

Zastosowanie metody elementów skończonych w budowie pojazdów

Franciszek Romanów

Politechnika Zieloniogórska

1. Wstęp

Gdy w roku 1967 Olgierd Zienkiewicz wydał pierwszą swoją książkę, znaczną część obszernego wstępu poświęcił definicji metody elementów skończonych (MES). Dziś wydaje się to zbyt proste gdyż metoda ta stała się najbardziej popularną oraz najbardziej efektywnym narzędziem inżynierów uprawiających różne dziedziny wiedzy. Nastąpiło to dzięki burzliwemu rozwojowi niesłychanie szybkich maszyn cyfrowych i urządzeń wspomagających procesy obliczeniowe. Problem pewnych operacji związanych z kontinuum o nieskończonej liczbie stopni swobody sprowadza się do analizy skończonej ilości elementów. To jest właśnie podstawą koncepcji MES, którą w 1956 roku przedstawił M. J. Turner w swojej pracy. Od lat sześćdziesiątych obserwuje się bardzo szybki rozwój tej metody również u nas w kraju. Początek tak dynamicznemu rozwojowi MES zawdzięczamy jednej z pierwszych prac, jaka ukazała się w języku polskim. Była to książka O. Zienkiewicza MES. [4]. Powstało również wiele innych opracowań w formie publikacji oraz książek.

Można tu tylko dla przykładu wymienić książki:

- pod redakcją J. Szmeltera „MES w Statyce Konstrukcji” 1979,
- J. Szmelter „Metody Komputerowe w Mechanice Kontinuum” 1985,
- M. Kleiber „Nieliniowa Mechanika Kontinuum” 1985,
- Z. Wuszczyszyn, Cz. Cichoń, M. Radwańska „MES w Stateczności Konstrukcji” 1990.
- Pietrzak J., Rakowski G., Wrześniowski K. „Macierzowa Analiza Konstrukcji” 1979.

Z wielką przyjemnością wymienię tu również prace doktorskie moich doktorantów, jak np.:

- J. Czmochoński „Analiza Stateczności Niejednorodnych Płyt Trójwarstwowych Metodą ES”.

— W. Zabłocki „Dobór Optymalnych Przekrojów Poprzecznych Elementów Ram Samochodowych“.

— E. Rusiński „Zastosowanie MES z Uwzględnieniem Skręcania Nieswobodnego do Określenia Wytrzymałości Układów Prętowych i Układów Prętowo — Powłokowych” oraz Jego Książkę [3].

Na koniec wspomnę również swoją książkę „Wytrzymałość Ram i Nadwozi Pojazdów”, w której zawarty jest duży rozdział dotyczący MES z wykorzystaniem teorii nieswobodnego skręcania.

Niniejszy referat nie będzie miał charakteru wykładu o Metodzie ES, ale chciałbym raczej wskazać na ciekawe efekty tej metody i pokazać pewne jej zastosowania w budowie pojazdów samochodowych.

Chciałbym również w tym wstępie podziękować Panu Prof. Cezaremu Szczepaniakowi przewodniczącemu Polskiego Towarzystwa Naukowego Motoryzacji za zaproszenie mnie do opracowania tego referatu, który został wygłoszony na IV Walnym Zjeździe tego Towarzystwa. Odbył się on w Ryni, roku 2000.

Radość moja jest tym większa, że na III Zjeździe miałem również przyjemność wygłosić referat na temat „Współczesne tendencje w Budowie Nadwozi Samochodowych” [5].

2. MES w zastosowaniu do obliczania ram samochodowych

2.1 Obciążenia

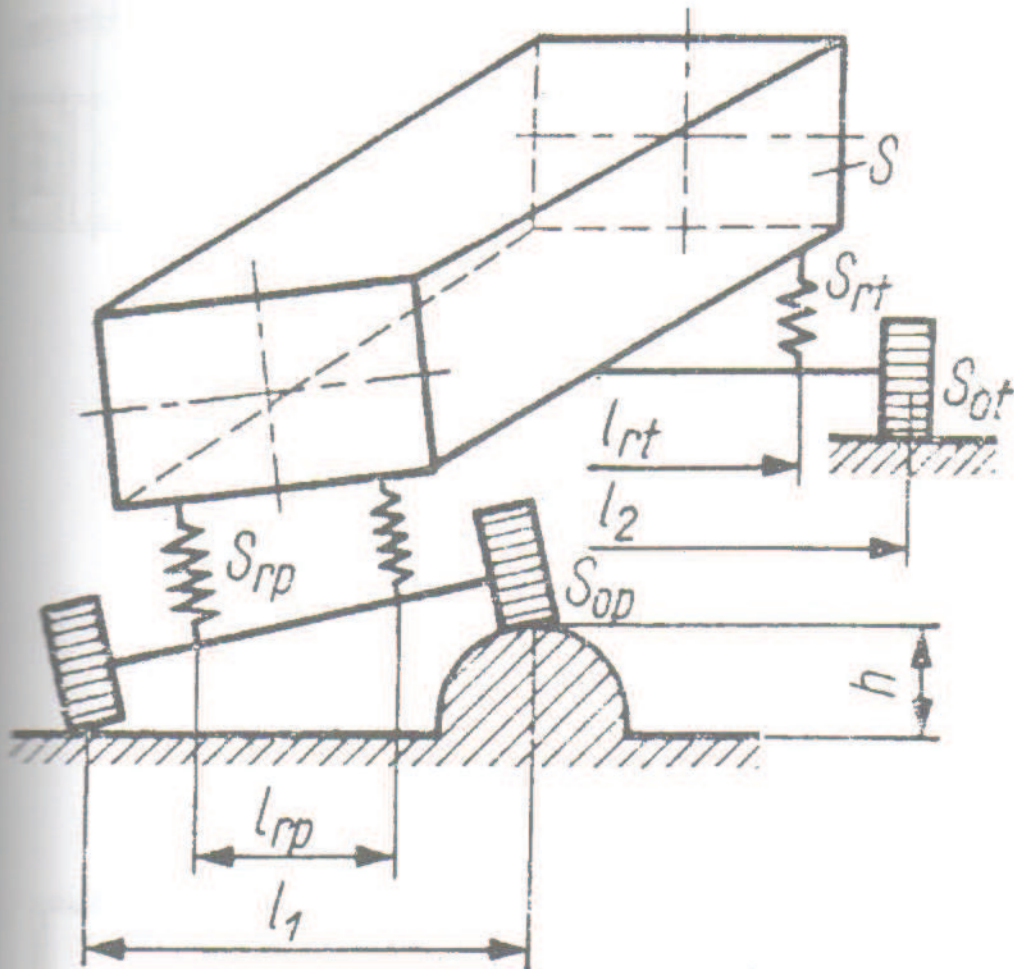
Rama samochodowa w czasie eksploatacji obciążona jest złożonym układem sił i momentów. Są to:

- obciążenia pionowe pochodzące od ciężaru własnego i ładunku,
- obciążenia skręcające ramę gdy pojazd porusza się po nierównościach drogi, (rys 2.1)
- siły wzdłużne wynikające z uciągu, hamowania i przyspieszeń,
- siły odśrodkowe będące efektem ruchu samochodu na zakręcie,
- obciążenia pochodzące od silnika.

Ten złożony stan obciążeń wywołuje w poszczególnych elementach ramy (poprzeczki, podłużnice) naprężenia normalne i naprężenia styczne. Wspólną cechą ram samochodowych jest to, że budowane są one z prętów cienkościennych, o otwartych lub zamkniętych przekrojach poprzecznych. Przykłady takich ram są przedstawione na rys. 2.2

Powszechnie jest znany sposób obliczania naprężeń normalnych pochodzących od rozciągania, ściskania i zginania oraz naprężeń stycznych przy swobodnym skręcaniu. Nieco trudniejszym zagadnieniem staje się określenie naprężeń normalnych wycinkowych (σ_ω) oraz naprężeń giętno skrętnych stycznych (τ_ω) wywołanych skręcaniem nieswobodnym.

Dokładna analiza i sposób obliczania tych naprężeń przedstawione są w pracy [2]. Tutaj zwrócę uwagę tylko na stan obciążeń wewnętrznych i naprężeń w pręcie, gdy

