

## **Identyfikacja dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach zwrotnic samochodów osobowych z zawieszeniem typu McPherson**

**KRZYSZTOF KUBAS, ANDRZEJ HARLECKI**

Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej

W pracy przedstawiono pewną metodę wyznaczania dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach zwrotnic układów kierowniczych samochodów osobowych z zawieszeniem typu McPherson. Prezentowany sposób postępowania, bazując na przygotowanym wcześniej modelu fizycznym i matematycznym układu kierowniczego oraz algorytmach metody optymalizacji Nelder-Meada („metody pełzającego sympleksu”), umożliwia wyznaczenie tej charakterystyki przy założeniu, że znane są czasowe przebiegi sił obciążających osiowo drążki kierownicze samochodu (przyjmuje się przy tym, że samochód jest nieruchomy a jego przednie koła ustawione są na obrotnicach o pomijalnych oporach ruchu). Wyniki metody mogą zainteresować projektantów i badaczy układów kierowniczych samochodów osobowych z zawieszeniem typu McPherson.

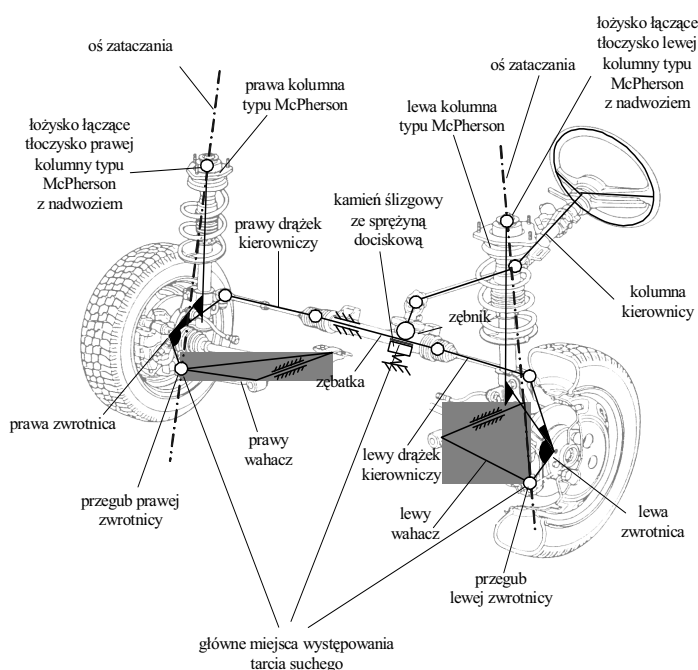
### **1. Wstęp**

Sprawność działania układów kierowniczych samochodów oraz ich niezawodność ma zasadnicze znaczenie, biorąc pod uwagę bezpieczeństwo i komfort jazdy. Układ kierowniczy powinien umożliwiać prowadzącemu samochód sterowanie kierunkiem ruchu z wystarczającą dokładnością przy wyborze optymalnego toru jazdy. Ze względu na bezpieczeństwo, szczególnie ważne jest reagowanie samochodu na ruchy kierownicą wokół położenia, odpowiadającego ustawieniu kół do jazdy w kierunku „na wprost”.

Istotnym elementem analizy dynamiki samochodu jest badanie ruchu członów jego układu kierowniczego, poddanych działaniom określonych sił. W tym celu należy sporządzić model fizyczny układu kierowniczego w postaci tzw. układu wieloczłonowego, stanowiącego w tym przypadku zamknięty łańcuch kinematyczny (mechanizm dźwigniowy) o strukturze przestrzennej. Następnie należy opisać dynamikę ruchu modelowanych członów za pomocą układu równań różniczkowych zwyczajnych o postaci uzależnionej od przyjętego formalizmu. Równania te, po opracowaniu stosownego programu komputerowego, rozwiązuje się numerycznie. Wyniki przeprowadzonych obliczeń komputerowych uznawać można za wiarygodne pod warunkiem przyjęcia do analizy modelu fizycznego, uwzględniającego wszystkie istotne cechy

geometryczne i fizyczne rzeczywistego obiektu. Zatem, warunkiem determinującym wiarygodność wyników przeprowadzonych obliczeń jest przyjęcie w symulacjach komputerowych wartości danych możliwie jak najbliższych wartościom rzeczywistym.

Poprawnie opracowany model fizyczny układu kierowniczego samochodu (rys.1) powinien uwzględniać tarcie suche występujące nieodłącznie we wszystkich niewralgicznych połączeniach członów tego układu. Badania doświadczalne wykazują jednak, że szczególnie duże tarcie występuje w przegubach kulistych łączących zwrotnice z wahaczami (zwanymi dalej przegubami zwrotnic) oraz w połączeniu przesuwnej zębatki (listwy przesuwnej) z prowadnicą usytuowaną w nadwoziu (w połączeniu tym można wyodrębnić kamień ślizgowy dociskany do zębatki sprężyną wywierającą określoną, regulowaną siłę nacisku) [13].



Rys. 1. Układ kierowniczy samochodu osobowego z zawieszeniem typu McPherson.

Fig. 1. Steering system of passenger car with McPherson suspension.

Siły kinetycznego tarcia suchego w połączeniach członów znajdujących się w fazie ruchu względnego, zgodnie ze wzorem Coulomba [4], są uzależnione od normalnych sił reakcji i współczynników tarcia kinetycznego w tych połączeniach. Znajomość współczynników tarcia kinetycznego okazuje się być istotna z różnych względów – w tym także w aspekcie wiarygodności wyników prowadzonej analizy dynamiki ruchu członów układów kierowniczych. Jak wykazują liczne przykłady zaczerpnięte z literatury tribologicznej [3], wartość współczynnika tarcia kinetycznego jest uza-

leżniona od względnej prędkości poślizgu w danym styku tarciovym. Zależność ta, wyznaczona dla ustalonych wartości względnych prędkości poślizgu, nazywana jest w tribologii kinetyczną charakterystyką współczynnika tarcia suchego. Badania tribologiczne dowodzą, że charakterystyka ta zmienia zasadniczo swą postać w przypadku gdy jest wyznaczana jako funkcja nie ustalonych, lecz zmieniających się w czasie, w sposób ciągły, wartości prędkości poślizgu. Tak wyznaczana charakterystyka nazywana jest w literaturze tribologicznej dynamiczną charakterystyką współczynnika tarcia suchego. Przebieg charakterystyki dynamicznej zależy zatem od sposobu, w jaki zmienia się w czasie względna prędkość poślizgu (a zatem w istocie od czasowego przebiegu względnego przyspieszenia). Przykłady różnych postaci tego rodzaju charakterystyk, zamieszczone w rozproszonej literaturze tribologicznej na przestrzeni ostatnich kilkudziesięciu lat, zebrano w artykule monograficznym [6].

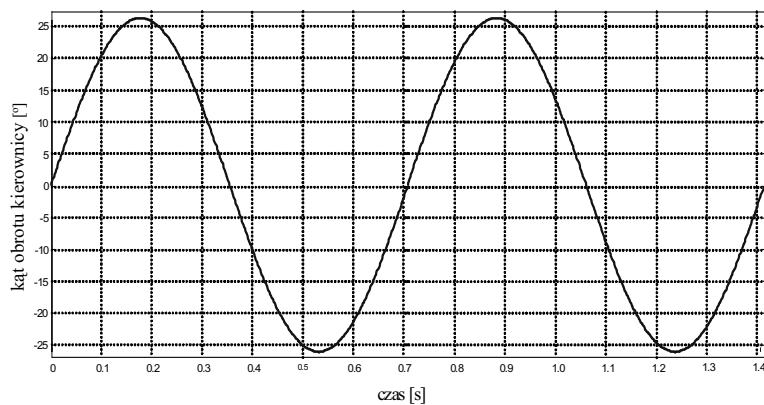
## 2. Wyniki badań doświadczalnych

Badania doświadczalne, których zasadniczym celem było wyznaczenie czasowego przebiegu sił osiowych w drążkach kierowniczych badanego samochodu osobowego, przeprowadzono w Instytucie Pojazdów Samochodowych i Silników Spalinowych (zwanym dalej IPSiSS) Politechniki Krakowskiej na przygotowanym stanowisku badawczym w postaci samochodu osobowego Cinquecento, wyposażonego w niezbędne akcesoria i przyrządy pomiarowe. Do wymuszenia ruchu obrotowego kierownicy wykorzystano silnik prądu stałego, zamocowany sztywno do nadwozia samochodu w miejscu fotela pasażera i połączony z kierownicą poprzez wał wykorbiony oraz pośredni drążek. Układ taki, cechując się dobrą powtarzalnością warunków wymuszeń, pozwala na realizację zmian kąta obrotu kierownicy o charakterze sinusoidalnym, stałej amplitudzie i regulowanej częstości wymuszenia. Kąt obrotu kierownicy mierzono za pomocą czujnika potencjometrycznego, natomiast siły osiowe w obu drążkach kierowniczych wyznaczono przy wykorzystaniu układu tensometrycznego. W trakcie badań przednie koła samochodu spoczywały na obrotnicach o małych oporach ruchu. Założono, że przy takim sposobie podparcia tych kół właściwości sprężyste i tłumiące opon nie wpływają na wyniki pomiarów w rozpatrywanym zakresie częstości wymuszenia. Do akwizycji danych i wizualizacji wyników badań wykorzystano przetwornik analogowo-cyfrowy oraz komputer klasy PC [5, 11].

