

ANALIZA PORÓWNAWCZA DOKŁADNOŚCI WYBRANYCH MODELI PRZEPIYU WODY W GLEBIE NA PODSTAWIE OCENY WILGOTNOŚCI UZYSKANEJ W BADANIACH TERENOWYCH

**Małgorzata BINIAK-PIERÓG¹⁾, Anna MACHOWCZYK²⁾,
Wiesław SZULCZEWSKI²⁾, Andrzej ŻYROMSKI¹⁾**

¹⁾ Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Instytut Kształtowania i Ochrony Środowiska

²⁾ Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Katedra Matematyki

Słowa kluczowe: model matematyczny, równanie Fokkera-Plancka, równanie Richardsa, wilgotność gleby

Streszczenie

Zasoby wody w glebie w istotny sposób wpływają na plonowanie roślin. Do oceny wzajemnego oddziaływania warunków termicznych i opadowych często stosuje się modelowanie matematyczne. Biorąc to pod uwagę, w celu oceny wzajemnych relacji między podstawowymi procesami, takimi jak: opad atmosferyczny, parowanie terenowe i poziom wód gruntowych, decydujących o rozkładzie wilgotności w profilu glebowym w krótkim czasie, jakim jest np. doba, przeprowadzono analizę porównawczą poprawności stosowania różnych metod modelowania matematycznego. W tym celu wykonano aproksymacje parametrów i symulacje przepływu na podstawie pomiarów uwilgotnienia gleby na sześciu głębokościach, pomiarów opadów atmosferycznych oraz stanów wód gruntowych na terenie Obserwatorium Agro- i Hydrometeorologicznego Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu z okresu od 1 lipca do 30 września 2006 r. Rozpatrywano cztery modele przepływu wody w ośrodku porowatym. Pierwsze dwa opracowano, stosując uogólnione równanie Richardsa, natomiast dwa pozostałe na podstawie równania dyfuzji (Fokkera-Plancka). Kształt parametrów funkcyjnych, charakteryzujących przepływ wody w ośrodku porowatym, przyjęto w pierwszej symulacji w postaci pięcioparametrowej rodziny funkcji, zaproponowanej przez van Genuchtena, a opracowanej na podstawie teorii Mualema. W drugiej i trzeciej symulacji kształt funkcji pF oraz funkcji przewod-

Adres do korespondencji: dr inż. M. Biniak-Pieróg, Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Instytut Kształtowania i Ochrony Środowiska, pl. Grunwaldzki 24, 50-363 Wrocław; tel. +48 (71) 320-19-48, e-mail: malbin@op.pl

ności hydraulicznej został opracowany na zasadzie 10 bazowych punktów, które determinują kształt tych krzywych.

WSTĘP

Zasoby wody w glebie w istotny sposób wpływają na plonowanie roślin. Szczególne znaczenie ma nie sam fakt występowania wody w glebie, ale jej ilość, dostępność oraz możliwość korzystania z niej przez rośliny w ciągu całego okresu wegetacyjnego. Do analizy oddziaływania różnego rodzaju czynników na plonowanie roślin nieodzowne są szczegółowe badania środowiska glebowego, w którym posadwione są rośliny [KOWALIK, 2001; SZULCZEWSKI, 1986]. Szczególnie istotne jest uwzględnienie wzajemnych relacji w krótkich okresach między podstawowymi czynnikami decydującymi o rozkładzie wilgotności w profilu, takimi jak: opad atmosferyczny, parowanie terenowe i poziom wód gruntowych. Te coraz bardziej szczegółowe zagadnienia mogą wyjaśnić tylko badania modelowe. Dlatego też coraz większego znaczenia nabiera stosowanie modeli najlepiej odwzorowujących rzeczywisty proces przepływu wody w terenie [HUNT, 2004; JAIN, SINGH, VAN GENUCHTEN, 2004; NEUWEILER, CIRPKA, 2005]. Do opisu przepływu wody w ośrodku porowatym stosowane są zwykle dwa podstawowe modele matematyczne (Richardsa i Fokkera-Plancka), które w warunkach laboratoryjnych w sposób w pełni zadowalający symulują przebieg procesu rzeczywistego [KOWALIK, 2007; ZARADNY, 1990]. Zbudowane są one na tych samych teoretycznych podstawach, lecz występujące w nich parametry funkcyjne oraz możliwości uwzględnienia lub nie procesu przepływu zarówno w strefie aeracji, jak i saturacji, mogą mieć znaczenie w warunkach polowych [VAN GENUCHTEN, SCHAAP, 2006].

