z opracowania wyników pomiarów (kolor czerwony) i otrzymanej poprzez aproksymację (kolor niebieski)

Następnie obliczono funkcję gęstości widmowej dla wagonu NGT6 – wykres funkcji $S_{we}(\omega)$, dla lepszego zobrazowania wyników, przedstawiono w skali logarymicznej.



Rys. 7. Wykres funkcji gęstości widmowej $S_{we}(\omega)$ w skali logarymicznej

W kolejnym etapie wyznaczono współczynniki funkcji autokorelacyjnej dla wagonu 105Na. Zmienia się współczynnik σ_{we}^2 oraz parametry funkcji $\sigma_{we}^2 = 8,065 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, a pozostałe parametry przedstawia tabela:

| j | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------|--------|---------|---------|--------|
| α_j [rad/s] | 0,8244 | 1,3870 | 0,2536 | 0,9042 |
| β_j [rad/s] | 7,9190 | 17,0900 | 12,8300 | 1,6590 |
| δ_j | 0,2689 | 0,2546 | 0,1728 | 0,3035 |

Na rysunkach 8 i 9 przedstawiono w dwóch zakresach wykresy otrzymanej funkcji i wykres wzoru funkcji aproksymującej otrzymaną macierz punktów funkcji autokorelacyjnej przemieszczeń

Następnie wyznaczono funkcję gęstości widmowej dla wagonu 105Na. Obliczeń dokonano analogicznie, a następnie utworzono wykres funkcji $S_{we}(\omega)$, który przedstawiono w skali logarymicznej.

Możliwości dalszego wykorzystania otrzymanych wyników

Wykonane wcześniej obliczenia mogą posłużyć do przewidywania zachowania wagonu przy innej prędkości [3]. Oznaczając przez v_e stałą prędkość jazdy w czasie rejestracji wprowadza się oznaczenie:

$$c_v = \frac{v}{v_e}$$

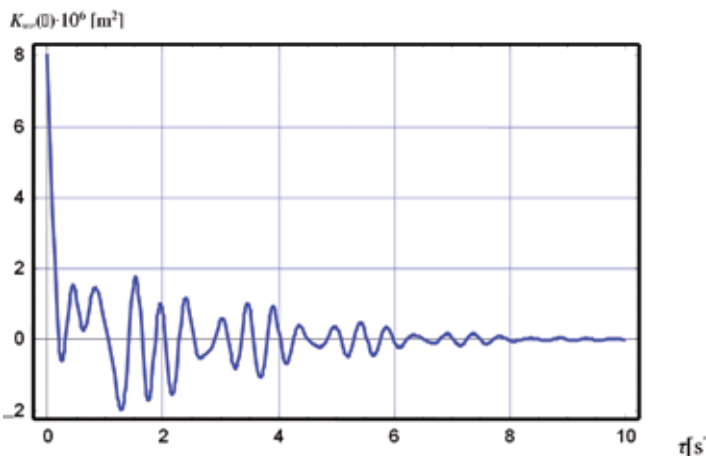
Do wyznaczenia z $S_{we}(\omega)$ gęstości widmowej $S_w(\omega)$, odpowiadającej prędkości v , można wykorzystać wzór:

$$S_w(\omega) = \frac{1}{c_v} S_{we}\left(\frac{\omega}{c_v}\right)$$

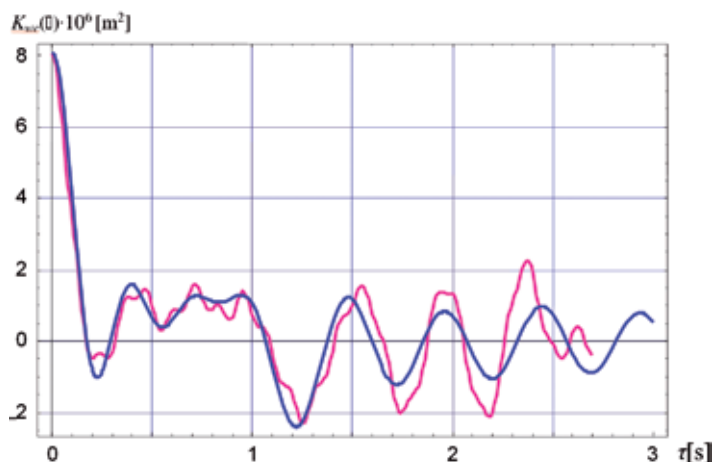
W analizie tej przydatne są również następujące zależności:

$$S_{\dot{w}}(\omega) = \omega^2 S_w(\omega), \quad S_{\ddot{w}}(\omega) = c_v^3 S_{\dot{w}}\left(\frac{\omega}{c_v}\right), \quad w(t) = w_e(c_v t)$$