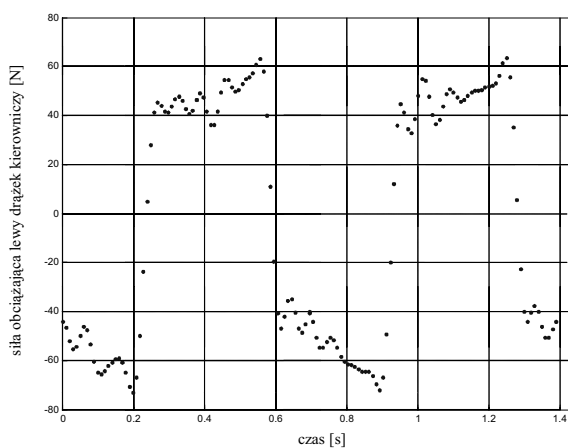
W procesie badań ruch kierownicy był wymuszany zgodnie z przyjętą quasi-sinusoidalną funkcją czasu (rys. 2). Jak widać, zrealizowano dwa pełne cykle wymuszenia trwające 1.42 s, w trakcie których kierownicę obracano dwukrotnie w prawo i w lewo, za każdym razem o kąt  $26^\circ$ , licząc od położenia kierownicy odpowiadającego ustawieniu kół w pozycji „na wprost”.

Na podstawie wyników zrealizowanych badań sporządzono wykres (rys. 3), ilustrujący w postaci dyskretnego przebiegu siły obciążającej osiowo wybrany (lewy) drążek kierowniczy (dodatkowo wartości tej siły odpowiadają przypadkowi ściskania drążka, a ujemne – jego rozciągania). Uzyskane wyniki zredukowano do jednego okresu (czasu trwania jednego cyklu wymuszenia) wynoszącego 0.71 s, nakładając je na sie-

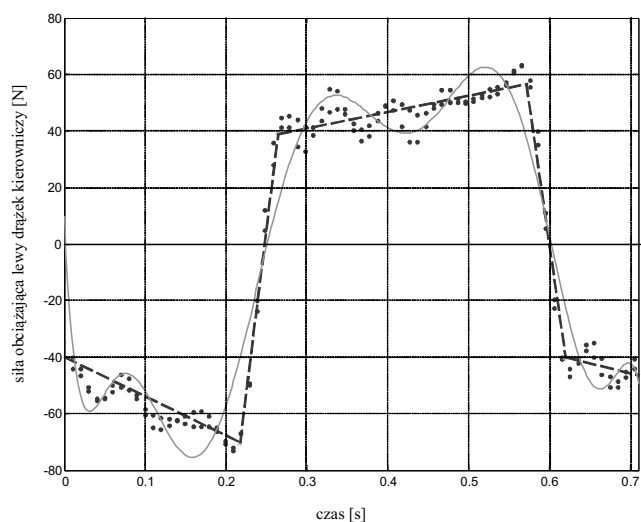
bie (rys. 4). Tak otrzymany wykres aproksymowano liniami prostymi (aproksymację tę określa się w pracy jako aproksymację typu A) lub wielomianami 9-tego stopnia (aproksymacja typu B) do postaci przedstawionych na rysunku. Eksperymenty numeryczne wykazały, że wybór wielomianu 9-go stopnia okazał się racjonalny, gdyż w przypadku uwzględnienia w obliczeniach wielomianów jeszcze wyższych stopni, nie zaobserwowano już pojawienia się znaczących różnic między przebiegami.



Rys. 2. Przebieg kąta obrotu kierownicy.  
Fig. 2. Course of rotational angle of steering wheel.



Rys. 3. Wyznaczony doświadczalnie przebieg siły, obciążającej osiowo lewy drążek kierownicy.  
Fig. 3. Experimental course of axial force acting on left steering rod.

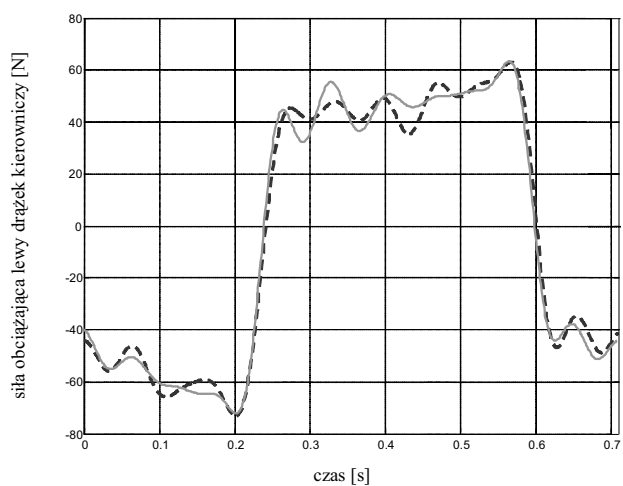


Rys. 4. Zredukowany przebieg siły obciążającej osiowo lewy drążek kierownicy

••• przebieg doświadczalny, - - - aproksymacja typu A,  
— aproksymacja typu B.

Fig. 4. Reduced course of axial force acting on left steering rod

••• experimental course, - - - approximation A,  
— approximation B.



Rys. 5. Interpolacja doświadczalnego przebiegu siły obciążającej osiowo lewy drążek kierownicy w:

— I cyklu wymuszenia (interpolacja I), - - - II cyklu wymuszenia (interpolacja II).

Fig. 5. Interpolation of experimental course of axial force acting on left steering rod:

— 1st cycle of input function (interpolation I), - - - 2nd cycle of input function (interpolation II).

W pracy dopuszczono możliwość jeszcze innego sposobu przybliżenia wyników doświadczalnych – a mianowicie przedstawiony na rysunku 3 wykres siły interpolowano funkcjami sklejanymi 3-go stopnia [1, 12], uzyskując przebiegi w dwu cyklach przedstawione po ich nałożeniu na rysunku 5.

### 3. Model fizyczny układu kierowniczego samochodu osobowego

W przyjętym modelu fizycznym układu kierowniczego (rys. 6a) uwzględniono występowanie zębatego, tworzącej z prowadnicą połączenie przesuwne „P”, oraz dwóch zwrotnic (traktowanych odpowiednio jako jeden element wraz z kolumnami typu McPherson i kołami), które mogą obracać się (skręcać) wokół swoich osi obrotu, czyli tzw. osi zataczania. Osie te przechodzą przez środki przegubów zwrotnic i środki łożysk łączących tłoczyska kolumn typu McPherson z nadwoziem (rys. 1). W przygotowanym modelu przyjęto zatem, że zwrotnice połączone są z nadwoziem za pośrednictwem wprowadzonych przegubów obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ” o osiach pokrywających się z osiami zataczania. Przyjęto dalej, że przeguby te utworzone są przez ślizgowe łożyska – poprzeczne „ $L_{1L}$ ” i „ $L_{1P}$ ”, ulokowane odpowiednio w miejscu występowania w rzeczywistym układzie kierowniczym łożysk łączących tłoczyska kolumn typu McPherson z nadwoziem, oraz poprzeczno-wzdłużne „ $L_{2L}$ ” i „ $L_{2P}$ ”, ulokowane odpowiednio w miejscu występowania w rzeczywistym układzie przegubów zwrotnic. Uwzględnione w modelu drążki kierownicze połączone zostały z sąsiednimi członami za pośrednictwem przegubów kulistych „ $K_{1L}$ ” i „ $K_{2L}$ ” oraz „ $K_{1P}$ ” i „ $K_{2P}$ ”. Zębata napędzana jest, poprzez współpracujący z nią zębniak, od strony kolumny kierownicy, charakteryzującej się określoną sztywnością skrętną i własnościami tłumiącymi (parametry te modeluje się za pomocą wprowadzonego obrotowego elementu sprężysto-tłumiącego EST). Ruch układu wymuszany jest poprzez zmianę w czasie kąta obrotu kierownicy  $\varphi_K$ , wskutek działania na nią momentu obrotowego o wektorze  $\mathbf{M}_K$ .