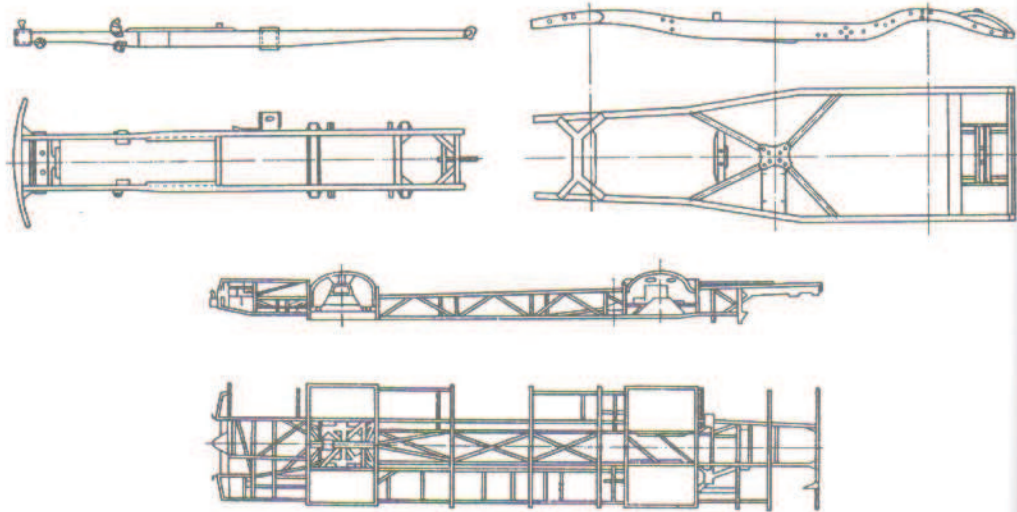


Rys 2.1 Stan pojazdu podczas skręcania
Figure 2.1 Model of turning vehicle

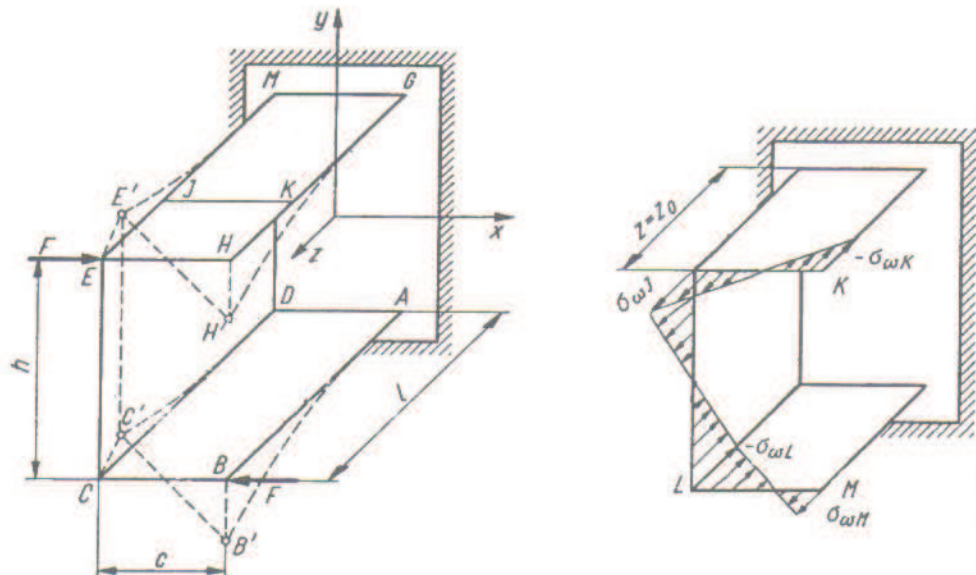
obciążony on jest momentem skręcającym M_S . Ten stan obciążeń ma istotne znaczenie przy wyborze odpowiedniego modelu obliczania ram Metodą ES, stąd kilka uwag na ten temat zostanie przedstawione na przykładzie pręta zamocowanego na przekroju A i obciążonego na końcu momentem M_S . Taki pręt pokazany jest na rysunku (2.3). Ten moment skręcający wywołuje w pręcie trzy wewnętrzne obciążenia:

- moment swobodnego skręcania $M_V(z)$, który wywołuje naprężenia styczne τ_v ,
- moment giętno skrętny $M_W(z)$, którego skutkiem są naprężenia styczne τ_w oraz
- bimoment $B(z)$, którego efektem są naprężenia normalne σ_w .

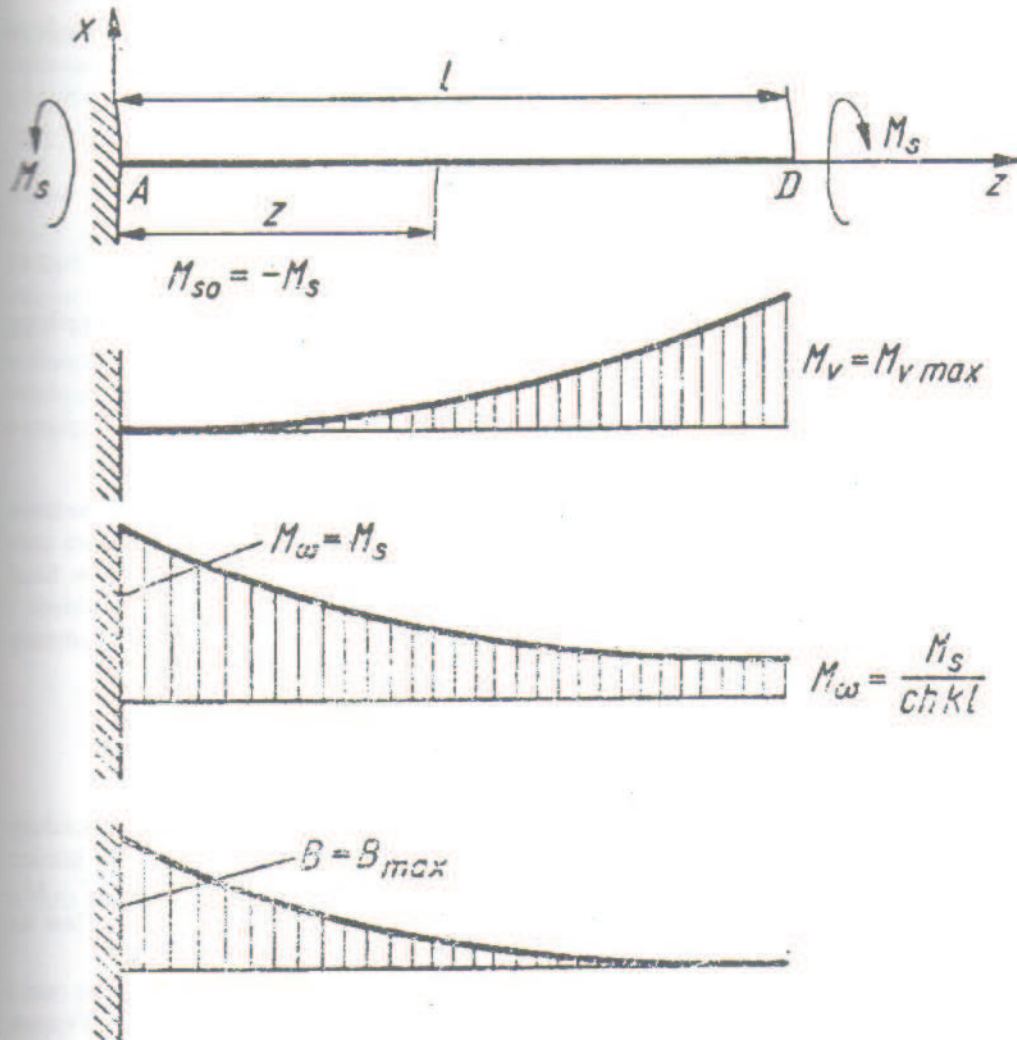
Rozkład tych obciążeń na długości pręta przedstawia rysunek 2.4



Rys 2.2 Przykłady ram samochodowych
Fig. 2.2 Examples of car frame constructions



Rys. 2.3 Skręcanie pręta parą sił
Fig. 2.3 Model of thin-walled bar torsion



Rys. 2.4. Skręcany pręt wspornikowy wraz z rozkładem momentów obciążających
 Fig. 2.4 Internal load distribution in a thin-walled twisted bar

W oparciu o rys (2.4) można wyprowadzić wzór na kąt skręcenia Θ oraz obciążenia wewnętrzne. W dowolnym przekroju pręta musi być spełniony warunek równowagi momentów.

$$M_S = M_V + M_\omega = GJ_0\Theta' - EJ_\omega\Theta''' \quad (2.1)$$

Różniczkując obustronnie otrzyma się:

$$\Theta^{IV} - k^2\Theta' = 0, \quad k^2 = GJ_0 / EJ_\omega \quad (2.2)$$

Wynika to stąd, że $M''_S = 0$ bo na pręt nie działa moment skręcający ciągle rozłożony na długości pręta.

Rozwiązaniem równania (2.2) jest funkcja określająca kąt skręcenia $\Theta(z)$. Wykorzystując cztery warunki brzegowe, otrzyma się:

$$\Theta(z) = \Theta(0) + \Theta'(0) \frac{shzz}{k} + \frac{B_0}{GJ_0} (1 - chzkz) + \frac{M_0}{GJ_0} \left(Z - \frac{skz}{k} \right) \quad (2.3)$$

Pochodną tego równania nazywa się deplanacją i określa się ją wzorem:

$$\Theta'(z) = H(z) = \Theta'(0)chzkz - \frac{B_0k}{GJ_0} shkz + \frac{M_0}{GJ_0} (1 - chkz) \quad (2.4)$$

Równania te mają istotne znaczenie, gdyż na ich podstawie zostaną określone elementy macierzy sztywności wynikające z nieswobodnego skręcania.

Modele MES wykorzystywane do obliczania ram

Dokładność poszukiwanego rozwiązania między innymi zależy od ilości i rodzaju elementu skończonego. Ze wzrostem ilości elementów w istotny sposób wzrasta czas potrzebny na przygotowanie danych, na proces liczenia oraz na analizę wyników. Stąd dobór odpowiednich elementów skończonych ma ogromny wpływ na dokładność i koszty obliczeń. W związku z tym przedstawimy pokrótce trzy główne elementy mające zastosowanie w praktyce.

Element belkowy

Najprostszym modelem MES w zastosowaniach do obliczania ram są procedury oparte na elemencie belkowym. Taki element charakteryzuje się tym, że każdy koniec pręta posiada sześć stopni swobody: trzy przemieszczenia wzdłuż trzech osi U_x , U_y , U_z oraz trzy obroty względem tych osi α_x , α_y , α_z . Taki element przedstawiony jest na rysunku (2.5)

Tu należy od razu wyjaśnić, że ten model jest mało przydatny do obliczania ram i nadwozi samochodowych, gdyż konstrukcje te narażone są na skręcanie. Wyjątek mogą stanowić ramy zbudowane z prętów o przekroju zamkniętym. Są to przekroje kwadratowe i kołowe. Bardzo dobrze ten problem wyjaśniają obliczone naprężenia w ramie przedstawionej na rys. 2.6.