METODY BADAŃ

W pracy przeprowadzono ocenę poprawności stosowania metod modelowania matematycznego w warunkach polowych, mającego na celu określanie zmian wilgotności w profilu glebowym w zależności od przyjętego rodzaju modelu oraz sposobu zdefiniowania parametrów funkcyjnych w nim występujących. Analizę przeprowadzono na podstawie wyników pomiarów wykonanych w okresie od 1 lipca do 30 września 2006 r. na terenie Obserwatorium Agro- i Hydrometeorologicznego Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu. Opady atmosferyczne zostały pomierzone deszczomierzem Hellmanna. Parowanie z wolnej powierzchni wodnej określono na podstawie pomiarów ewaporometrem Wilda, które następnie skorygowano za pomocą współczynników empirycznych w celu obliczenia parowania terenowego z powierzchni nieporośniętej. Wilgotność gleby mierzono codziennie na sześciu głębokościach: 5, 20, 40, 60, 80 i 100 cm, stosując metodę TDR. Zgodnie z genetyczną klasyfikacją gleb na obiekcie badawczym występują gleby brunatne uprawne wytworzone z glin zwałowych, mające w wierzchniej warstwie skład granulometryczny piasków słabo gliniastych. Do głębokości 1,0 m są one mało zróżnicowane. Pod względem składu granulometrycznego są to piaski słabo gliniaste, piaski gliniaste mocne, piaski pylaste oraz piaski luźne.

Cały okres, z którego pochodziły dane, został podzielony na dwa podokresy – pierwszy od 1 lipca do 15 sierpnia – identyfikacja parametrów funkcyjnych, drugi od 16 sierpnia do końca września – weryfikacja otrzymanych modeli.

W pracy porównano cztery metody identyfikacji funkcji pF oraz funkcji przewodności hydraulicznej. Do opisu przepływu wody w badanym profilu glebowym w pierwszych dwóch wykorzystano równanie Richardsa [SZULCZEWSKI, 1986; 1990; ZARADNY, 1990]:

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(h) \frac{\partial h}{\partial z} - K(h) \right) \quad (1)$$

natomiast trzecia i czwarta metoda opierała się na równaniu dyfuzji (Fokkera-Plancka) [SZULCZEWSKI, 1986; 1990; ZARADNY, 1990]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right) \quad (2)$$

gdzie:

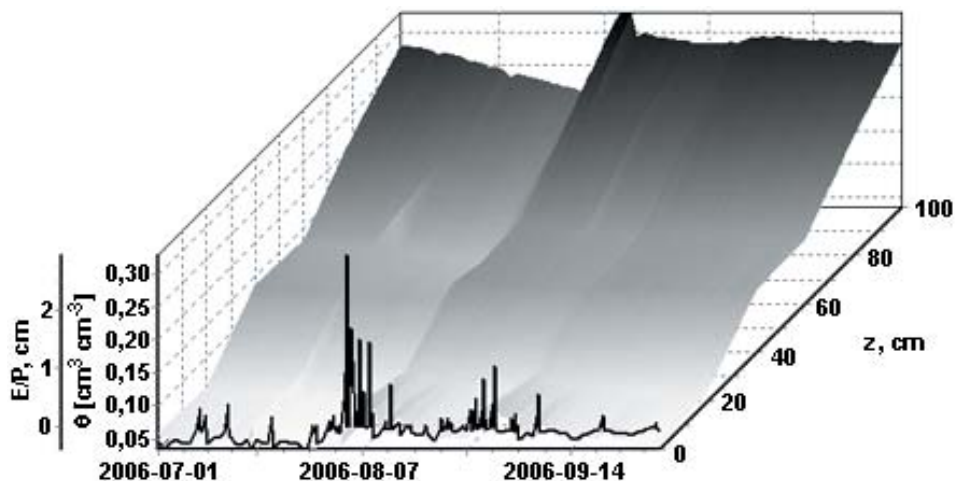
- z – zmienna przestrzenna, cm;
- t – czas, doba;
- θ – wilgotność objętościowa, $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$;
- $h(\theta)$ – potencjał wody glebowej, cm; $h = -10^{pF}$.
- $C(h) = \partial \theta / \partial h$ – różniczkowa pojemność wodna, cm^{-1} ;
- $K(h), K(\theta)$ – przewodność hydrauliczna, $\text{cm} \cdot \text{doba}^{-1}$;
- $D(\theta) = K(\theta) \partial h / \partial \theta$ – współczynnik dyfuzyjności, $\text{cm}^2 \cdot \text{doba}^{-1}$;

Jako warunki początkowe we wszystkich metodach przyjęto wilgotność gleby oraz zwierciadło wody zmierzone w pierwszym dniu badań. Warunki brzegowe, które determinują proces przepływu na powierzchni terenu, określono na podstawie pomiarów opadu oraz parowania. Uzyskane wyniki parowania skorygowano za pomocą współczynników empirycznych dla powierzchni nieporośniętej (rys. 1).