Sporządzony model fizyczny układu kierowniczego stanowi w istocie rodzaj przestrzennego mechanizmu dźwigniowego, którego człony potraktowano jako ciała sztywne o określonych masach i geometrii, odwzorowanej szczegółowo na podstawie dostępnej dokumentacji przy wykorzystaniu możliwości programu Autodesk Inventor [7]. Dla potrzeb analizy przyjęto nieruchomy, utworzony przez wersory, prawoskrętny (bazowy) układ współrzędnych  $x y z$  o początku usytuowanym na prostej łączącej środki par kulistych „ $K_{2L}$ ” i „ $K_{2P}$ ”, w połowie odległości między nimi (zakładając, że koła samochodu ustawione są w pozycji „na wprost”). Osie tego układu zorientowano jak na rysunku – wersor  $x$  skierowany jest w kierunku „hipotetycznej” jazdy samochodu „na wprost”, a wersor  $z$  jest prostopadły do „hipotetycznej” nawierzchni jezdni. Z poszczególnymi członami układu, czyli zębatką oraz lewą i prawą zwrotnicą, związane odpowiednio lokalne układy współrzędnych, tzn. układ  $x_L y_L z_L$  o początku znajdującym się w środku ciężkości zębatego (modelowanej jako symetryczny element) i wersorach zorientowanych odpowiednio jak wersory układu  $x y z$  (gdy koła samochodu ustawione są w pozycji „na wprost”, układy  $x_L y_L z_L$  i  $x y z$  pokrywają się) oraz układy  $x_P y_P z_P$ . Jako współrzędne uogólnione (zmienne węzłowe), opi-

sujące ruch tych członów, przyjęto przesunięcie  $y_z$  zębataki oraz kąty obrotu  $\varphi_L$  i  $\varphi_P$  odpowiednio lewej i prawej zwrotnicy (kąty skrętu kół) wokół ich osi zataczania.

Na rysunku 6 zaznaczono punkty  $A_L$  i  $A_P$  oraz  $B_L$  i  $B_P$ , umiejscowione na osiach przegubów obrotowych odpowiednio w połowie szerokości łożysk „ $L_{1L}$ ” i „ $L_{1P}$ ” oraz „ $L_{2L}$ ” i „ $L_{2P}$ ”, które przyjęto jako miejsca oddziaływania normalnych sił reakcji w tych łożyskach.

W przyjętym modelu uwzględniono następujące uproszczenia:

- osie zataczania traktowane są jako równoległe do wersora  $\mathbf{z}$  (jak wiadomo, w rzeczywistym układzie kierowniczym położenie tych osi określają małe kąty – nachylenia koła, wyprzedzenia sworznia zwrotnicy i pochylenia osi zataczania [10]);
- kąty obrotu obu zwrotnic przyjęto jako jednakowe (w rzeczywistym układzie występuje niewielkie zróżnicowanie ich wartości [2]), oznaczając je jednym symbolem:

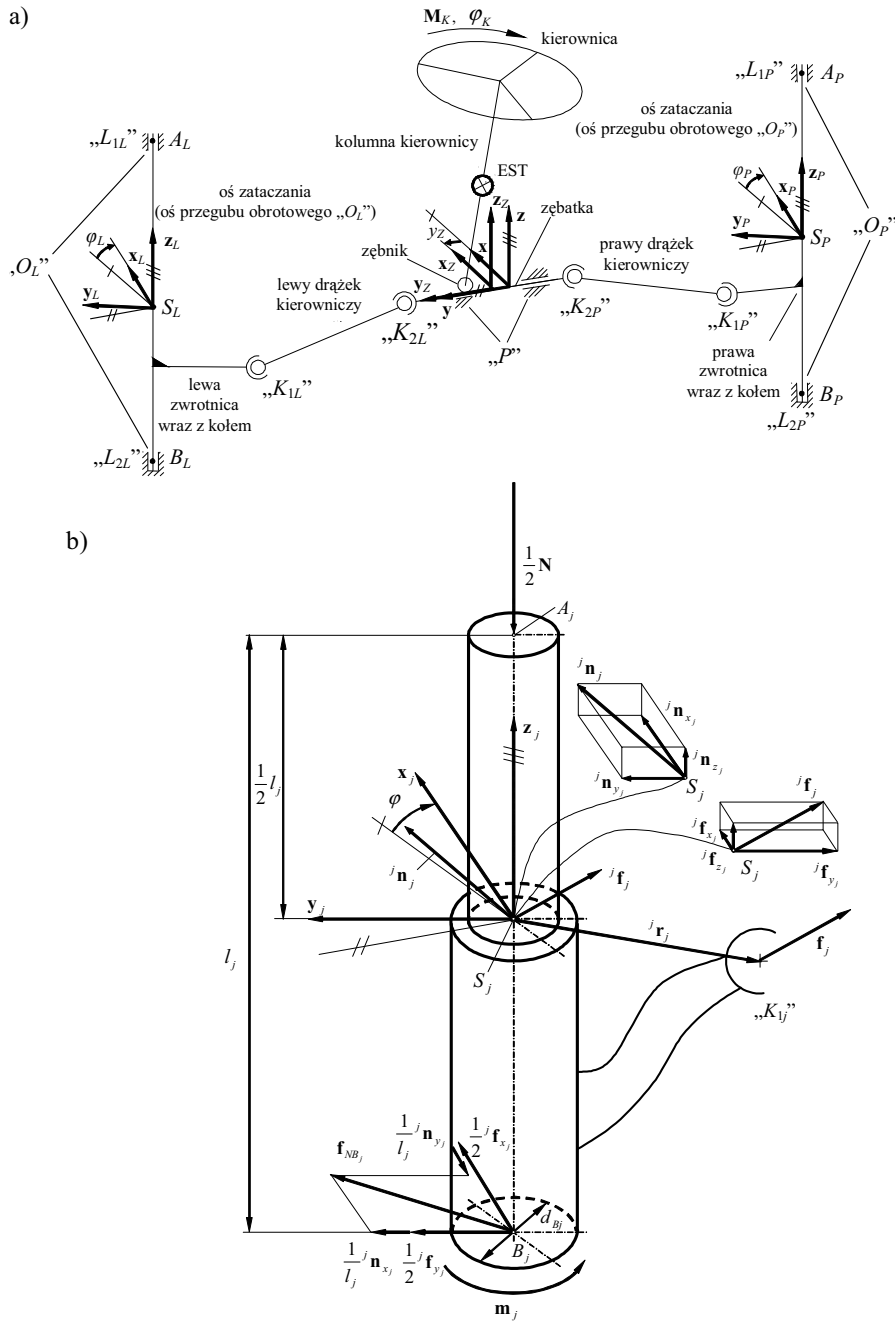
$$\varphi_L = \varphi_P = \varphi; \quad (1)$$

- pomija się podatność osiową zębataki oraz drążków kierowniczych, a także podatność skrętną zwrotnic;
- tarcie suche, występujące w przegubach zwrotnic, zostało uwzględnione w łożyskach „ $L_{2L}$ ” i „ $L_{2P}$ ” wprowadzonych w modelu przegubów obrotowych;
- pomija się, jako znacznie mniejsze od tarcia suchego w przegubach zwrotnic, tarcie suche występujące w rzeczywistym układzie kierowniczym w łożyskach łączących tłoczyska kolumn typu McPherson z nadwoziem (łożyska „ $L_{1L}$ ” i „ $L_{1P}$ ” traktowane są zatem w modelu jako idealne);
- pomija się również tarcie suche występujące w rzeczywistym układzie kierowniczym w połączeniu zębataki z prowadnicą, a konkretnie między zębataką a kamieniem ślizgowym (eksperymenty obliczeniowe wykazały bowiem, że uwzględnienie tego tarcia w modelu nie wywiera zauważalnego wpływu na analizowane przebiegi sił osiowych obciążających drążki kierownicze).

