

Aleksander Śładkowski, Jerzy Śładkowski

Badanie stanu naprężeń przekładni trakcyjnych lokomotyw

W artykule dokonano analizy kilku metod wyznaczenia stanu naprężeń i odkształceń kół zębatach przekładni trakcyjnych lokomotyw. Zaproponowano nową metodykę, bazującą na metodzie elementów skończonych (MES). Cechą zaproponowanej metodyki jest wstępne uzgodnienie siatek MES współpracujących zębów. Dokonano także porównania wyników obliczeń MES z ogólnie przyjętymi obliczeniami według polskich norm.

Wcześniejsze metody obliczeń zębów na zginanie wyróżniały się bardzo uproszczonym podejściem do problemu. Obliczenia zęba, cechującego się skomplikowanym kształtem, przeprowadzano jako obliczenia zwykłej belki jednostronnie podpartej. Jednak przy całej aktualności danego problemu, wielu specjalistów do tej pory w obliczeniach wykorzystuje metody wytrzymałości materiałów. W rzeczywistości nie można ich zastosować w przypadku krótkiej belki z bardzo zakrzywionym profilem, którym właśnie jest ząb o profilu ewolwentowym. Kształt zęba uwzględnia się w obliczeniowych formułach tylko za pomocą dodatkowych empirycznych współczynników, co nie jest właściwym rozwiązaniem, szczególnie gdy rozpatrywane zęby są wykonane z korekcją. Istotnym sprecyzowaniem tej metodyki stała się hipoteza nieprostych przekrojów A. W. Wierchowskiego [1]. Ponieważ daje ona również niepełne i przybliżone rozwiązanie, oraz ze względu na swoją względną złożoność, była ona mało wykorzystywana.

W. Korewa w swojej pracy [2] również rozważa ząb jako belkę jednostronnie podpartą, stosując tzw. współczynnik Levisa, uwzględniający kształt zęba. Jednak obciążenie przykłada nie jak zazwyczaj na kole podziałowym lub na wierzchołku zęba, ale „w centrum szerokości korony zębatej w biegunie ząbienia i w kierunku prostopadłym do powierzchni zęba”. Nie da się ukryć, że tak ciekawe podejście do wyznaczenia zadania wzbudza pewne wątpliwości na temat otrzymanych wyników obliczeń.

Przedstawione fakty udowadniają konieczność obliczania przekładni zębatach z wykorzystaniem aparatu matematycznego teorii sprężystości. Niezbędne są również porównania otrzymanych wyników obliczeń z innymi metodami, stosowanymi obecnie. W artykule rozpatrywane są problemy związane z obliczeniem walcowych kół o zębach prostych, ponieważ są one powszechnie stosowane w przekładniach zębatach.

Metody matematycznej teorii sprężystości były już wcześniej wykorzystywane przez niektórych naukowców do obliczania zębów na zginanie. S. P. Timoszenko w artykule [3] rozpatruje zginanie i spowodowane nim naprężenia, powstające u podstawy zęba. Za pomocą eksperymentalnej metody badań rozpatruje on stan naprężeniowo-odkształcalny w niebezpiecznym przekroju – u podstawy zęba. Następnie, na bazie poprzednich badań, wyznacza wartość współczynnika koncentracji naprężeń – stosunek maksymalnego naprężenia w miejscu krzywej przejściowej do naprężenia wyliczonego według podstawowego wzoru dla wyzna-

czenia naprężeń w pręcie zginanym. Współczynnik koncentracji naprężeń jest szczególnie ważny dla wszystkich konstruktorów i powinien koniecznie być brany pod uwagę przy obliczaniu obciążenia dopuszczalnego zęba. Aby otrzymać ten współczynnik dla zębów różnych rozmiarów została przeprowadzona eksperymentalna praca, w której wykorzystano metodę fotosprężystości. Podobne podejście wykorzystał także L. Müller w jednej ze swoich prac [4]. Przeprowadzone eksperymenty udowodniły, że dzięki rozpatrzonej powyżej koncentracji naprężeń, naprężenie maksymalne ma wielkość o wiele większą niż wyliczone za pomocą podstawowego wzoru dla wyznaczenia naprężeń w pręcie zginanym. Zwiększając promień krzywej przejściowej można znacznie podnieść wytrzymałość koła zębatego. W pracy [3] S. P. Timoszenko rozpatrzył nie tylko naprężenia pochodzące od zginania, lecz również, bazując na teorii H. Hertza, uwzględnił miejscowe naprężenia na powierzchni kontaktu zębów, w swoich obliczeniach bazował zwłaszcza na teorii maksymalnych naprężeń stycznych. Stwierdził, że najważniejszym czynnikiem jest różnica między maksymalnymi i minimalnymi głównymi naprężeniami i udowodnił, że maksymalne styczne naprężenia powstają na określonej głębokości, a nie dokładnie na powierzchni kontaktu. Tym faktem Timoszenko dał pewne objaśnienie zjawiska *pittingu*.