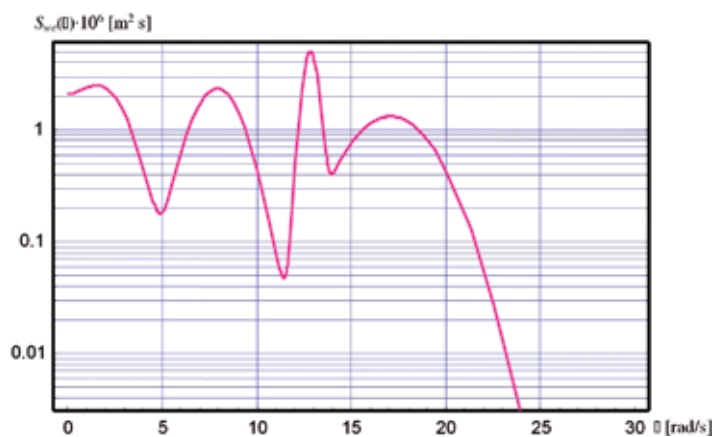
Na podstawie gęstości widmowej $S_u(\omega)$, gdzie $u(t)$ oznacza dowolną funkcję przypadkową, istnieje możliwość generowania realizacji tego procesu stochastycznego. Jedną z metod jest zastosowanie wzoru przybliżonego:



Rys. 8. Wykres funkcji autokorelacyjnej otrzymanej poprzez aproksymację



Rys. 9. Zestawienie wykresów funkcji autokorelacyjnej otrzymanej z opracowania wyników pomiarów (kolor czerwony) i otrzymanej poprzez aproksymację (kolor niebieski)



Rys. 10. Wykres funkcji gęstości widmowej $S_w(\omega)$ w skali logarymicznej

$$u_j = u_m + \sum_{k=-p}^{k=p} \alpha_k \gamma_{j-k} \quad j = 1, 2, \dots$$

gdzie:

u_m – wartość średnia funkcji $u(t)$,

u_j – wartości funkcji $u(t)$ dyskretyzowane z krokiem Δt ,

γ_j – liczby przypadkowe o rozkładzie normalnym standaryzowanym (z wartością średnią zero i odchyleniem standardowym równym jeden).

Współczynniki α_k wyznaczone są z gęstości widmowej funkcji $u(t)$ za pomocą wzoru:

$$\alpha_k = \frac{\Delta t}{\pi} \int_0^{\pi/\Delta t} \sqrt{\frac{S_u(\omega)}{\Delta t}} \cos(k\Delta t\omega) d\omega$$

Wartość p wyznaczającą liczbę współczynników α_k wynoszącą $(2p + 1)$ oraz krok dyskretyzacji Δt występujące w tych wzorach dobieramy przy założeniu wymaganej dokładności ε , na podstawie następującego warunku, podanego w pracy [3]:

$$\left| 1 - \frac{1}{\sigma_u^2} \sum_{k=-p}^{k=p} \alpha_k^2 \right| \leq \varepsilon$$

gdzie:

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S_u(\omega) d\omega$$

Jeżeli w liniowym układzie dynamicznym związek między sygnałem wejściowym $x(t)$ i wyjściowym $y(t)$ opisuje przepustowość widmowa $H_{yx}(i\omega)$ wyznaczana z równań różniczkowych, to między gęstościami widmowymi tych sygnałów zachodzi zależność:

$$S_y(\omega) = |H_{yx}(i\omega)|^2 S_x(\omega)$$

Wyrażenie to stanowi prostą zależność, która może być wykorzystywana do analizy złożonych liniowych układów dynamicznych, dla których wyznaczone są transmitancje – w układach nieliniowych ta zależność nie obowiązuje. Do analizy takich układów generuje się numerycznie wymuszenia kinematyczne. Omówienie generowania realizacji procesu stochastycznego opisane jest przykładowo w pracy [3]. Przedstawione zależności umożliwiają wygenerowanie przebiegów wartości przyspieszeń pionowych środków kół dla innych prędkości jazdy, niż zmierzona i analizowana prędkość eksperymentu.