W celu wyznaczenia czasowych przebiegów momentów oporów w przegubach obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ”, należy zrealizować analizę dynamiczną modelowanego układu, korzystając w tym celu ze stosownego algorytmu zamieszczonego w artykule [7], w którym przedstawiono szczegółowy opracowanego modelu matematycznego.

Na wstępie, korzystając z zamieszczonych w publikacji [7] zależności, wyznacza się składowe, w układzie współrzędnych  $\mathbf{x}$  i  $\mathbf{y}$ , wektorów sił oddziaływania drążków kierowniczych na zwrotnice (rys. 7):

$$\mathbf{f}_j = \begin{bmatrix} f_{x_j} \\ f_{y_j} \\ f_{z_j} \end{bmatrix} \quad j=L, P. \quad (2)$$



Rys. 6. a). Model fizyczny układu kierowniczego, b) Model przegubu obrotowego „ $O_j$ ” (gdzie  $j = L, P$ ).

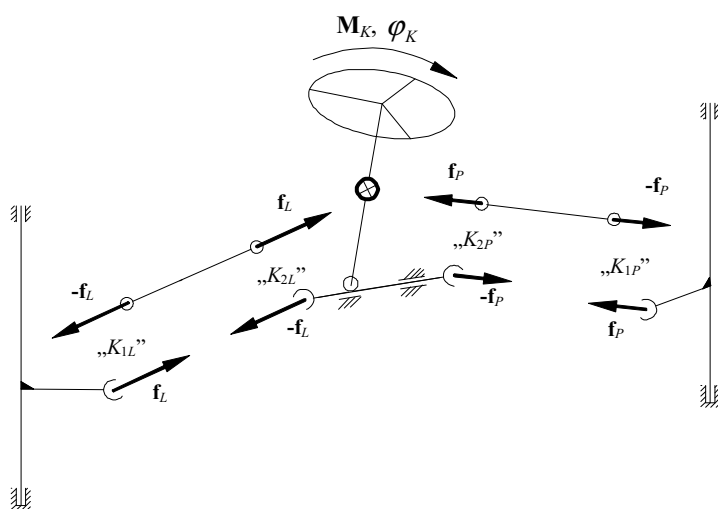
Fig. 6. a). Physical model of steering system, b) Model of rotational joint “ $O_j$ ” (where  $j = L, P$ ).



Następnie wektory  $\mathbf{f}_j$  wyraża się w układach  $\mathbf{x}_j \mathbf{y}_j \mathbf{z}_j$  (gdzie  $j=L, P$ ), korzystając z przekształceń:

$${}^j \mathbf{f}_j = \begin{bmatrix} {}^j f_{x_j} \\ {}^j f_{y_j} \\ {}^j f_{z_j} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \mathbf{f}_j \quad j=L, P, \quad (3)$$

gdzie:  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  - macierz rotacji z układu  $\mathbf{x} \mathbf{y} \mathbf{z}$  do układów  $\mathbf{x}_j \mathbf{y}_j \mathbf{z}_j$ .



Rys. 7. Siły obciążające osiowo drążki kierownicze.

Fig. 7. Axial forces acting on steering rods.

Wyznaczone wektory  ${}^j \mathbf{f}_j$  redukuje się odpowiednio do punktów  $S_j$  (gdzie  $j=L, P$ ) – rys. 6b, umiejscowionych na osiach przegubów obrotowych w połowie odległości między punktami  $A_j$  i  $B_j$ , wprowadzając przy tym odpowiednio pary sił o momentach wyrażonych w układach  $\mathbf{x}_j \mathbf{y}_j \mathbf{z}_j$  za pośrednictwem iloczynu wektorowego:

$${}^j \mathbf{n}_j = \begin{bmatrix} {}^j n_{x_j} \\ {}^j n_{y_j} \\ {}^j n_{z_j} \end{bmatrix} = {}^j \mathbf{r}_j \times {}^j \mathbf{f}_j \quad j=L, P, \quad (4)$$

gdzie:  ${}^j \mathbf{r}_j = \begin{bmatrix} {}^j r_{x_j} \\ {}^j r_{y_j} \\ {}^j r_{z_j} \end{bmatrix}$  - wektory określające położenie środków przegubów kulistych „ $K_{1j}$ ” w układach  $\mathbf{x}_j \mathbf{y}_j \mathbf{z}_j$ .

Sumaryczne momenty oporu w przegubach obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ” przedstawia się zależnością:

$$m_j = m'_j + m''_j \quad j=L, P, \quad (5)$$

gdzie:  $m'_j$  - momenty oporów własnych w przegubach kulistych „ $K_{1j}$ ” zwrotnic,  
 $m''_j$  - momenty tarcia kinetycznego w łożyskach „ $L_{2j}$ ”.

Momenty oporów własnych w przegubach kulistych zwrotnic, będące skutkiem wstępnego „zaciśnięcia” ślizgających się po sobie powierzchni kulistych, mogą przyjmować według producentów szeroki zakres wartości. Dla potrzeb niniejszej pracy wykorzystano wyniki badań zrelacjonowanych w opracowaniu [8], przeprowadzonych w przypadku samochodu Cinquecento, oraz informacje uzyskane w IPSiSS i oszacowano wartości tych momentów jako  $m'_L = m'_P = 2 \text{ Nm}$ .

Momenty tarcia kinetycznego w łożyskach „ $L_{2j}$ ” wyraża się w postaci sumy:

$$m''_j = m_{B_j}^O + m_{B_j}^C \quad j=L, P, \quad (6)$$

gdzie:  $m_{B_j}^O$  - momenty tarcia kinetycznego na powierzchni obrotowej łożysk „ $L_{2j}$ ”,  
 $m_{B_j}^C$  - momenty tarcia kinetycznego na powierzchni czołowej łożysk „ $L_{2j}$ ”.

Wyszczególnione w przedstawionym wzorze momenty określa się jako [4]:

$$m_{B_j}^O = \frac{1}{2} \mu_{B_j}^O f_{NB_j} d_{B_j} \text{sign} \dot{\varphi} \quad j=L, P, \quad (7a)$$

$$m_{B_j}^C = \frac{1}{3} \mu_{B_j}^C \left( \frac{1}{2} N - {}^j f_{z_j} \right) d_{B_j} \text{sign} \dot{\varphi} \quad j=L, P, \quad (7b)$$

gdzie:  $\mu_{B_j}^O$  - współczynniki tarcia kinetycznego na powierzchni obrotowej łożysk „ $L_{2j}$ ”,

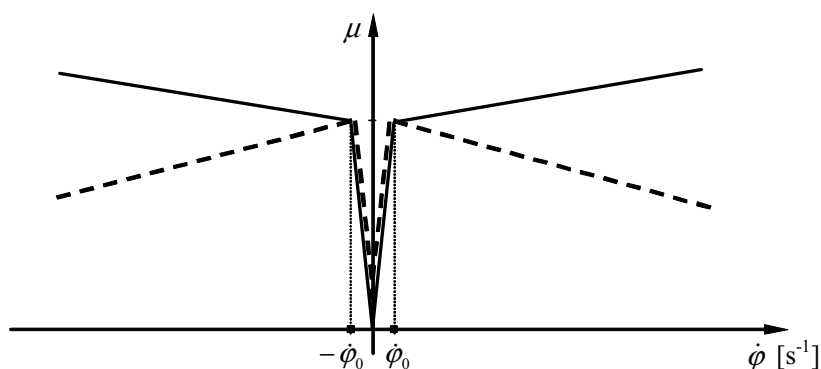
- $\mu_{B_j}^C$  - współczynniki tarcia kinetycznego na powierzchni czołowej łożysk „ $L_{2j}$ ”,  
 $N$  - obciążenie wywierane na przednią oś samochodu,  
 $\dot{\varphi}$  - pochodna względem czasu przebiegu kąta  $\varphi$ .

Siły reakcji normalnych w łożyskach „ $L_{2j}$ ” oblicza się, korzystając z zależności [4]:

$$f_{NB_j} = \frac{1}{l_j} \sqrt{\left(\frac{1}{2} l_j {}^j f_{x_j} + {}^j n_{y_j}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} l_j {}^j f_{y_j} - {}^j n_{x_j}\right)^2} \quad j=L, P. \quad (8)$$

W przyjętym postępowaniu zakłada się również, że współczynniki tarcia kinetycznego  $\mu_{B_j}^O$  i  $\mu_{B_j}^C$  mają jednakowe wartości, w związku z czym oznaczono je wspólnym symbolem:

$$\mu_{B_j}^O = \mu_{B_j}^C = \mu \quad j=L, P. \quad (9)$$



Rys. 8. Ogólna postać uproszczonej dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ”:  
 - - - przebieg malejący, — przebieg rosnący.