Jedną z najciekawszych prac związanych z analizą stanu naprężeń prostych zębów ewolwentowych jest monografia W. Ł. Ustinienki [5]. Autor, korzystając z aparatu teorii funkcji zmiennej zespolonej, znajduje rozwiązanie zadania płaskiego teorii sprężystości drogą odwzorowania konformicznego zęba na półpłaszczyznę, z kolejnym wyprowadzeniem równań pozwalających wyliczyć naprężenia na konturze zęba. Ale głównym zadaniem jest tu nie wyprowadzenie wzorów do obliczenia stanu naprężeń, lecz otrzymanie stosunkowo łatwej funkcji matematycznej, maksymalnie ściśle opisującej realny profil zęba ewolwentowego. Na podstawie pracy N. I. Muschieliszwili [6] przyjęto przypuszczenie o określonej funkcjonalnej zależności, adekwatnie opisującej realny profil zęba. W pracy [5] Ustinienko stwierdza, że błąd, założony pierwotnie w daną funkcjonalną zależność, jest nieistotny. Ale jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, jak duży jest ten błąd, w pracy nie ma.

Niewątpliwie taka różnorodność metod obliczeniowych powoduje chęć porównania rezultatów i określenie chociażby w przybliżeniu, jakie metody warto wykorzystywać, a jakie nie. W rezultacie do tego celu zostały wybrane dwie metody, zaczerpnięte z książek [7, 8]. Prace te zostały wybrane dlatego, że ich autorzy są jednymi z najczęściej cytowanych w literaturze, a także przedstawiają one dosyć typowe podejście do rozwiązania rozpatrywanego zadania.

Obliczenia prowadzono dla głównych przekładni napędowych lokomotyw EU 07 i EP 09 (fot. 1). Wyniki były identyczne dla obu przekładni i dlatego w tej pracy przytoczono obliczenia tylko dla EU 07, ponieważ jest ona najbardziej rozpowszechnioną lokomotywą pasażerską w Polsce.

Nominalna siła obwodowa, działająca w zazębieniu, może być określona za pomocą wzoru

$$F_n = \frac{F_{\max}}{4} \cdot \frac{d_k}{d_2} = 92,3 \text{ kN} \quad (1)$$

gdzie:

$F_{\max} = 280 \text{ kN}$ – największa siła pociągowa lokomotywy [9],

$d_k = 1,25 \text{ m}$ – średnica koła

$d_2 = 0,948 \text{ m}$ – średnica okręgu podziatowego koła zębatego.

Rzeczywiste przekładnie zębate są obciążone różnymi odchyłkami wykonania. Dlatego w praktyce, do modelowania obciążeń dynamicznych, uderzeń, niedokładności wykonania i montażu przekładni stosuje się podejście quasistatyczne. Oznacza to, że we wzorze dla obliczenia nominalnej siły obwodowej, działającej na ząb, wprowadza się współczynniki korygujące, których wartość określa się na podstawie metod eksperymentalnych i statystycznych. Współczynniki te zwiększają moduł siły, tym samym uwzględniają oddziaływania dynamiczne, jak również inne przeciążenia. W ten sposób znajduje się przybliżoną wartość siły obliczeniowej ze wzoru:

$$F_o = F_n k_j k_v k_{Fa} \quad (2)$$

gdzie:

k_j – współczynnik nadwyżek dynamicznych, uwzględniający działanie przeciążeń zewnętrznych;

k_v – współczynnik nadwyżek dynamicznych, uwzględniający działanie przeciążeń wewnętrznych, który zależy od kilku parametrów w tym od prędkości obrotowej koła zębatego;

k_{Fa} – współczynnik nadwyżek dynamicznych, uwzględniający nierównomierność podziału naprężeń.