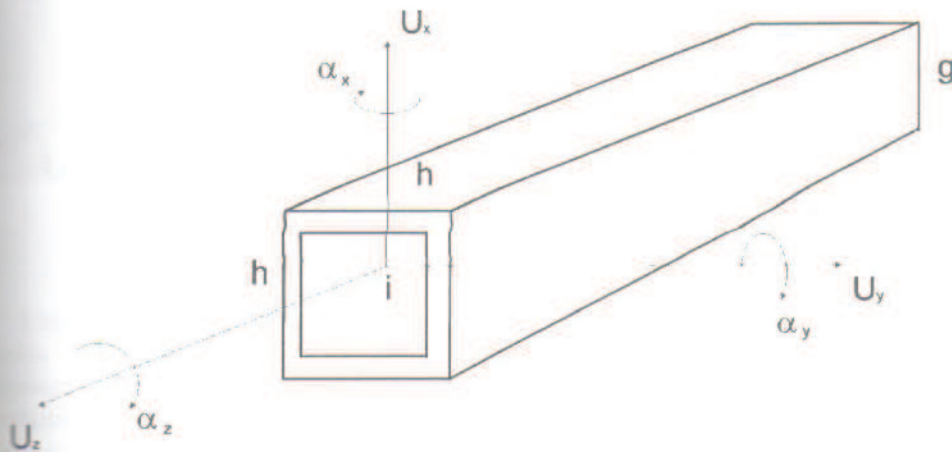
Zastosowanie do obliczeń tej ramy MES opartej na elementach belkowych powoduje, iż rzeczywiste naprężenia jakie występują w tej ramie, są o 2.5 razy większe od naprężeń wynikających z obliczeń dokonanych na podstawie elementu belkowego (klasyczne programy MES). Z tych też względów takiemu modelowi nie będziemy poświęcać więcej uwagi.

Element powłokowy

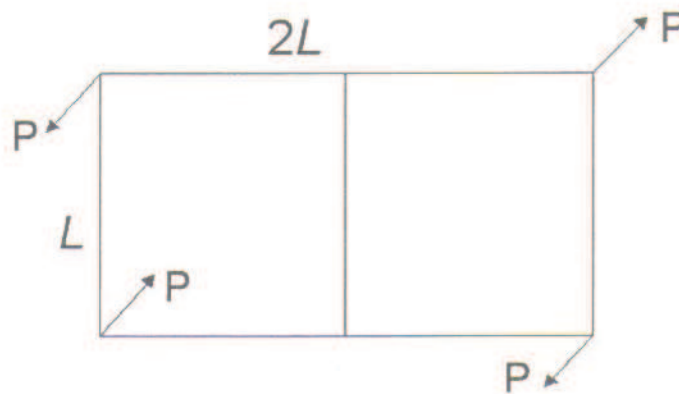
MES oparta na elementach powłokowych jest najskuteczniejszym sposobem obliczania konstrukcji. Jest ona najdokładniejsza ale zarazem wymaga ogromnego

nakładu pracy. Wynika to z potrzeby podziału konstrukcji na bardzo dużą liczbę elementów. W przypadkach gdy konstrukcja jest niejednorodna (otwory, ostre załamania, nity, spoiny itp.) to dla określenia koncentracji naprężeń należy stosować podział na bardzo małe elementy. Na rys. (2.7) przedstawione są najczęściej stosowane elementy powłokowe. Charakteryzują się one tym, że w każdym węźle istnieje pięć stopni swobody: przemieszczenia U_x , U_y , U_z oraz obroty α_x , α_y .

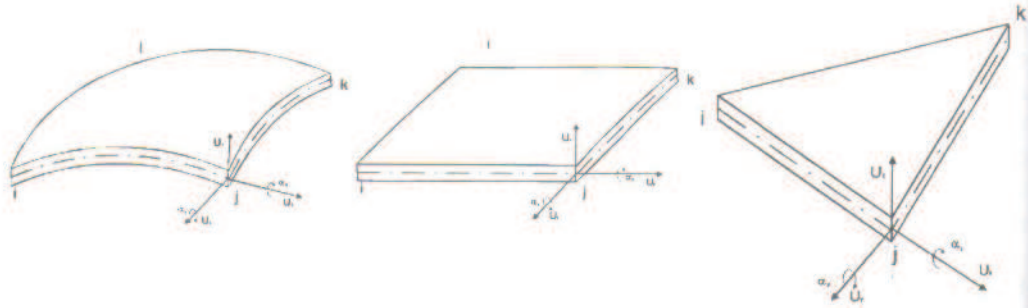
Jako przykład zastosowania elementów powłokowych, na rys. (2.8)[3] pokazano fragment ramy samochodowej. Patrząc na ten rysunek można sobie wyobrazić, jak dużą liczbę takich elementów należy zastosować w celu obliczenia całej ramy. Stąd wniosek, że należy poszukiwać innych bardziej skutecznych sposobów obliczania ram. Wydaje się, że takim rozwiązaniem może być pręt cienkościenny, dla którego uwzględnia się teorię nieswobodnego skręcania.



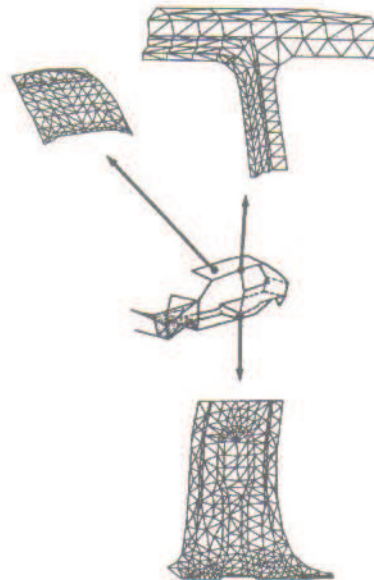
Rys. 2.5 Element belkowy o sześciu stopniach swobody na każdym końcu
Fig. 2.5 Sixth degree of freedom beam element



Rys. 2.6 Przykład ramy skręcającej, w której nie mogą być stosowane elementy belkowe
Fig. 2.6 Example of a twisted frame to which a 7th degree of freedom element has been applied



Rys. 2.7 Rodzaje elementów powłokowych
Fig. 2.7 Shell element types



Rys. 2.8 Przykład zastosowania elementów powłokowych
Fig. 2.8 Examples of shell element application

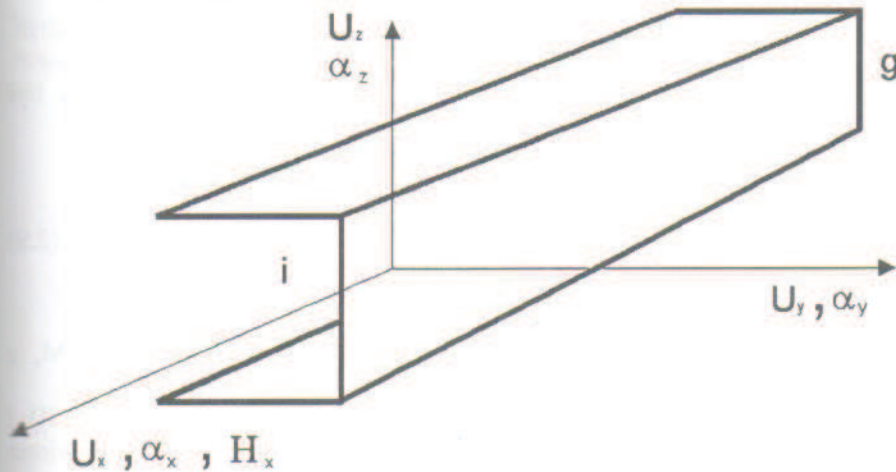
Cienkościenny element belkowy

Cienkościenny element belkowy jest najwierniejszym modelem zastępczym w stosunku do cienkościennego pręta o otwartym przekroju poprzecznym, gdyż w nim uwzględnia się efekty wynikające z teorii skręcania nieswobodnego.

Biorąc pod uwagę to, iż teoria ta nie jest powszechnie stosowana, pokrótce przedstawię wyprowadzenie macierzy sztywności, która jest najważniejszym ogniwem w MES oraz kilka zastosowań praktycznych. Prace nad zastosowaniem cienkościennego elementu rozpoczął autor wraz ze swoim zespołem już w latach siedemdziesiątych na Politechnice Wrocławskiej. Efektem tych prac były między innymi dysertacje, które wyeksponowano we wstępie.

W cienkościennym elemencie belkowym w stosunku do elementu belkowego uwzględnia się siódmy stopień swobody. Jest to deplanacja H_x (wzór 2.4) będąca skutkiem bimomentu.

Taki element przedstawiono na rys. 2.9.