Fig. 8. General form of simplified dynamic dry friction characteristic in rotational joints „ $O_L$ ” and „ $O_P$ ”:  
 - - - decreasing course, — increasing course.

W celu uniknięcia statycznej niewyznaczalności analizowanego układu wieloczłowego w rozważanych przegubach obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ” uwzględniono, często przyjmowany w zagadnieniach dynamiki maszyn, uproszczony model dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego [9], dopuszczający występowanie jedynie faz tarcia kinetycznego (rys. 8). Jak widać, w zaproponowanym modelu przyjmuje się, że gdy prędkość względna w danym styku tarciovym osiągnie graniczną wartość  $|\dot{\phi}_0|$ , nazywaną dalej wartością „prędkości przejścia” (ustalenie tej wartości pozostawia się użytkownikowi modelu), następuje gwałtowny spadek wartości współczynnika tarcia do zera. Zatem pomija się występowanie faz tarcia statycznego (bowiem, gdy  $\dot{\phi} = 0$ , to także  $\mu = 0$ ), unikając w ten sposób pojawienia się komplikacji związanych z koniecznością wyznaczania niewiadomych wartości siły (momentu) nierozwiniętego tarcia statycznego w tym styku i precyzowania warunków „przejścia” między obiema fazami tarcia suchego. Zakłada się zatem, że nigdy nie dojdzie do zjawiska szepienia współpracujących powierzchni tworzących rozważany styk tarciovym. Przyjęte założenia w istotny sposób upraszczają zatem problem analizy, nie powodując przy tym powstania znaczących błędów w wynikach obliczeń.

#### 4. Identyfikacja dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego

Zadanie wyznaczenia dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ” zrealizowano przy wykorzystaniu, stosunkowo łatwej w implementacji, metody optymalizacji Nelderera-Meada [15], nazywanej również „metodą pełzającego sympleksu” i stanowiącej w istocie rozwinięcie metody Spendleya, Hexta i Himswortha [16]. „Metoda pełzającego sympleksu” jest dotąd jedną z najbardziej rozpowszechnionych metod optymalizacji funkcji wielu zmiennych. Jest to metoda bezgradientowa, co oznacza, że w jej przypadku istotne są jedynie wartości funkcji optymalizowanej, nie muszą być natomiast znane jej pochodne. Jest to istotna zaleta, gdyż w wielu praktycznych zastosowaniach występuje duża trudność z obliczaniem pochodnych funkcji. „Metoda pełzającego sympleksu” jako metoda bezgradientowa „wykorzystuje” stosunkowo mało pamięci operacyjnej komputera. Przyjmowana w procesie optymalizacji funkcja celu, której minimum się poszukuje, może być w przypadku tej metody nieliniowa. Pomimo tego, że w omawianej metodzie na zmienne decyzyjne z zasady nie są narzucane żadne ograniczenia, można łatwo je uwzględnić, wprowadzając tzw. „funkcję kary” [17]. Ze względu na swoją „czułość” „metoda pełzającego sympleksu” nadaje się do dokładniejszego określenia minimum funkcji celu w otoczeniu wyznaczonego wcześniej minimum globalnego tej funkcji. Do „zgrubnego” wyszukania minimum globalnego mogą służyć na przykład algorytmy genetyczne [14]. Niewątpliwą wadą tej metody jest jednakże wymagany stosunkowo długi czas obliczeń. Istota „metody pełzającego sympleksu” została opisana szczegółowo w wielu publikacjach, wśród nich można wymienić także polską monografię [17].

W przyjętym postępowaniu uwzględniono taki sam sposób wymuszenia ruchu kierownicy w rozważanym modelu fizycznym układu kierowniczego (rys. 6a), jak w przypadku samochodu poddanego badaniom doświadczalnym. W ramach przeprowadzonego procesu optymalizacji, bazując na modelu matematycznym rozważanego układu [7], poszukiwano takiego przebiegu dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w rozważanych przegubach obrotowych „ $O_L$ ” i „ $O_P$ ”, uwzględnienie którego zagwarantowałoby wyznaczenie obliczeniowo czasowego przebiegu siły, obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy, możliwie jak najbardziej zbliżonego (pod względem jakościowym i ilościowym) do czasowego przebiegu tej siły wyznaczonego doświadczalnie. Poszukuje się zatem optymalnego przebiegu dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w obu tych przegubach.

Przystępując do procesu optymalizacji, zdecydowano, że tzw. zmiennymi decyzyjnymi będą skrajne wartości współczynników tarcia kinetycznego (rys. 9) – początkowa  $\mu_1 = \mu(\dot{\varphi}_0) = \mu(-\dot{\varphi}_0)$  i końcowa  $\mu_2 = \mu(\dot{\varphi}_{\max}) = \mu(-\dot{\varphi}_{\max})$ . Na wstępie, opierając się na stwierdzeniach podanych w literaturze tribologicznej [3], określono arbitralnie graniczne wartości współczynników suchego tarcia kinetycznego jako  $\mu_{\min} = 0.05$  i  $\mu_{\max} = 0.4$  (narzucenie tych ograniczeń skutkuje koniecznością uwzględnienia w przyjętej metodzie optymalizacji wspomnianej już „funkcji kary”). Opierając się na wynikach przeprowadzonej symulacji komputerowej, w przypadku której uwzględniono przebieg kąta obrotu kierownicy – jak na rysunku 2, określono maksymalną wartość kątowych prędkości obrotu zwrotnic wokół ich osi zataczania jako:  $\dot{\varphi}_{\max} = 0.3 \text{ s}^{-1}$ . Ponadto określono arbitralnie wartość tzw. prędkości „przejścia” jako  $\dot{\varphi}_0 = 0.003 \text{ s}^{-1}$ .

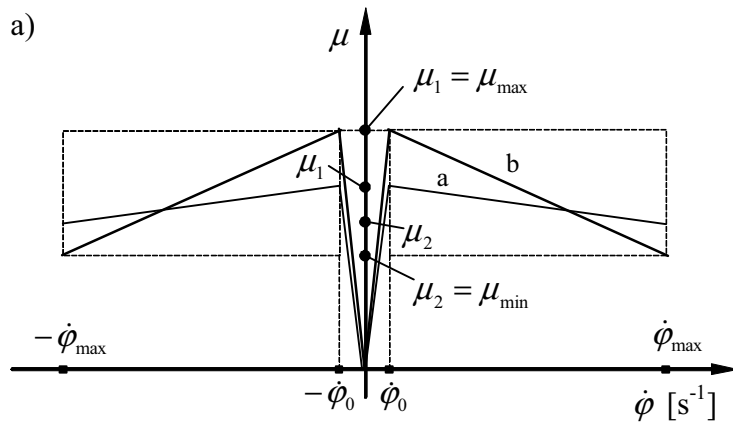
W przyjętej metodzie funkcję celu zdefiniowano następująco:

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_{L_i} - f_{L_i}^*)^2}, \quad (10)$$

gdzie:  $f_{L_i}$  - wyznaczone obliczeniowo wartości siły, obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy w poszczególnych chwilach  $t_i$  (gdzie  $i = 1, \dots, n$ ), które odpowiadają kolejnym krokom (iteracjom) procesu numerycznego rozwiązywania równań ruchu układu (zamieszczonych w [7]),

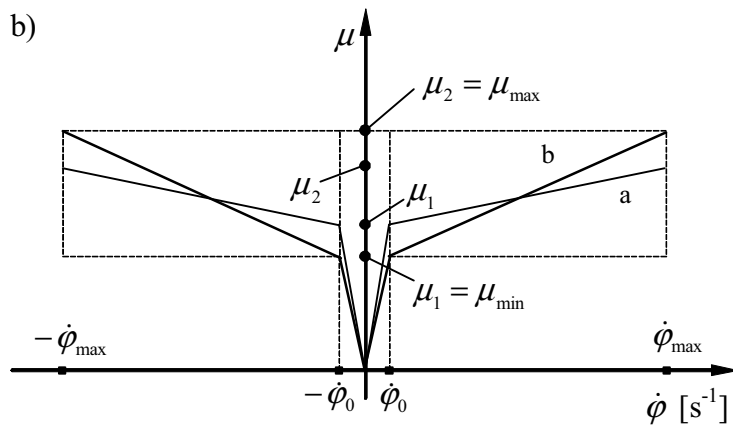
$f_{L_i}^*$  - wyznaczone, na drodze aproksymacji lub interpolacji przebiegu doświadczalnego, wartości tej siły w określonych chwilach  $t_i$ ,

$n$  - liczba iteracji.



a – przypadek pośredni

b – przypadek skrajny (charakterystyka o największym „nachyleniu”)



a – przypadek pośredni

b – przypadek skrajny (charakterystyka o największym „nachyleniu”)

Rys. 9. Ogólna postać dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego:

a) przebieg malejący, b) przebieg rosnący.