Uwagi końcowe

Wykonane badania należy traktować jako rozpoznawcze. Do dokładnej analizy problemu konieczne będzie przeprowadzenie dalszych badań, także dla innych typów wagonów, kół i torów. W czasie badań powstały również problemy, których się nie spodziewano (silne zakłócenia wyników powodowane prawdopodobnie przez pole elektryczne). W czasie pomiarów nie opisanych powyżej szczegółowo okazało się, że różnorodność torów i zróżnicowane parametry ich sztywności mają znikomy wpływ na zaburzenia ruchu podstawowego. Zaburzenia te powstają głównie z powodu niedokładnego wykonania lub zużycia toru. Badania ponowne jest sens przeprowadzać dopiero po dokładnym rozpoznaniu i wyjaśnieniu wszystkich problemów, które wystąpiły podczas pierwszej próby oraz ich analizach matematycznych. Ustale-

nie wzorów szczegółowych pozwoli w kolejnych pracach na przewidywanie drgań poszczególnych elementów wagonów przy zmienionych parametrach niektórych elementów zawieszenia, na innych torach, a także dla zupełnie nowych wagonów. Za pomocą gęstości widmowej istnieje możliwość generowania realizacji procesu stochastycznego w dziedzinie czasu [3].

Przedstawione w tym artykule wzory funkcji autokorelacyjnych i gęstości widmowych mogą posłużyć do dalszych badań i opracowań teoretycznych przy założonych zmienionych parametrach poszczególnych elementów wagonów lub przy innych warunkach eksploatacji. □

Literatura

- [1] Chudzikiewicz A, Drożdź J., Kisilowski J., Żochowski A.: *Modelowanie i analiza dynamiki układu mechanicznego tor–pojazd*. PWN, Warszawa 1982.
- [2] Grzyb A.: *Podstawy teoretyczne analizy nieliniowego układu dynamicznego pojazd–tor*. Politechnika Krakowska, Zeszyt jubileuszowy nr 10, Kraków 1996.
- [3] Grzyb A., Struski J.: *Modelowanie przypadkowych nierówności geometrycznych w dynamice pojazdów lądowych*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego, Nr 28, Prace XIX Ogólnopolskiej Konferencji Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Politechnika Koszalińska, Koszalin – Mielno, 16–19 czerwca 2001 r., s. 141–148.
- [4] Grzesikiewicz W., Osiecki J., Piotrowski J.: *Podstawy dynamiki pojazdów szynowych*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1974.
- [5] Knothe K., Grassie S. L.: *Modelling of Railway Track and Vehicle/Track Interaction at High Frequencies*. Vehicle System Dynamics, 22, 1993, 209–262.
- [6] Sobczyk K.: *Procesy stochastyczne*. Rozdział 31 w pracy zbiorowej: *Poradnik inżyniera – matematyka*. PWN, Warszawa 1970, s. 589–600.
- [7] Romaniszyn Z., Oramus Z., Nowakowski Z.: *Podwozia trakcyjnych pojazdów szynowych*. WKŁ, Warszawa 1989.
- [8] Sysak J. (ed.): *Drugi kolejowe*. PWN, Warszawa 1986.
- [9] Szcześniak W.: *Wybrane zagadnienia kolejowe. Wzajemne oddziaływania w układzie pojazd–tor kolejowy–podłoże gruntowe*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995.

Autorzy

dr hab. inż. Andrzej Grzyb – prof. Politechniki Krakowskiej
Instytut Pojazdów Szynowych

mgr inż. Tomasz Czuderna
MPK SA w Krakowie, Dział Techniki i Kontroli Eksploatacyjnej