Rys. 2.9 Cienkościenny element belkowy o siedmiu stopniach swobody w węźle
Fig. 2.9 A 7th degree of freedom element

Elementy macierzy sztywności pochodzące od nieswobodnego skręcania wyprowadza się przy pomocy równań (2.3) i (2.4). W każdym węźle pręta działają bimomenty B_i ; B_g oraz momenty skręcające M_{si} , M_{sg} . Do wyznaczenia tych czterech niewiadomych niezbędne są cztery równania. Równania te można otrzymać z czterech grup warunków brzegowych dla kąta skręcenia $\Theta(x)$:

$$\begin{array}{ll} \text{I. dla } x = 0; \Theta_i = \Theta_0 = 1; \Theta'_i = 0 & \text{II. } \Theta_i = \Theta'_g = \Theta_g = 0 \\ \text{dla } x = l; \Theta_g = 0; \Theta'_g = 0 & \Theta'_i = H_i = 1 \\ \text{III. } \Theta_g = 1; \Theta'_g = \Theta_i = \Theta'_i = 0 & \text{IV. } \Theta'_g = 1; \Theta_g = \Theta_i = \Theta'_i = 0 \end{array} \quad (2.5)$$

Odnosząc się do węzła i oraz g , początkowe obciążenia przyjmą nowe oznaczenia: $B_o = B_i$; $M_{s0} = M_{si}$; $\Theta_0 = \Theta_i$. Z pierwszej grupy warunków brzegowych uzyska się:

$$\Theta_i = 1 + \frac{B_i}{GJ_0} (1 - chkl) + \frac{M_{si}}{GJ_0} \left(l - \frac{shkl}{k} \right) = 0 \quad (2.6)$$

$$\Theta'_i = \Theta'_g = \frac{B_i k}{GJ_0} shkl - \frac{M_{si}}{GJ_0} (chkl - 1) = 0 \quad (2.7)$$

Stąd znajdzie się:

$$M_{s_0} = \frac{GJ_0 a_s}{q_s}; B_i = \frac{GJ_0 p_s}{q_s} \quad (2.8)$$

gdzie $a_s = k \cdot shkl$; $q_s = (chkl - 1)^2 + shkl(kl - shkl)$; $p_s = chkl - 1$

Z równania równowagi wynika, że $M_{sg} = -M_{si}$; $B_g = -B_i$

Postępując podobnie i wykorzystując następne grupy warunków brzegowych, otrzyma się dalsze elementy macierzy, w których oznaczono:

$$m_s = \frac{kl \cdot \cos kl - shk l}{k}; \quad r_s = \frac{shkl - kl}{k}$$

Związki między analizowanymi obciążeniami i przemieszczeniami mogą być wyrażone w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} B_i \\ M_{si} \\ B_g \\ M_{sg} \end{bmatrix} = k_s \cdot \begin{bmatrix} H_i \\ \alpha_{xi} \\ H_g \\ \alpha_{xg} \end{bmatrix}; \quad \text{gdzie } k_s = \frac{GJ_0}{q_s} \begin{bmatrix} m_s & -p_s & r_s & p_s \\ -p_s & a_s & -p_s & -a_s \\ r_s & -p_s & m_s & p_s \\ -p_s & -a_s & p_s & a_s \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

jest macierzą sztywności pręta s , wynikającą ze skręcania momentem M_s z uwzględnieniem bimomentu B .

Uzupełniając macierz (2.9) o elementy wynikające ze zginania (np.[6],[7]) i rozciągania utrzyma się pełną macierz sztywności 14×14 . Macierz ta przedstawiona jest w tablicy (1).

Omówiona macierz sztywności odnosi się do ram o sztywnych węzłach. Zagadnienia dotyczące elastycznych węzłów (różnie mocowanych) można znaleźć w pracy [2]

Tablica 1 Macierz sztywności dla cienkościennego pręta
Table 1 Thin-walled bar stiffness matrix

	u_{xi}	u_{yi}	u_{zi}	w_i	α_{xi}	α_{yi}	α_{zi}	u_{xg}	u_{yg}	u_{zg}	x_g	α_{yg}	α_{zg}	α_{xg}
F_{xi}	$\frac{EA}{l}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	0
F_{yi}		$\frac{12EI_x}{l}$	0	0	0	0	$\frac{6EI_x}{l^2}$	0	$-\frac{12EI_x}{l^3}$	0	0	0	0	$\frac{6EI_x}{l^2}$
F_{zi}			$\frac{12EI_y}{l}$	0	0	$-\frac{6EI_y}{l^2}$	0	0	0	$-\frac{12EI_y}{l^3}$	0	0	$-\frac{6EI_y}{l^2}$	0
B_i				$\frac{GJ_0\alpha_x}{q_s}$	$\frac{GJ_0\alpha_y}{q_s}$	0	0	0	0	0	$\frac{GJ_0\alpha_x}{q_s}$	$\frac{GJ_0\alpha_y}{q_s}$	0	0
M_{xi}					$\frac{GJ_0\alpha_x}{q_s}$	0	0	0	0	0	$\frac{GJ_0\alpha_x}{q_s}$	$\frac{GJ_0\alpha_y}{q_s}$	0	0
M_{yi}						$\frac{4EI_x}{l}$	0	0	0	$-\frac{6EI_x}{l^2}$	0	0	$\frac{2EI_x}{l}$	0
M_{zi}							$\frac{4EI_y}{l}$	0	$\frac{6EI_y}{l^2}$	0	0	0	$\frac{2EI_y}{l}$	0
F_{xg}								$\frac{EA}{l}$	0	0	0	0	0	0
F_{yg}									$\frac{12EI_x}{l^3}$	0	0	0	0	$\frac{6EI_x}{l^2}$
F_{zg}										$\frac{12EI_y}{l^3}$	0	0	$\frac{6EI_y}{l^2}$	0
B_g											$\frac{GJ_0\alpha_x}{q_s}$	$\frac{GJ_0\alpha_y}{q_s}$	0	0
M_{xg}												$\frac{GJ_0\alpha_x}{q_s}$	0	0
M_{yg}													$\frac{4EI_x}{l}$	0
M_{zg}														$\frac{4EI_y}{l}$

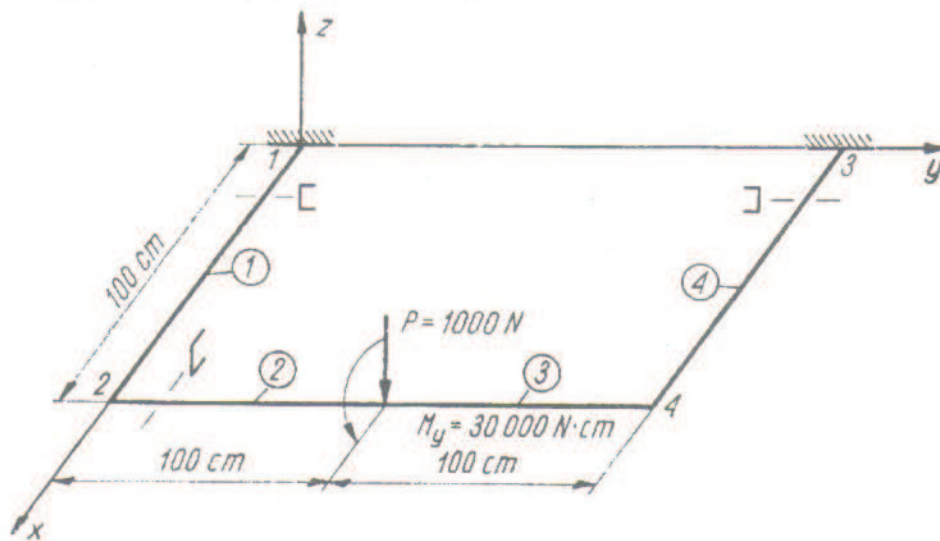
Symetria

Tablica 1. Macierz sztywności dla cienkościennego pręta

Zastosowanie MES

Pierwszy przykład

Pierwszym doskonałym przykładem zastosowania macierzy sztywności (tab. 1) będzie zadanie dotyczące optymalnego projektowania ram [2] [8]. Należy zaprojektować ramę przedstawioną na rysunku (2.10)



Rys 2.10. Rama o optymalnych przekrojach poprzecznych
Fig. 2.10 Frame with optimal cross sections

Przekroje poprzeczne elementów ram są ceownikami o wysokości h i szerokości b . Obliczenia dokonano dwoma sposobami. Pierwsza wersja (I), to obliczenia bez optymalizacji i druga wersja (II) z optymalnym doбором przekrojów pręta tak aby naprężenia nie przekroczyły 59,2MPa.

Tablica 2 Wyniki obliczeń ramy opartych na macierzy sztywności wg tab. 1
Table 2 Frame calculation results

Oznaczenia	Wersja I (bez optymalizacji) nr pręta				Wersja II (z optymalizacją)				
	1	2	3	4	1	2	3	4	
lp									
h(cm)	10	25	12	25	h	18,8	19,9	19,9	18,8
b(cm)	5	8	5	10	b	7,3	10,8	10,8	7,3
σ_{red} (MPa)	141,3	55	231,8	54,9		59,15			

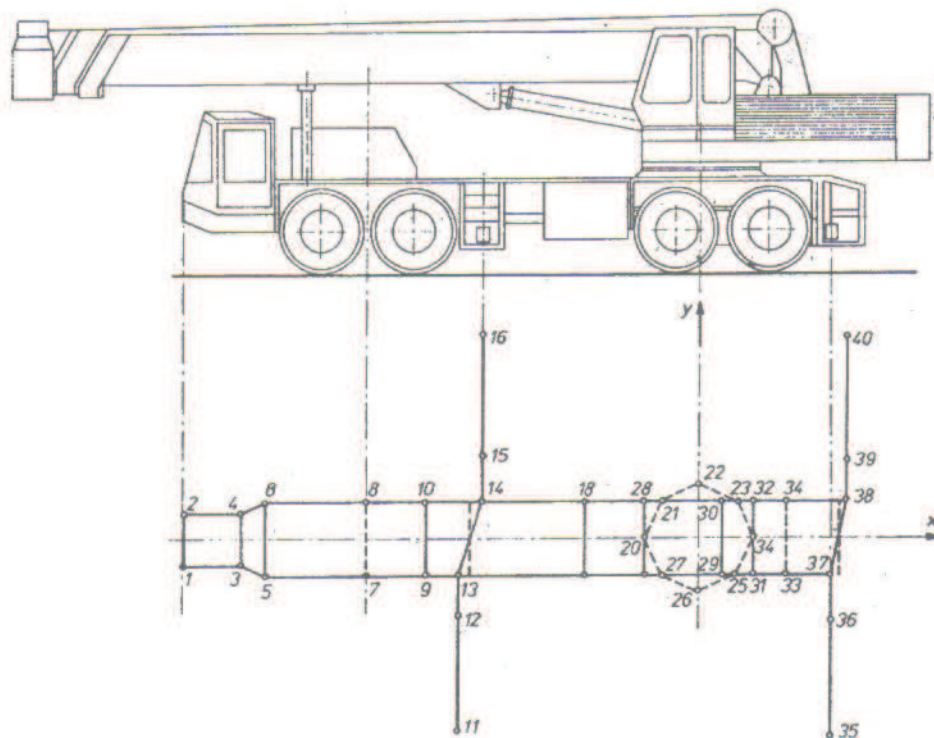
Z przeprowadzonych obliczeń bez optymalizacji uzyskano naprężenia redukowane wynoszące od 55 do 231,8 MPa.