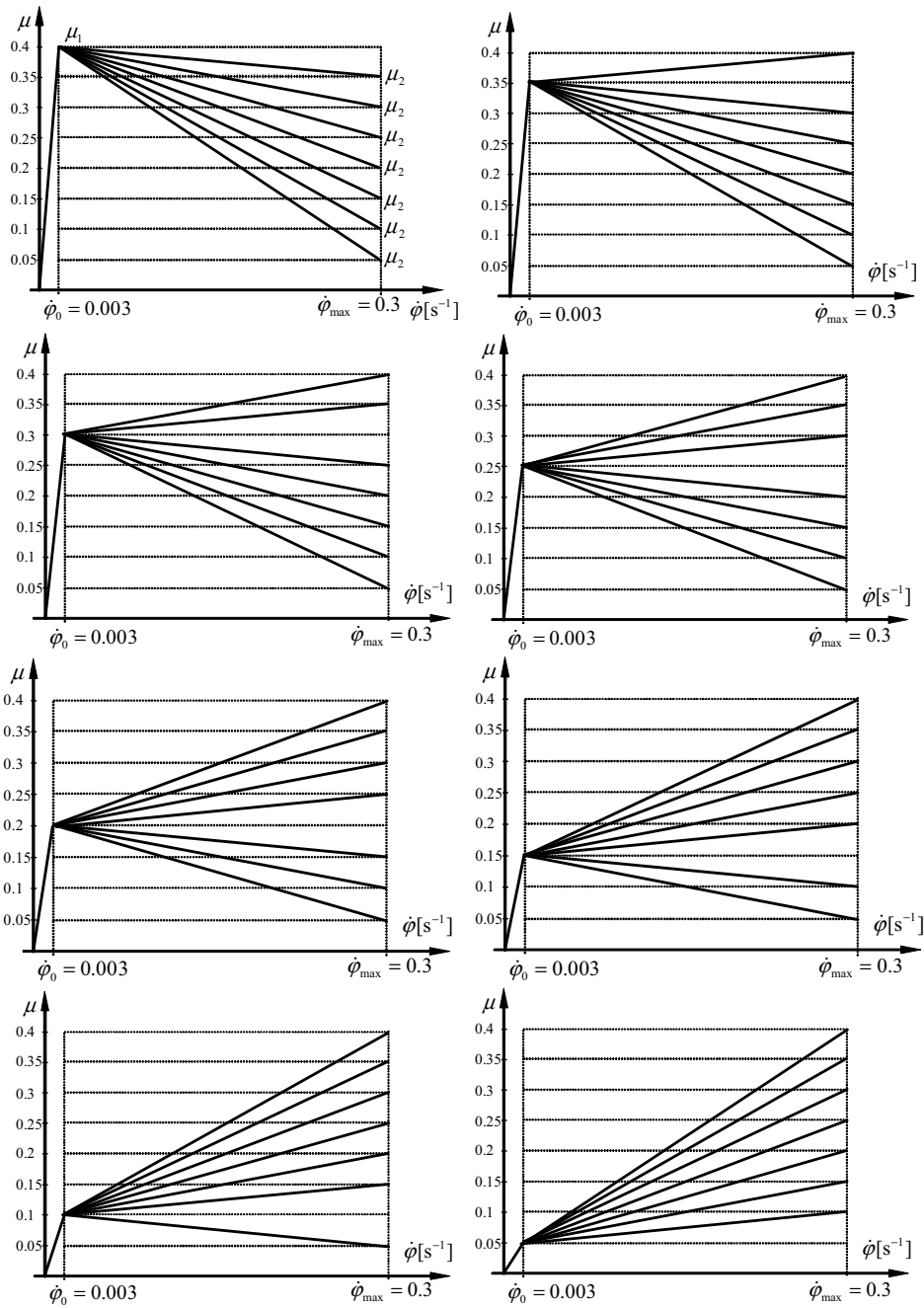
Fig. 9. General form of dynamic dry friction characteristic:

a) decreasing course, b) increasing course.

Realizując proces optymalizacji, badano przebiegi tak zdefiniowanej funkcji celu w zależności od wartości rozważanych zmiennych decyzyjnych, szukając minimów tej funkcji, odpowiadających optymalnym wartościom zmiennych.

W rozważanym przypadku ma się do czynienia z problemem nieliniowej optymalizacji wielu zmiennych (w szczególności dwóch). Ponadto należy zauważyć, że wyniki obliczeń numerycznych można uzyskać jedynie w postaci dyskretnej – zastosowana procedura optymalizacji nie powinna zatem wykorzystywać wartości pochodnych funkcji optymalizowanej. Przedstawione przesłanki uzasadniają zatem słusność wyboru „metody pełzającego sympleksu”.

Ponieważ metoda ta jest „wrażliwa” na tzw. minima lokalne, mało prawdopodobne jest znalezienie minimum globalnego po pierwszym „podejściu”. W celu znalezienia tego minimum, w przedstawionym postępowaniu optymalizacyjnym, przyjęto zasadę wielokrotnego wyboru punktów startowych (początkowych wartości zmiennych decyzyjnych  $\mu_1$  i  $\mu_2$ ). Warianty uwzględnionych wstępnie postaci dynamicznych charakterystyk współczynnika tarcia suchego przedstawiono na rysunku 10.

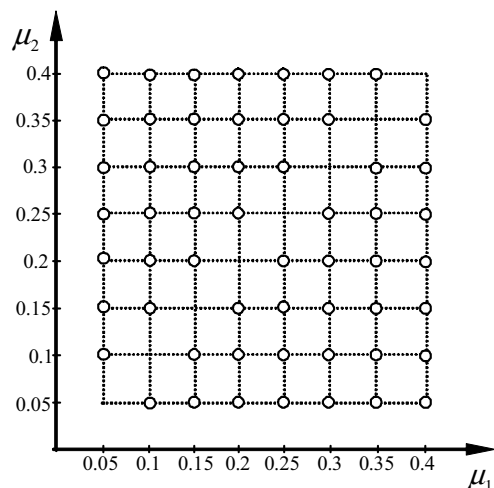


Rys. 10. Warianty przyjętych wstępnie dynamicznych charakterystyk współczynników tarcia suchego (na rysunkach zaznaczono jedynie symetryczne do lewych prawe części tych charakterystyk).

Fig. 10. Variants of preliminary assumed courses of dynamic dry friction characteristics (right sides of characteristics, symmetric to left ones, are shown only).



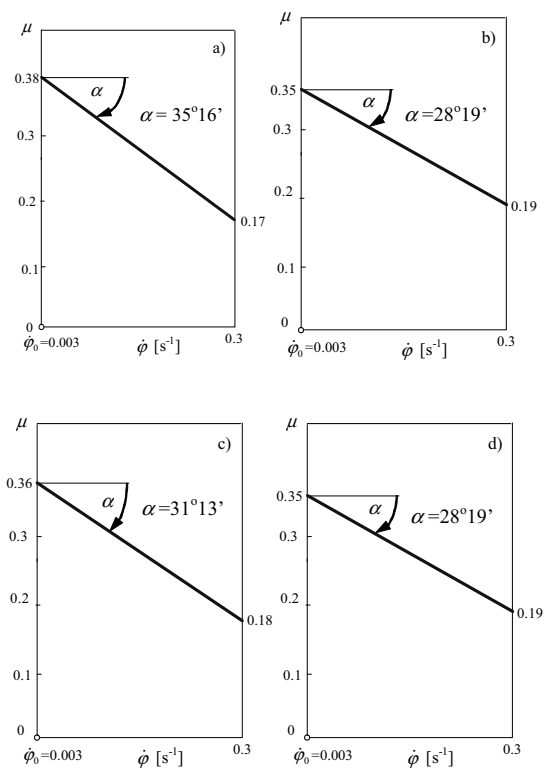
Przedstawione postępowanie można utożsamić z utworzeniem siatki o węzłach (punktach), których współrzędne określone są przez parametry  $\mu_1$  i  $\mu_2$  (rys. 11). Węzły tej siatki stanowią zatem grupę punktów startowych. Przedstawiona metoda zbliżona jest do postępowania, które zwyczajowo w zagadnieniach optymalizacji określa się jako „metodę systematycznego przeszukiwania”. Po takim wielokrotnym przeszukaniu zbioru możliwych rozwiązań (przy uwzględnieniu różnych wariantów punktów startowych) znajduwane jest rozwiązanie, o którym możemy powiedzieć z dużym prawdopodobieństwem, że „znajduje się” blisko optymalnego.