Jednak w tym artykule, dla porównania z rezultatami otrzymanymi za pomocą MES, nie ma potrzeby korzystania z quasistatycznego podejścia. Wystarczy skorzystać z siły nominalnej, a dalej metody rozchodzą się. W pracy [7] proponuje się następnie obliczenie (albo określenie na podstawie nomogramu) współczynnika q , uwzględniającego kształt zęba. Dla ilości zębów zębownika $z_1 = 18$ i współczynnika przesunięcia wyjściowego zarysu narzędzia $x_1 = 0,4$ znajduje się odpowiedni współczynnik $q = 2,35$. Wtedy poszukiwane naprężenie pochodzące od zginania w najbardziej niebezpiecznym przekroju zęba – u stopy zęba w strefie krzywej przejściowej można znaleźć ze wzoru:

$$\sigma_g = \frac{F_n q}{b m_n} Y_\epsilon = \frac{92300 \cdot 2,35}{0,127 \cdot 0,012} \cdot 1 \approx 142 \text{ MPa} \quad (3)$$

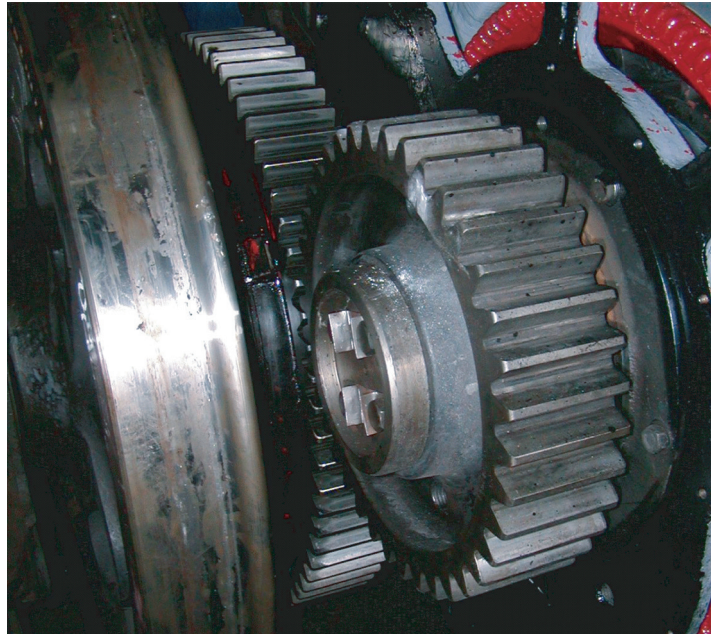
gdzie:

$b = 0,127 \text{ m}$ – szerokość korony zębatej,

$m_n = 0,012 \text{ m}$ – moduł normalny (i jedyny dla przekładni o zębach prostych),

Y_ϵ – współczynnik uwzględniający obecność w zazębieniu drugiej pary zębów, ponieważ została przyjęta forma obliczeń dla jednej pary zębów w zazębieniu, $Y_\epsilon = 1$.

L. Müller w pracy [8] przedstawia kilka możliwych metod rozwiązania zadania stanu naprężeń zębów, w tym wymienia metodę bazującą na MES. Ale najbardziej szczegółowo rozpatruje podejście „klasyczne”. Rozbieżność z metodą rozpatrzoną wyżej wynika z innego znaczenia wykorzystanej siły obliczeniowej. L. Müller



Fot. 1. Przekładnia napędowa lokomotywy EP 09

uważa, że siła działająca na kole tocznym musi przykładać się prostopadle do ewolwentowej powierzchni zęba w punkcie przecięcia ewolwenty z kołem tocznym, więc na dodatek należy ją zwiększyć o cosinus kąta przyporu zgodnie ze wzorem:

$$F = \frac{F_n}{\cos \alpha_w} = \frac{92,3}{0,94} = 98,2 \text{ kN} \quad (4)$$

Wtedy maksymalną wartość naprężeń u podstawy zęba można znaleźć za pomocą wzoru

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{b m_n} Y_e = \frac{98\,200}{0,127 \cdot 0,012} \cdot 4,23 \approx 273 \text{ MPa} \quad (5)$$

gdzie:

$Y_e = 4,23$ – współczynnik otrzymany na podstawie nomogramu przedstawionego w pracy [8] dla odpowiednich parametrów geometrycznych małego koła zębatego.