Po procedurach optymalizacyjnych uzyskano nowe wymiary, które zawarte są w tablicy (2) (wersja II) oraz stałe naprężenia we wszystkich prętach wynoszące 59,15 MPa.

Z przedstawionych wyników widać, że zaprezentowana metoda ma ogromne znaczenie, gdyż przy jej pomocy można projektować ramy o stałej wytrzymałości! Daje ona ogromne korzyści podczas projektowania ram.

Drugi przykład

Zostanie przedstawiony przykład obliczenia ramy dźwigu samochodowego [10] w których zastosowano MES opartą na macierzy sztywności zgodną z tablicą 1. Ten przykład ma istotne znaczenie, gdyż uzyskane naprężenia obliczeniowe zweryfikowano doświadczalnie metodą elastooptyczną [9]. Na rys. 2.11 przedstawiono dźwig samochodowy, ze schematem ramy nośnej.



Rys. 2.11 Przykładowa rama dźwigu samochodowego
Fig. 2.11 Example of calculated and investigated crane frame

Naprężenia obliczone MES oraz uzyskane wyniki w trakcie badań podane są w tablicy 3.

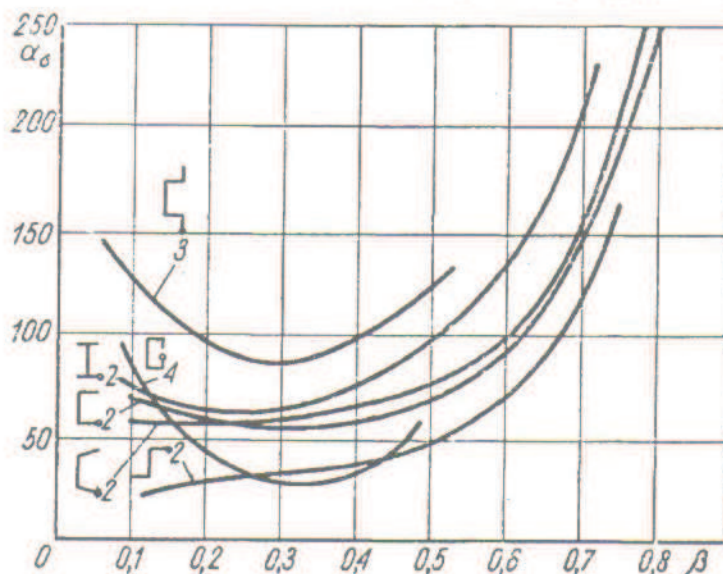
Tablica 3 Porównanie naprężeń obliczonych MES i uzyskanych na podstawie badań
 Table 3 Stress comparison according to calculations and experiments

nr węzła	Naprężenia MPa $\sigma_w(\sigma_g + \sigma_w)$		
	teoretyczne σ_M	doświadczalne σ_D	$\frac{\sigma_M - \sigma_D}{\sigma_D} \cdot 100\%$
37	296,5	264,3	12,2
38	296,5	360	17,6
39	367,2	360	2
40	356	360	1,1

Wyniki teoretyczne i doświadczalne wskazują, że opracowane procedury obliczeniowe dają wystarczająco dobre rezultaty, stąd metoda ta może być stosowana do projektowania nie tylko ram samochodowych ale do wszystkich innych ram stosowanych w praktyce inżynierskiej.

Badania optymalizacyjne wykazały, że przekrój ceowy nie jest najkorzystniejszy, gdy na pręt działa złożony stan obciążeń.

Na rys 2.12 przedstawiono pręty o różnych przekrojach poprzecznych.



Rys 2.12 Wpływ współczynnika β na wartość współczynnika naprężeń

Fig. 2.12 The influence the beta coefficient on stresses

Jak wynika z przebiegu krzywych, najlepszym przekrojem jest pręt dla którego współczynnik naprężeń α_σ ma najmniejszą wartość dla odpowiedniego współczynnika $\beta = b/h$ (b — szerokość przekroju, h — wysokość).

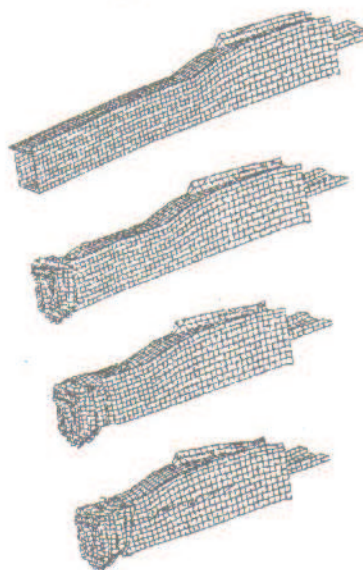
3. MES w zastosowaniu do projektowania nadwozi samochodowych

Klasyczne nadwozia samochodowe składają się ze szkieletu i poszycia, stąd stosowane modele obciążeniowe MES oparte są na znanych elementach belkowych, płytowych i powłokowych. Modele takie pokrótce omówiono w p. 2.2. Szerzej przedstawione są one w powszechnie znanej literaturze i dlatego w niniejszym referacie nie będziemy poświęcać im dużo czasu.

Tu chciałbym zwrócić uwagę na nowsze konstrukcje i na MES stosowaną do ich obliczania. W ostatnich latach istnieje tendencja do budowy nadwozi trójczłonowych, w których środkowa część (pasażerska) jest przestrzenią chronioną, zaś część przednia i tylna przeznaczone są do przenoszenia dużych odkształceń po to aby mogły pochłonąć stosunkowo dużą energię podczas zderzenia. Stąd przednia i tylna część posiada specjalne podłużnice, podłoga wzmocniona jest podłużnymi i poprzecznymi belkami, zaś drzwi usztywnione belkami, które ograniczają wgniecenia podczas zderzenia.

Tutaj można przytoczyć przykład odcinka przedniej belki opracowany w oparciu o systemy „DYNA 3D” oraz „PAM — CRASH”. Badania prowadzono przy prędkości zderzenia 6,8 m/s wózka o masie 1100 kg.

Na rysunku 3.1 przedstawiono wyniki badań zdeformowanej belki w czasie do 60 ms.



Rys. 3.1 Sekwencje zdeformowanej belki

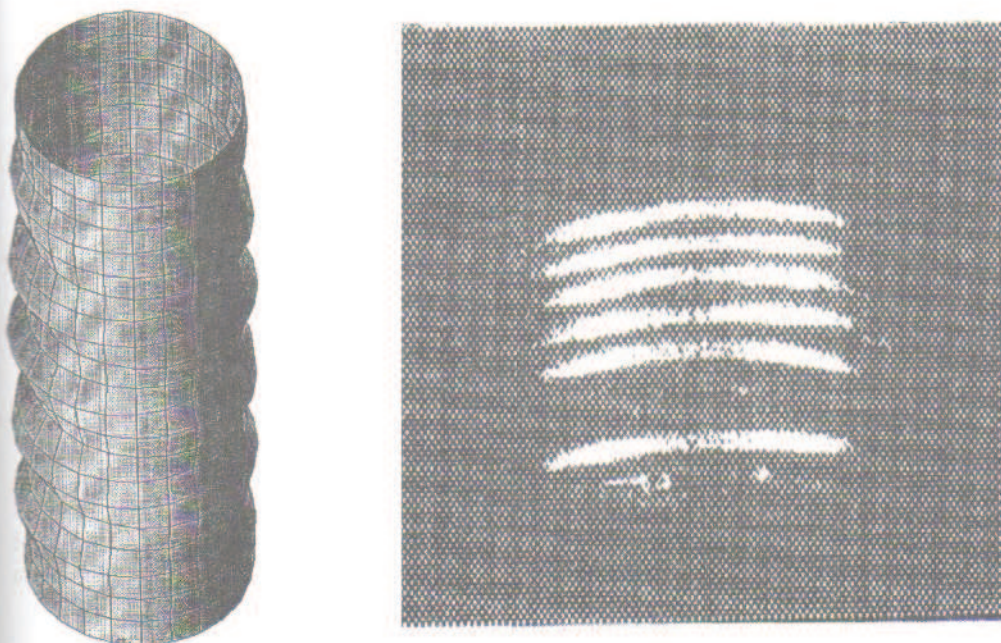
Fig. 3.1 Deformed beam sequence

Podobnie przedstawiają się badania dotyczące wsporników zderzaka samochodowego [11]. Przeprowadzono w nich najpierw badania doświadczalne prostych wsporników, a następnie przy pomocy MES określono maksymalne obciążenia ściskające. Porównanie tych wyników zamieszczono w tabelicy (3.1).

Nr. próbki	Siła krytyczna (kN)		Smukłość
	doświadczenie	MES	
1	15	13,9	4,7
2	15,1	13,8	7,7
3	13,2	13,58	20
4	11,7	12,4	50

Tablica 3.1 Zestawienie wyników siły krytycznej ściskanych prętów
Table 3.1 Critical force of compressed bars

Widać, iż zgodność uzyskanych wyników jest wysoce zadawalająca. Rys (3.2a) pokazuje podział na skończone elementy tych wsporników oraz postać utraty stateczności, zaś rys. (3.2b) przedstawia końcową postać ściśniętego wspornika.