Rys. 11. Siatka punktów startowych.  
Fig. 11. Net of initialization points.

Jak już wspomniano wcześniej, możliwe jest również inne, bardziej racjonalizowane, podejście do przedstawionego problemu, polegające na wykorzystaniu, do „zgrubnego” wyszukania minimum globalnego, algorytmów genetycznych [14].

Na rysunku 12 przedstawiono dynamiczne charakterystyki współczynnika tarcia suchego, które wyznaczono po uwzględnieniu w procesie optymalizacji poszczególnych, opisanych sposobów przybliżenia doświadczalnego przebiegu siły obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy.

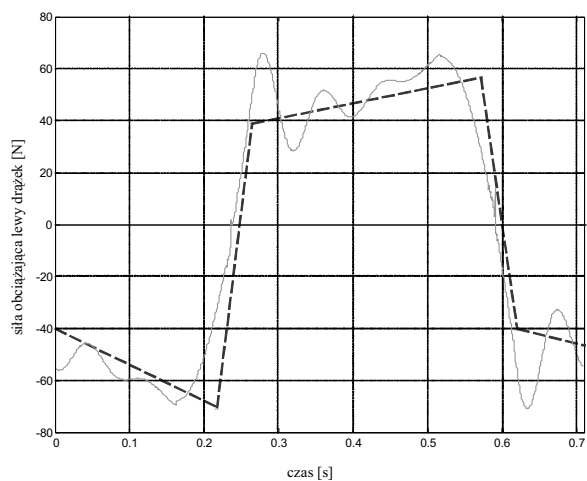


Rys. 12. Dynamiczne charakterystyki współczynnika tarcia suchego  
wyznaczone w przypadku uwzględnienia:

a) aproksymacji typu A, b) aproksymacji typu B, c) interpolacji I, d) interpolacji II  
(na rysunkach odmierzone rzeczywiste wartości kątów nachylenia charakterystyk  $\alpha$ ).

Fig. 12. Courses of dynamic dry friction characteristic determined in case of:  
a) approximation A, b) approximation B, c) interpolation I, d) interpolation II  
(with real inclination angle  $\alpha$  of characteristics taken into account in figures).

Na rysunkach 13-16 przedstawiono czasowe przebiegi siły obciążającej lewy drążek kierowniczy – doświadczalne (przybliżone z uwzględnieniem aproksymacji typu A i B oraz interpolacji I i II) oraz obliczeniowe (wyznaczone w wyniku optymalizacji).

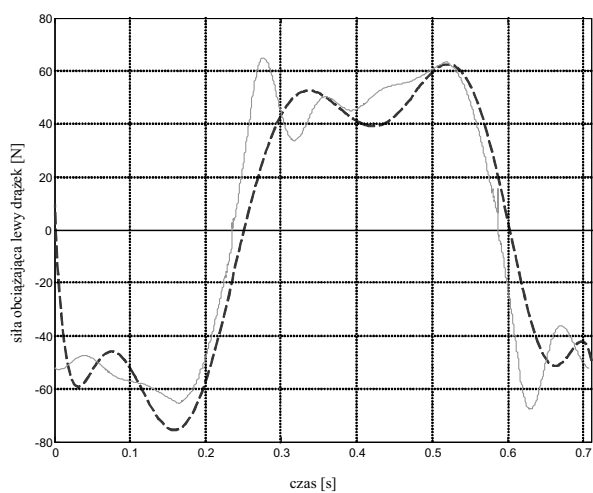


Rys. 13. Przebieg siły obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy wyznaczony:

— — doświadczalnie (aproxymacja A), ——— obliczeniowo.

Fig. 13. Course of axial force acting on left steering rod determined:

— — experimentally (approximation A), ——— computationally.

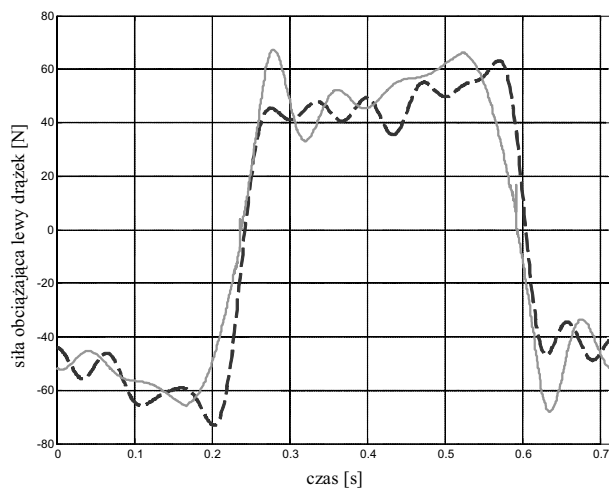


Rys. 14. Przebieg siły obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy wyznaczony:

— — doświadczalnie (aproxymacja B), ——— obliczeniowo.

Fig. 14. Course of axial force acting on left steering rod determined:

— — experimentally (approximation B), ——— computationally.

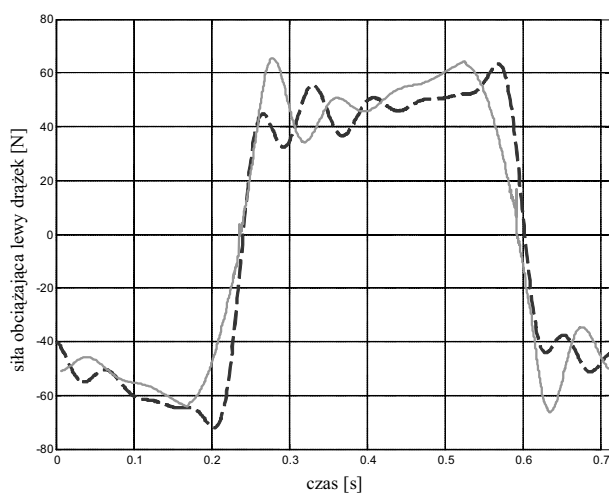


Rys. 15. Przebieg siły obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy wyznaczony:

— doświadczalnie (interpolacja I), — obliczeniowo.

Fig. 15. Course of axial force acting on left steering rod determined:

— experimentally (interpolation I), — computationally.

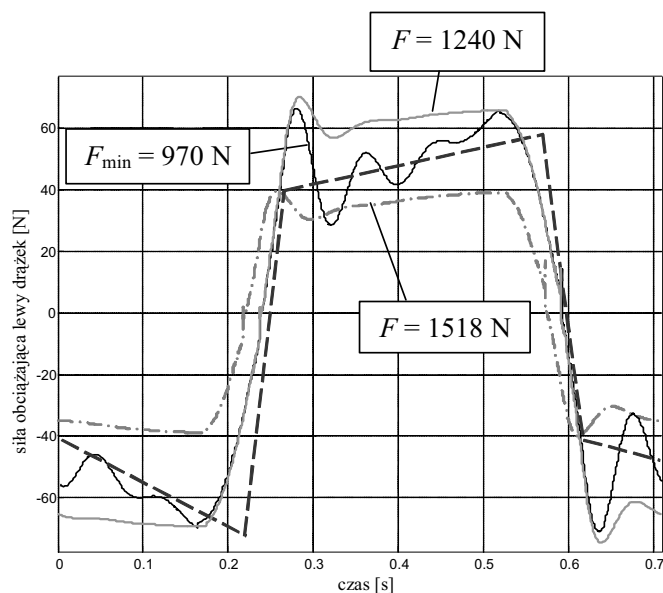


Rys. 16. Przebieg siły obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy wyznaczony:

— doświadczalnie (interpolacja II), — obliczeniowo.

Fig. 16. Course of axial force acting on left steering rod determined:

— experimentally (interpolation II), — computationally.