Obliczenia kontrolne przeprowadzono według metod proponowanych w aktualnych polskich normach. Niestety szczegółowe przedstawienie wszystkich obliczeń w tej pracy nie jest możliwe ze względu na ich obszerność. Ostateczny wzór do obliczenia naprężeń u podstawy zęba, pochodzących od zginania zgodnie z normą [10] według metody B wygląda następująco:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_1}{b m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta = 180,7 \text{ MPa} \quad (6)$$

gdzie:

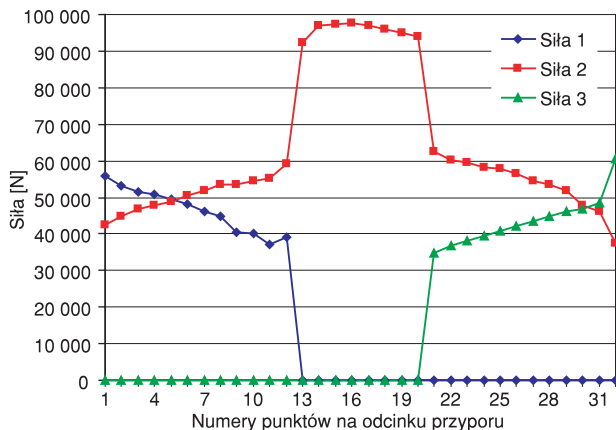
σ_{F0} – nominalne naprężenie u podstawy zęba, określane jako maksymalne naprężenie rozciągające u podstawy zęba przy statycznym obciążeniu bezodchytkowego koła zębatego nominalnym momentem statycznym;

$Y_F = 1,26$ – współczynnik kształtu zęba, który uwzględnia wpływ kształtu zęba na nominalne naprężenia gnące przy przyłożeniu siły w zewnętrznym punkcie jednoparowego przyporu;

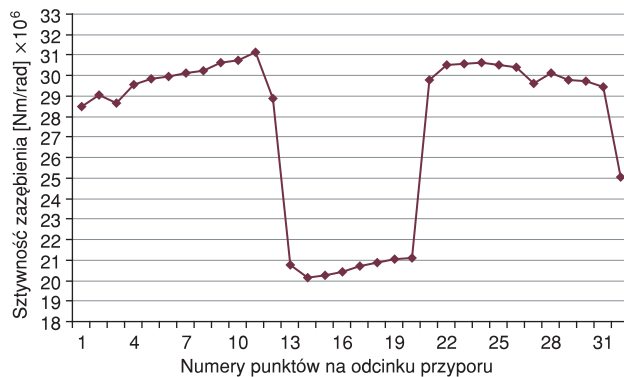
$Y_S = 2,369$ – współczynnik korekcji naprężenia uwzględniający przekształcenie nominalnego naprężenia gnącego w miej-

scowe naprężenia u podstawy zęba przy przyłożeniu siły w zewnętrznym punkcie jednoparowego przyporu;
 $Y_{\beta} = 1$ – współczynnik kąta pochylenia linii zęba.

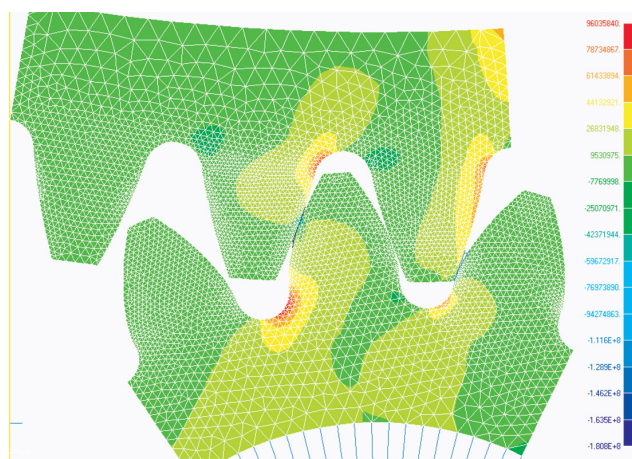
Na podstawie przedstawionych obliczeń można stwierdzić, że rezultaty otrzymane za pomocą różnych metod bardzo się różnią między sobą. Metody obliczenia przekładni, które były wykorzystywane dotychczas, nie w pełni odzwierciedlały rzeczywistą geometrię przekładni zębatych. Zastosowanie nowoczesnego sprzętu komputerowego i współczesnych metod obliczeniowych mechaniki ciała odkształcalnego stałego pozwala usunąć ułomność poprzednich metod.