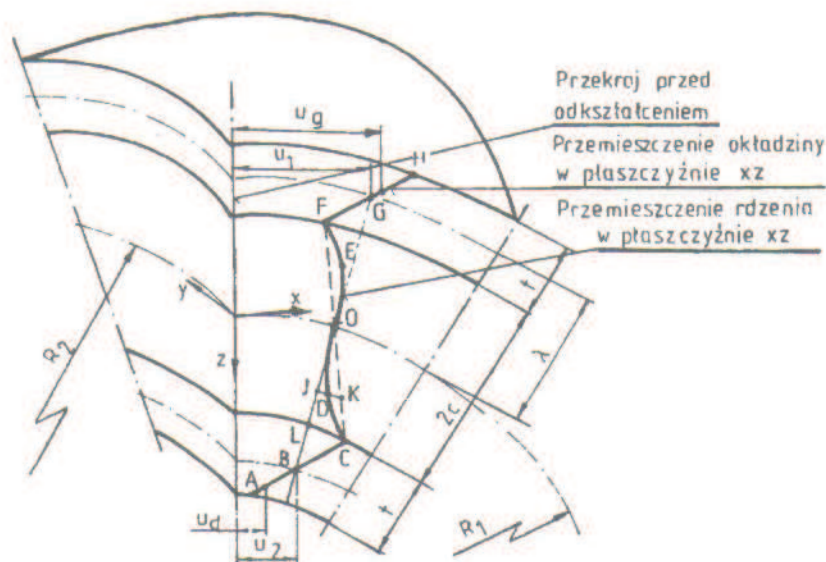
Rys. 3.2 Postać utraty stateczności oraz końcowa postać ściskanego wspornika
Fig. 3.2 Shape of shell stability loss

W aspekcie projektowania bezpiecznych pojazdów, konstruktorzy w ostatnich latach coraz chętniej stosują konstrukcje warstwowe. Są one szczególnie przydatne w aspekcie pochłaniania dużej energii podczas zderzenia pojazdów. Stąd istnieje potrzeba, aby w tym referacie omówić pewne problemy związane z zastosowaniem MES do obliczania takich konstrukcji, gdyż te zagadnienia nie są jeszcze powszechnie znane.

3.1 MES w zastosowaniu do analizy konstrukcji warstwowych

Konstrukcje warstwowe w swej istocie zaliczane są do konstrukcji cienkościennych, toteż podstawowym kryterium wytrzymałościowym jest stateczność. Podstawową monografią ujmującą najnowsze metody obliczania takich konstrukcji jest książka [11], zaś najobszerniejszą pozycją, w której opracowano i zastosowano MES do obliczania konstrukcji warstwowych jest dysertacja J.Czmochońskiego [12].

Obliczenia zawarte w tej pracy oparte są na hipotezie linii łamanej. Geometryczna interpretacja tej hipotezy pokazana jest jako linia łamana ACKOFH na rys (3.3). Przedstawia ona przemieszczenie przekroju elementu warstwowego.



Rys 3.3 Ilustracja hipotezy linii łamanej (linia przerywana)
Fig. 3.3 Illustration of the hyperbolic hypothesis

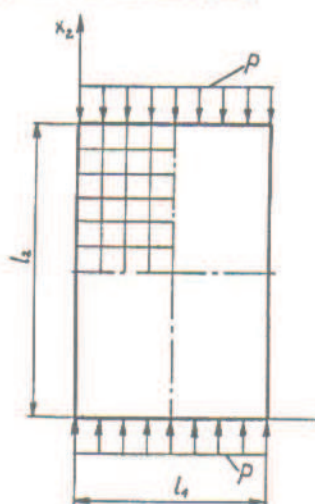
Ze względu na ograniczoną objętość tego referatu pomija się omówienie teorii MES, natomiast przedstawię kilka ciekawych przykładów dotyczących zastosowania tej metody do budowy nadwozi i podzespołów warstwowych.

Pierwszy przykład.

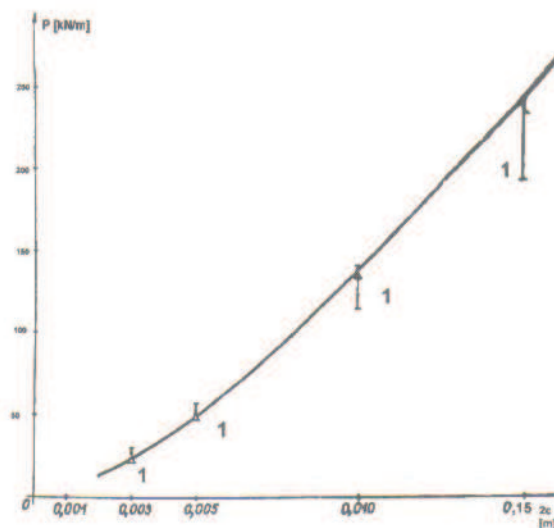
Przykład na którym testowano MES, to fragment dachu furgonu warstwowego, który pokazano na rys. 3.4.

Obciążenia ściskające p pochodzą od naprężeń zginających całe nadwozie. Są one skutkiem ciężaru własnego i ładunku. Płyta jest symetryczna i dlatego można przeanalizować fragment odpowiadającej jednej czwartej. Ten fragment dachu jest na tyle interesujący, że wcześniej został przebadany doświadczalnie i obliczony analitycznie wg najnowszej teorii [2]. Na rys. 3.5 przedstawiono zależność obciążeń

krytycznych w funkcji grubości rdzenia. Krzywa 2 odpowiada teorii [2], zaś zakresy 1 odpowiadają rozrzutom wynikającym z badań doświadczalnych [2]. Trójkąty odpowiadają wynikom otrzymanym z MES [12].



Rys. 3.4 Fragment ściskanego dachu furgonu dostawczego
Fig. 3.4 Fragment of compressed roof

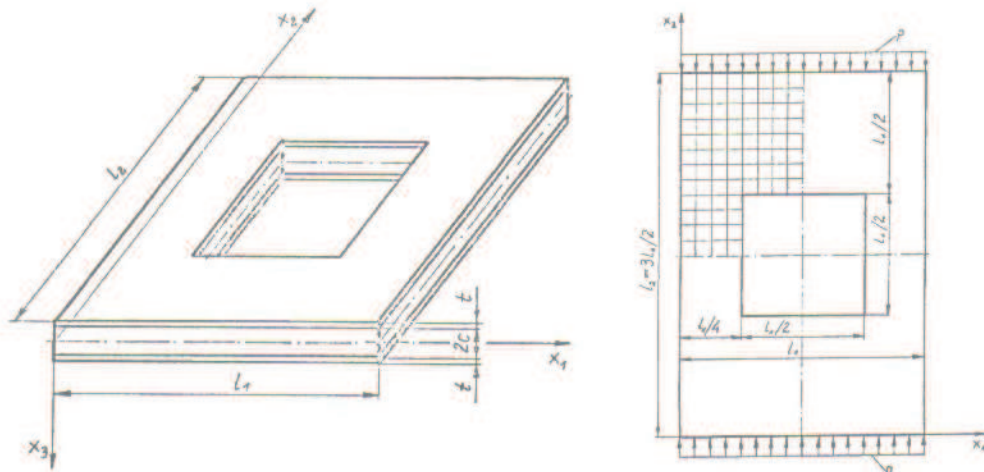


Rys 3.5 Siła krytyczna w zależności od grubości rdzenia
Fig. 3.5 Dependence of critical force on core thickness

Błąd wynikający z zastosowania MES w stosunku do wyników uzyskanych z doświadczenia wynosi od 5,5 do 15,1%, zaś w stosunku do obliczeń teoretycznych odpowiednio 2,8 do 3,5%. Można więc uznać, że już przy podziale na 8x12 elementów, błąd z zastosowania MES nie jest zbyt duży.

Drugi przykład

Drugim przykładem będzie również fragment ściskany dachu z otworem prostokątnym służącym jako droga komunikacyjna w razie wypadku (rys. 3.6).



Rys. 3.6 Fragment dachu z otworem, podział na elementy
Fig. 3.6 Fragment of roof with opening, division into elements

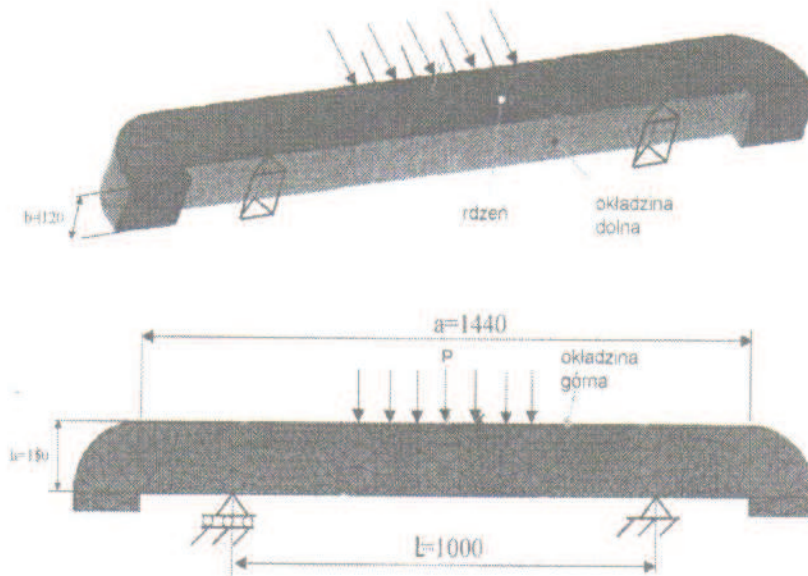
W zadaniu tym należy określić krytyczną siłę ściskającą P_C . Zastosowano tu prostokątny element płytowy z 12 stopniami swobody. W tabelicy (3.2) przedstawiono współczynnik obciążeń krytycznych, który określono jako stosunek siły krytycznej płyty z otworem, do siły krytycznej płyty bez otworu ($P_{kr} = 6917 \text{ N/m}$).