Rys. 17. Przebieg siły obciążającej osiowo lewy drążek kierowniczy wyznaczony:

- doświadczalnie (aproxymacja A),
- obliczeniowo przy uwzględnieniu optymalizacji,
- · - obliczeniowo przy uwzględnieniu stałych wartości współczynnika tarcia kinetycznego  $\mu_1 = \mu_2 = 0.17$ ,
- obliczeniowo przy uwzględnieniu stałych wartości współczynnika tarcia kinetycznego  $\mu_1 = \mu_2 = 0.38$ .

Fig. 17. Course of axial force acting on left steering rod determined:

- experimentally (approximation A),
- computationally by optimization,
- · - computationally with constant kinetic friction coefficient  $\mu_1 = \mu_2 = 0.17$ ,
- computationally with constant kinetic friction coefficient  $\mu_1 = \mu_2 = 0.38$ .

Na rysunku 17 porównano przebiegi siły obciążającej lewy drążek kierowniczy, wyznaczone doświadczalnie przy wykorzystaniu aproksymacji typu A oraz obliczeniowo – przy wykorzystaniu dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego, otrzymanej w wyniku optymalizacji (rys. 13), oraz przyjętych charakterystyk stałowartościowych. Generalnie, z analizy wykresów widać, że przebieg obliczeniowy, wyznaczony w przypadku uwzględnienia charakterystyki optymalnej, jest wyraźnie bardziej „zblizony” do przebiegu doświadczalnego niż przebiegi wyznaczone w przypadku charakterystyk stałowartościowych. Miarą lepszej zgodności przebiegu wyznaczonego na drodze optymalizacji z przebiegiem doświadczalnym jest znacząco mniejsza, obliczona w jego przypadku, wartość funkcji celu ( $F_{\min} = 970$  N) w porównaniu z wartościami tej funkcji, obliczonymi w przypadku uwzględnienia charakterystyk stałowartościowych. Przyjęty sposób optymalizacji okazał się zatem skuteczny,

gwarantując stosunkowo dokładne wyznaczenie poprawnego przebiegu dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach zwrotnic analizowanego układu kierowniczego.

### 5. Uwagi końcowe

Opracowana metoda, bazująca na wykorzystaniu wyników zrealizowanych badań doświadczalnych i obliczeń komputerowych, pozwala – zdaniem autorów – na wystarczająco dokładne wyznaczenie przebiegu dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach zwrotnic układów kierowniczych samochodów osobowych z zawieszeniem typu McPherson. Przebiegi tej charakterystyki zależą od przyjętego sposobu wymuszenia ruchu układu kierowniczego (czasowego przebiegu kąta obrotu kierownicy).

Wynikiem działań związanych z przygotowaniem przedstawionej metody jest:

- opracowanie stosownych algorytmów matematycznych i programu komputerowego,
- wykonanie stanowiska badawczego do realizacji badań doświadczalnych układów kierowniczych samochodów osobowych z zawieszeniem typu McPherson.

Tak przygotowany aparat badawczy umożliwia wyznaczenie dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego przegubach zwrotnic rozważanych układów kierowniczych, przy uwzględnieniu różnych wariantów czasowych przebiegów kąta obrotu kierownicy.

W podsumowaniu należałoby również zwrócić uwagę na ograniczenia metody – zbudowane stanowisko doświadczalne umożliwia jedynie prowadzenie badań w przypadku układu kierowniczego nieruchomego samochodu (np. opierającego się przednimi kołami na obrotnicach o pomijalnych oporach ruchu – jak to było w przypadku relacjonowanych badań). W praktyce inżynierskiej szczególnie interesująca byłaby jednakże znajomość dynamicznej charakterystyki współczynnika tarcia suchego w przegubach zwrotnic samochodu znajdującego się w ruchu. Opracowane, w ramach metody, algorytmy i program komputerowy mogłyby być tu użyteczne, pod warunkiem znajomości czasowych przebiegów sił obciążających osiowo drążki kierownicze i momentów oporu, oddziaływujących ze strony nawierzchni jezdni na skręcane przednie koła (opony) samochodu. Jest to jednak osobny, dość złożony problem, który zapewne znajdzie swoje rozwiązanie w niezbyt odległej przyszłości.

### Literatura

- [1] FORTUNA Z., MACUKOW B., WĄSOWSKI J.: *Metody numeryczne*, WNT, Warszawa 1993.
- [2] GANCARCZYK T., HARLECKI A.: *Zastosowanie oprogramowania ADAMS do analizy kinematycznej układu kierowniczego wybranego samochodu osobowego z zawieszeniem typu McPherson*, Materiały VIII Międzynarodowego Sympozjum IPM WAT, Warszawa – Rynia 2002.
- [3] HARLECKI A.: *Charakterystyki współczynników tarcia suchego styków metalowych*, ZN Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej, w recenzji.

- [4] HARLECKI A.: *Metoda analizy dynamicznej mechanicznych układów wieloczłonowych z tarciem suchym w parach kinematycznych*, Z.N. Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej, Ser. Rozprawy Naukowe, 2, 2002.
- [5] HARLECKI A. (red.): *Metoda identyfikacji dynamicznych charakterystyk współczynników tarcia w układach kierowniczych samochodów osobowych*, Sprawozdanie z wykonania Proj. Bad. KBN Nr 8 T12C 061 20, Katedra Mechaniki i Inżynierskich Metod Komputerowych, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, Akademia Techniczno-Humanistyczna, Bielsko-Biała, 2003.
- [6] HARLECKI A.: *Zastosowanie dynamicznych charakterystyk tarcia w zagadnieniach dynamiki maszyn*, Tribologia, 1, 1997.
- [7] HARLECKI A., KUBAS K.: *Modelowanie dynamiki układów kierowniczych samochodów osobowych*, Archiwum Motoryzacji, 7, 4, 2004.
- [8] JANUSZEWSKI W. (red.): *Badanie wpływu oporów ruchu mechanizmu zwrotniczego układu kierowniczego na czynne bezpieczeństwo kierowania samochodem*, Oprac. Problem. Nr BLT.001.97.B, Przemysłowy Instytut Motoryzacji, Warszawa 1997.
- [9] KARNOPP D.: *Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems*, Trans. of ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 107, March 1985.
- [10] KLECZKOWSKI A.: *Moment obrotowy na kierownicy występujący w czasie ustalonej jazdy po okręgu*. Teza Komisji Nauk.-Probl. Motoryzacji PAN O/Kraków, 8, Kraków 1996.
- [11] KNAPCZYK J., MANIOWSKI M.: *Badania stanowiskowe oporów w układzie kierowniczym samochodu osobowego*. Materiały VIII Międzynarodowego Sympozjum Instytutu Pojazdów Mechanicznych WAT „Doskonalenie Konstrukcji oraz Metod Eksploatacji Pojazdów Mechanicznych”, Warszawa-Rynia 2002 .
- [12] KOSMA Z.: *Wstęp do metod funkcji sklepanych*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej, Radom 1986.
- [13] LOZIA Z.: *Analiza ruchu samochodu dwuosowego na tle modelowania jego dynamiki*, Politechnika Warszawska, Prace Naukowe, Transport, 41, 1998.
- [14] MICHALEWICZ Z.: *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, PWN, Warszawa 1989.
- [15] NELDER J. A., MEAD R.: *A simplex method for function minimalization*, Computer Journal, 7, 1965, 308-313.
- [16] SPENDLEY W., HEXT G. R., HIMSWORTH F. R.: *Sequential application of simplex designs in optimization and evolutionary operation*, Technometrics, 4, 1962, 441-461.
- [17] WIT R.: *Metody programowania nieliniowego. Minimalizacja funkcji gładkich*, WNT, Warszawa 1986.

Przedstawiona metoda została opracowana w ramach realizacji projektu badawczego Nr 8 T12C 061 20, sfinansowanego przez Komitet Badań Naukowych.

### **Identification of dynamic dry friction characteristic in stub axle joints of passenger cars with McPherson suspension**

#### S u m m a r y

A method of determining dynamic dry friction characteristic in stub axle joints of steering systems of passenger cars with McPherson suspension has been presented in the paper. The procedure used, based on the earlier prepared physical and mathematical model of steering system of a chosen car, and algorithms of Nelder-Mead optimization method, allows to determine this characteristic, assuming that time-dependent courses of axial forces acting on steering rods are known. It is assumed that the car is stationary, and its front wheels are put on frictionless turn-tables. The results of the proposed method could be useful for designers and researchers of steering systems of passenger cars with McPherson suspension.