Rys. 1. Wartości sił działających na poszczególne zęby w odpowiednich punktach ząbienia



Rys. 2. Wartości sztywności ząbienia w odpowiednich punktach



Rys. 3. Rozkład naprężeń występujących podczas współpracy kół zębatych przekładni napędowej lokomotywy EU 07

Metoda Elementów Skończonych jest w tej chwili najbardziej skutecznym podejściem do rozwiązania podobnych zadań. Oczywiście, przy ogólnej dokładności samej metody, ten problem jest dosyć złożonym zadaniem i wymaga stałego sprecyzowania. Niniejsza praca jest rozwinięciem pracy [11], w której zaproponowano metodę obliczania oddziaływania kontaktowego zębów przekładni, bazującą na zastosowaniu MES. Możliwe było stosowanie przedstawionej metody w przypadku dosyć dużej ilości elementów na profilu ewolwentowym zębów. Ale dla przestrzennych zadań oddziaływania kontaktowego zębów należy ograniczyć się do stosunkowo małej ilości elementów skończonych wzdłuż profilu ewolwentowego. Bazując na rezultatach przedstawionych w pracy [12] w celu zmniejszenia błędów obliczeń trzeba zorganizować dopasowanie kontaktowych par węzłów.

Wprowadzając parametry przekładni do programu Teeth ver. 2.4, opracowanego przez autorów, w rezultacie obliczeń można otrzymać modele geometryczne sektorów zębatych osobno dla koła i zębniaka. Następnie, po kolejnym ich imporcie do MSC.NASTRAN z neutralnych (*.neu) plików powstaje siatka elementów skończonych odpowiadająca głównemu warunkowi oddziaływania kontaktowego dla programów MES. Przy normalnym ząbieniu zębów wzdłuż całej linii ząbienia w określonych wstępnie punktach zawsze znajduje się co najmniej jedna para węzłów kontaktowych. W każdym punkcie ząbienia, zgodnie z ilością węzłów na aktywnej części ewolwenty, należy przeprowadzić obliczenia kontaktowe z wykorzystaniem elementów Slide Line. W rezultacie obliczeń otrzymuje się różne typy naprężeń, łącznie z naprężeniami redukowanymi według energetycznego kryterium Hubera-Misesa-Henki, a także wartości sił kontaktowych, działających w każdej parze zębów w 32 punktach wzdłuż całej linii ząbienia (rys. 1), oraz wartości sztywności ząbienia (rys. 2).

Najbardziej interesujące są maksymalne główne naprężenia pochodzące od zginania zębów, występujące w strefie krzywej przejściowej u podstawy zęba, ponieważ właśnie te naprężenia trzeba porównać z danymi otrzymanymi za pomocą innych metod obliczeniowych. W rezultacie obliczeń okazało się, że największe naprężenia u podstawy zęba, pochodzące od zginania zęba zębniaka, powstają w momencie, który poprzedza wejście w ząbienie następnego zęba. Zgodnie z obliczeniami według MES w tym położeniu kąt zębatych MPa. Oznacza to, że wartości nominalnych naprężeń u podstawy zęba, obliczane na podstawie metody proponowanej przez polskie normy, w tym konkretnym przypadku są zawyżone o 23%.

Przykład wyników obliczeń przedstawiono na rysunku 3. W tym przypadku rozpatrywany jest stan naprężeń (maksymalne główne naprężenia, powstające u podstawy zębów) dla przekładni napędowej lokomotywy EU 07.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można wyciągnąć wniosek, że opracowana została sprecyzowana metoda obliczania stanu naprężeń kół o zębach prostych. Przedstawiona powyżej metodyka może być efektywnie wykorzystana do analizy pracy przekładni napędowych lokomotyw.

Literatura

- [1] Wierchowski A.W.: *Oprzeźnienie naprężeń w opasnych sieczeniach detalej stożnej formy*. Moskwa 1958.
- [2] Korewa W.: *Części maszyn. Część III*. Wydanie VIII. Warszawa 1971.

Dokończenie na s. 95 >