Tablica 3.2 Obciążenia krytyczne płyty warstwowej z otworem prostokątnym
Table 3.2 Critical loading of sandwich plates with opening

Lp.	Podział	P_C [Nm]	K	$K = \frac{P_C}{P_{kr}}$
1	4 × 6	3827	0,553	
2	8 × 12	4049	0,585	
3	16 × 24	4122	0,595	

Trzeci przykład

Jako kolejny przykład niech posłuży analiza wytrzymałościowa trójwarstwowego zderzaka samochodowego. Koncepcja zderzaka jest zaprezentowana w pracy [13]. Przedstawione wyniki badań zaczerpnięte są z aktualnie realizowanego grantu nr 9T12C08315 pt: Analiza teoretyczna i doświadczalna energoabsorpcyjnego zderzaka samochodowego. Rys 3.7 przedstawia uproszczony model zderzaka wraz z wymiarami i podziałem na elementy skończone.



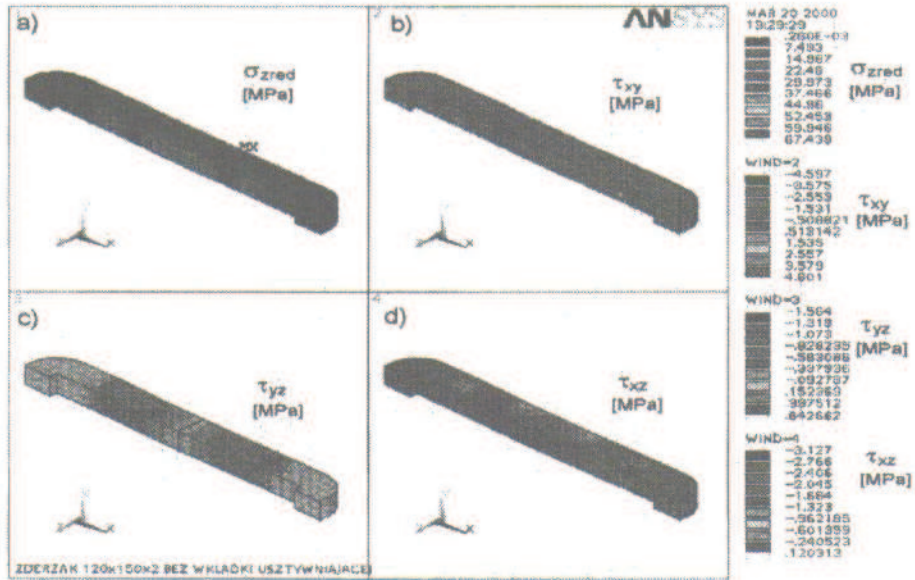
Rys. 3.7 Model dyskretny zderzaka warstwowego ($P=35\text{kN}$)
Fig. 3.7 Sandwich bumper discrete model

Wielkość i rozkład obciążenia są zgodne z normą dotyczącą homologacji zderzaka. W zmodyfikowanej wersji zderzaka zastosowano wkładkę zmieniającą sztywność zderzaka wraz z narastającym obciążeniem. Do wygenerowania modelu dyskretnego okładzin i wkładki zastosowano elementy powłokowe ANSYS-SHELL63 oraz typu SOLID95 na rdzeń. Elementy te posiadały sześć stopni swobody w każdym węźle. Dla połowy zderzaka liczba elementów powłokowych wynosiła 1814, a bryłowych 9526 zaś całkowita liczba stopni swobody 41303. Obliczenia prowadzono na komputerze SUN ULTRA5. Na rys 3.8 zamieszczono cztery przykładowe wykresy izomap naprężeń występujących w rdzeniu. Są to naprężenia zredukowane oraz naprężenia styczne σ_{redmax} wynoszą 67MPa.

Występują na końcu stempla obciążającego oraz w okolicy podpór. Są one wynikiem koncentracji naprężeń. Największe naprężenia styczne w rdzeniu osiągnęły wartość 4,6 MPa. Rozkład naprężeń w okładzinie górnej na długości zderzaka przedstawia wykres na rys 3.9.

Z przebiegu linii krzywej wynika, że największe naprężenia są na końcu stempla i wynoszą $\approx 120\text{MPa}$ dalej szybko maleją i w przekroju podpory spadają do zera. Ciekawie przedstawia się wykres naprężeń zredukowanych w okładzinie dolnej. W środku zderzaka naprężenia wynoszą $\approx 60\text{MPa}$ i szybko maleją, a następnie bardzo szybko rosną i w przekroju gdzie znajduje się podpora osiągają największą wartość $\approx 80\text{MPa}$. Dla zderzaka z wkładką środkową rozkład naprężeń w rdzeniu oraz okładzinie przedstawia rys. 3.10.

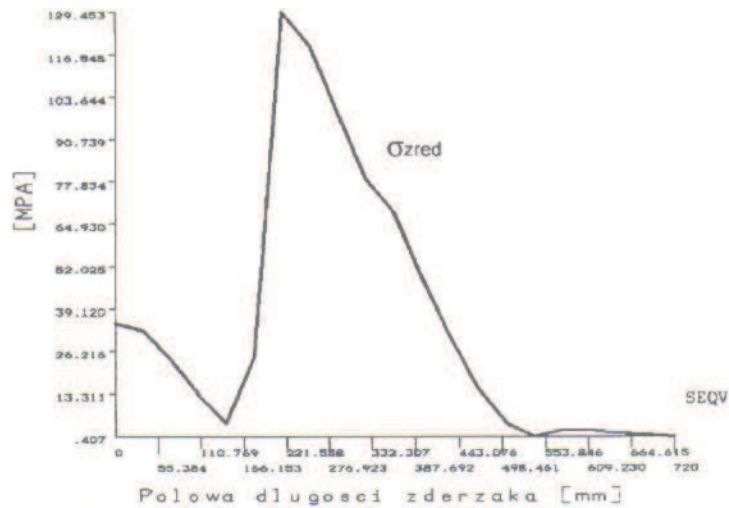
W miejscach kontaktu wkładki i okładziny naprężenia miejscowe przekraczają granicę plastyczności i wynoszą 444 MPa.



Rys 3.8 Naprężenia w rdzeniu zderzaka warstwowego bez wkładki usztywniającej

- a) naprężenia zredukowane wg hipotezy Huberta von Misesa σ_{zred}
 b) naprężenia styczne w płaszczyźnie xy τ_{xy}
 c) naprężenia styczne w płaszczyźnie yz τ_{yz}
 d) naprężenia styczne w płaszczyźnie xz τ_{xz}

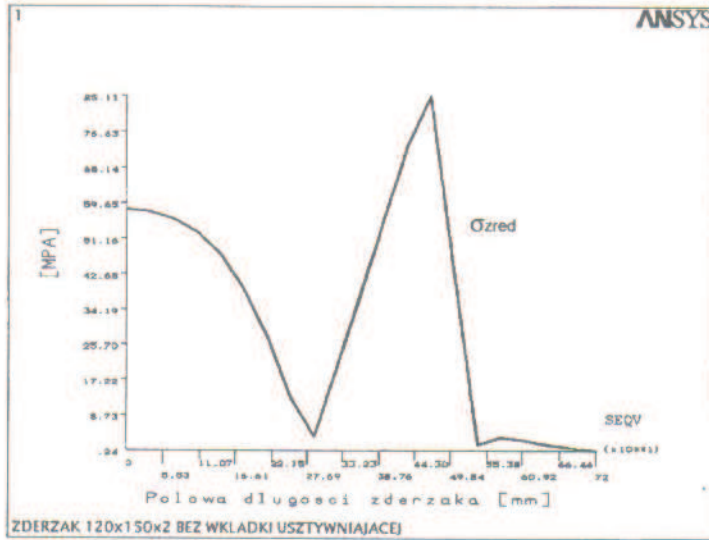
Fig. 3.8 Bumper core stresses



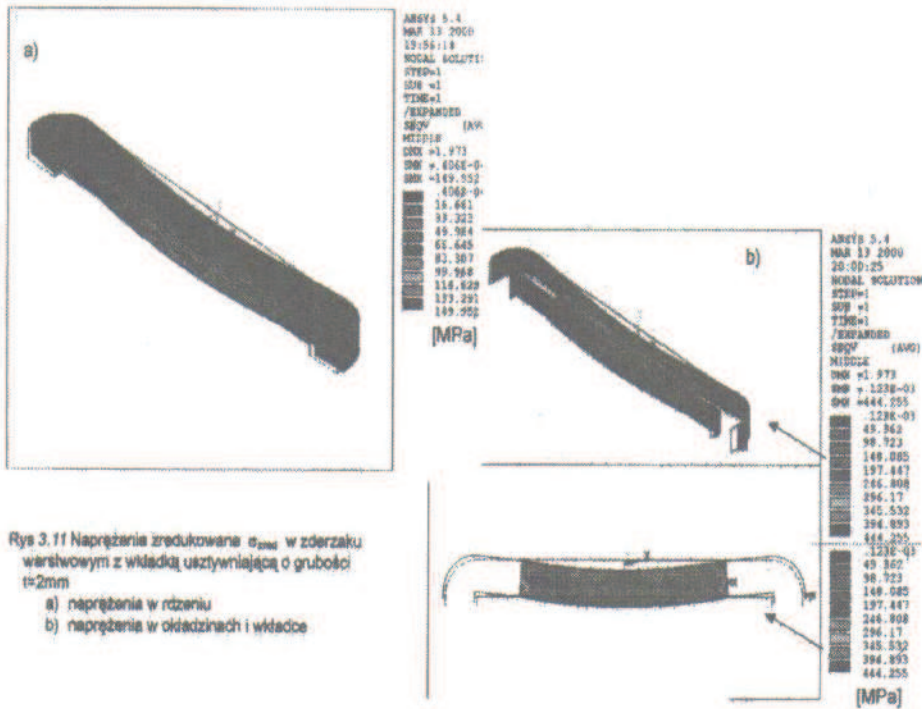
ZDERZAK 120x150x2 BEZ WKŁADKI USZTYWNIAJĄCEJ

Rys 3.9 Rozkład naprężeń w okładzinie górnej na długości zderzaka

Fig. 3.9 Upper facing stress distribution



Rys. 3.10 Rozkład naprężeń w rdzeniu oraz okładzinie
Fig. 3.10 Core and facing stress distribution

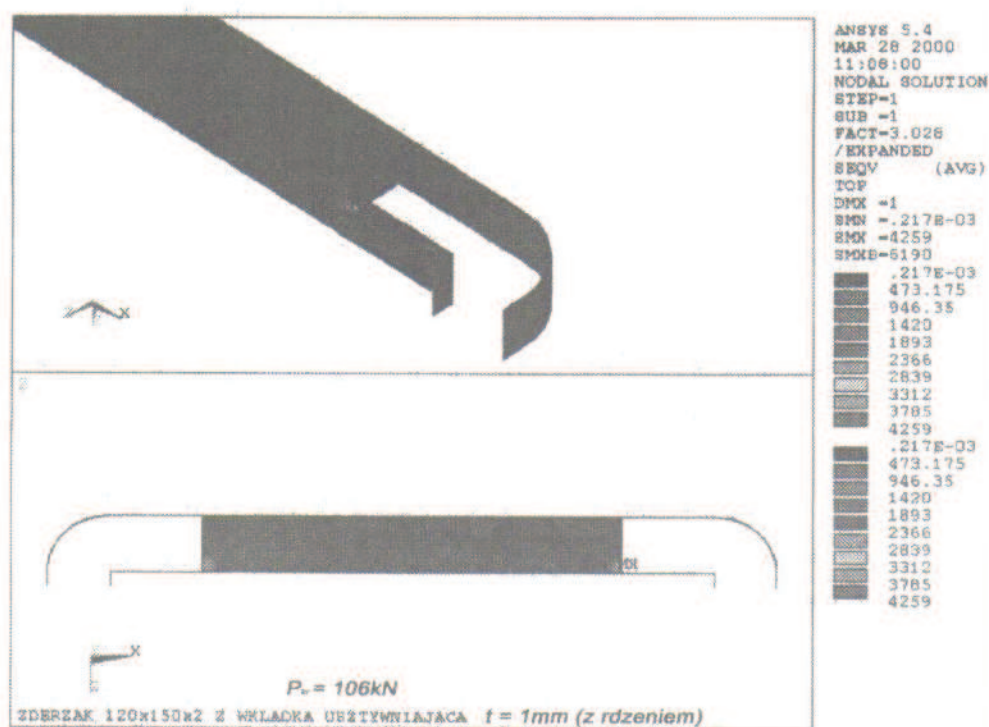


Rys 3.11 Naprężenia zredukowane σ_{zred} w zderzaku warstwowym z wkładką usztywniającą o grubości $t=2\text{mm}$
a) naprężenia w rdzeniu
b) naprężenia w okładzinach i wkładce

Fig. 3.11 Reduced bumper stresses

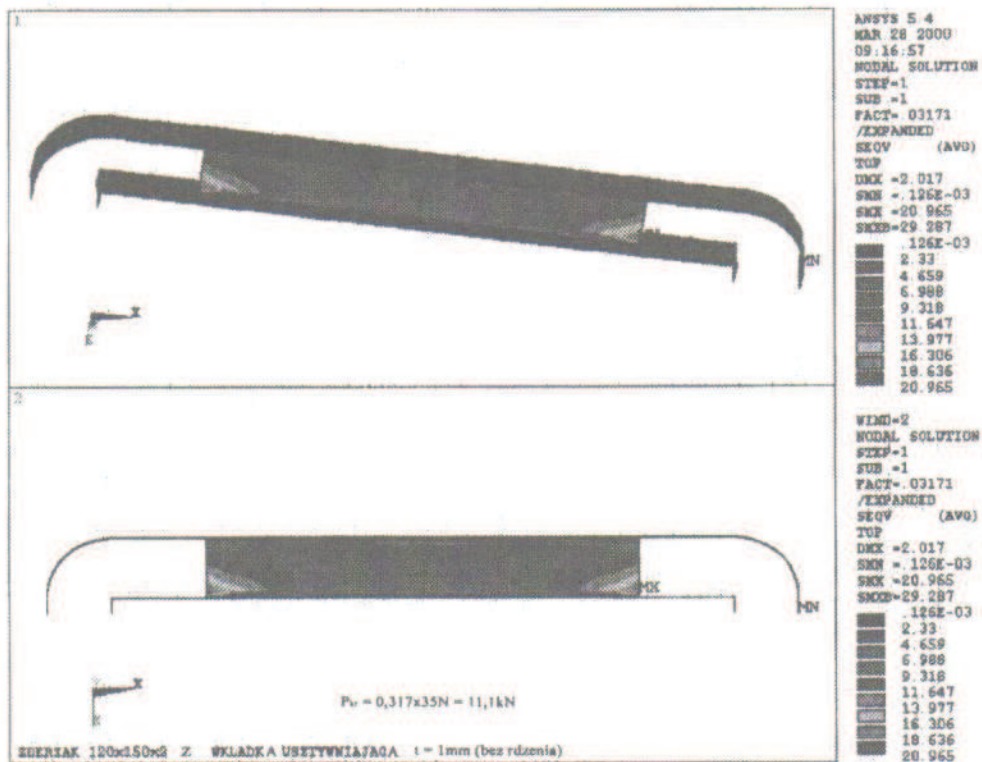
Ze wzrostem obciążenia naprężenia te będą się rozprzestrzeniać na dalsze obszary. Dzięki temu zderzak będzie mógł pochłonąć stosunkowo dużą energię, która wyzwala się podczas zderzenia. Wyniki tych badań potwierdzają koncepcję przyjętą w pracy [13].

Interesujące są też wyniki obliczeń siły krytycznej zderzaka. Siła krytyczna dla zderzaka wypełnionego tworzywem wynosi 106 kN (rys 3.12).



Rys 3.12 Rozkład naprężeń dla zderzaka wypełnionego tworzywem
Fig. 3.12 Sandwich bumper stress distribution

Dla porównania obliczono siłę krytyczną dla zderzaka „pustego“. W tym przypadku wkładka traci stateczność przy sile 11,1kN (rys 3.13). Widać, że zderzak trójwarstwowy może przenieść 9,5 razy większe obciążenie od zderzaka bez wypełnienia. Ten przykład dobitnie wskazuje na celowość stosowania zderzaków trójwarstwowych.



Rys. 3.13 Siłę krytyczną dla zderzaka „pustego”
Fig. 3.13 Empty bumper critical forces

Literatura

- [1] Spyrcos C.C.: FE Modeling in Engineering Practice. Includes Examples with ALGOR. 1994.
- [2] Romanów Fr.: Wytrzymałość ram i nadwozi pojazdów. WKŁ, W-wa 1988.
- [3] Rusiński E.: Mikrokomputerowa analiza ram i nadwozi pojazdów i maszyn roboczych. WKŁ W-wa 1990.
- [4] Zienkiewicz O.: Metoda elementów skończonych. Arkady W-wa 1972
- [5] Romanów Fr.: Współczesne tendencje w budowie nadwozi samochodowych. Archiwum Motoryzacji 1-2, 1997 s. 39-56
- [6] Pietrzak J., Rakowski G., Wrześniowski K.: Macierzowa analiza konstrukcji. PWN, W-wa Poznań 1979.
- [7] Szmelter J.: Metody komputerowe w mechanice. PWN, W-wa 1980
- [8] Zabłocki W.: Dobór optymalnych przekrojów poprzecznych elementów ram pojazdów. Praca doktorska IkiEM. Politechnika Wroclawska 1981.
- [9] Jankowski L., Romanów Fr., Rusiński E.: Weryfikacja analitycznej metody obliczania ram podwozia dźwigów samochodowych. Przegląd Mechaniczny nr 1 1998
- [10] Romanów Fr., Rusiński E., Teisseyre J., Zabłocki W.: Obliczenia wytrzymałościowe ramy podwozia żurawia samojezdnego PS-400. Raport P.Wr. JKEM, seria SPR 485/78.
- [11] Romanów Fr.: Stateczność konstrukcji. Wyd. WSI Zielona Góra 1992.

- [12] Czmochowski J.: Analiza stateczności niejednosójnych płyt trójwarstwowych metodą ES. Politechnika Wroclawska seria PREPRINTY nr 006/83. (Praca doktorska)
- [13] Romanów Fr. Sobich J. Murawski K.: O pewnej koncepcji energoabsorpcyjnego zderzaka samochodowego. Perspektywy rozwoju konstrukcji, technologii i eksploatacji pojazdów samochodowych i silników spalinowych. Politechnika Krakowska Monografia 210, Kraków 1996. s.139-146.

Franciszek ROMANÓW

Applying the Finite Element Method in Vehicle Construction

S u m m a r y

The paper presented here represents a review of the subject and points out the most interesting effects of the method and some of its applications in vehicle construction.

In Sec.2 we present a 7th degree of freedom bar element which allows for significant simplification of calculations and increased accuracy in comparison with the classical 6th degree of freedom element. The numerical calculations relating to stress have been verified experimentally. For these comparisons it appears that the error obtained does not exceed 18%.

In later section of the paper we discuss problems related to the calculation of critical loads for non uni-coherent layer car bodies and energy absorbing car bumpers. These calculation methods are based on a triaxial hyperbolic core displacement state.