Przybliżone rozwiązania równania Richardsa oraz równia dyfuzji otrzymano metodą schematów różnicowych. Zostały one tak skonstruowane, aby aproksymacja była stabilna, niezależnie od kierunku przepływu. Szczegóły dotyczące konstrukcji schematu zostały zamieszczone w pracy SZULCZEWSKIEGO [2003].

Pierwsza metoda, oparta na równaniu Richardsa, polegała na doborze parametrów fizycznych gleby, które zostały przyjęte zgodnie z propozycją zawartą w pracach van Genuchtena [VAN GENUCHTEN, 1980; WOSTEN, VAN GENUCHTEN, 1988]:

$$h(\theta) = -\frac{1}{\gamma} \left[s^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3)$$



Rys. 1. Zmienność opadu P , parowania E oraz wilgotności gleby θ (pomiar TDR) w okresie badań w zależności od analizowanej warstwy gleby

Fig. 1. Variability of precipitation P , evaporation E and soil moisture θ (TDR measurements) in the study period in relation to analyzed soil layer

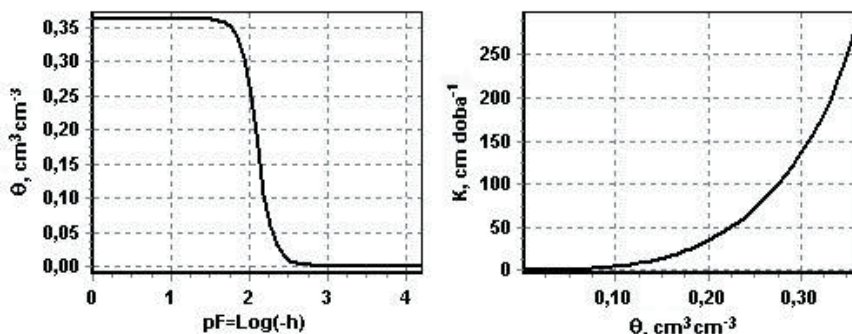
$$K(h) = K_s \left[(-\gamma h)^n + 1 \right]^{-\eta m} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{(-\gamma h)^n + 1} \right)^m \right]^2 \quad (4)$$

gdzie:

- s = $(\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$;
- m = $1 - 1/n$;
- θ – wilgotność objętościowa, $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$;
- θ_r – wilgotność objętościowa odpowiadająca $\text{pF} = 4,2$;
- θ_s – wilgotność pełnego nasycenia, $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$;
- K_s – współczynnik filtracji, $\text{cm} \cdot \text{doba}^{-1}$;
- n, m, γ, η – stałe, $n > 1, \gamma > 0, \eta > 0$ (w modelu przyjęto $\eta = 0,5$).

Aby jednoznacznie zdefiniować krzywą pF oraz funkcję przewodności hydraulicznej, należało określić wartości pięciu parametrów: θ_r , θ_s , K_s , n oraz γ . Na etapie aproksymacji poszukiwano takich wartości tych pięciu parametrów, aby zminimalizować odległość rozwiązania teoretycznego od wilgotności pomierzonej na ustalonych głębokościach w czasie trwania całego procesu identyfikacji. W tym celu wykorzystano bezgradientową metodę Hooke'a-Jeevesa [BARON i in., 2006], która umożliwia wyszukanie minimum funkcji wielu zmiennych.

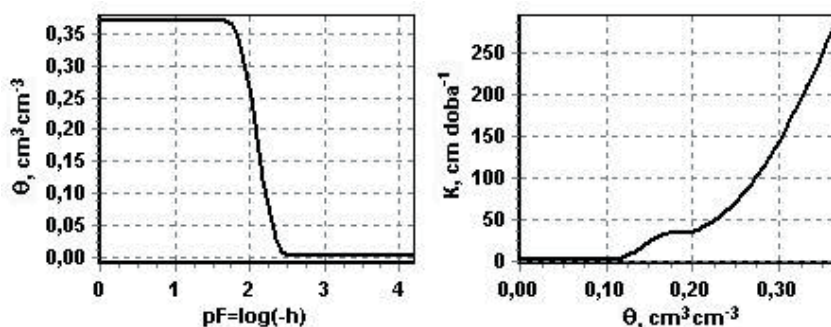
Po przeprowadzeniu całego procesu otrzymano parametry charakteryzujące glebę, w której mierzono wilgotność. Parametrami tymi były: wilgotność pełnego nasycenia $\theta_s = 0,3631$, wilgotność punktu trwałego wędnięcia roślin $\theta_r = 0,0010$, współczynnik filtracji $K_s = 299,9833$, $\gamma = 0,0087$ oraz $n = 4,6983$ (rys. 2).



Rys. 2. Krzywa pF oraz funkcja przewodności hydraulicznej K dla aproksymowanych parametrów w metodzie pierwszej; θ – wilgotność gleby

Fig. 2. pF curve and hydraulic conductivity function K for approximated parameters in the first method; θ – soil moisture

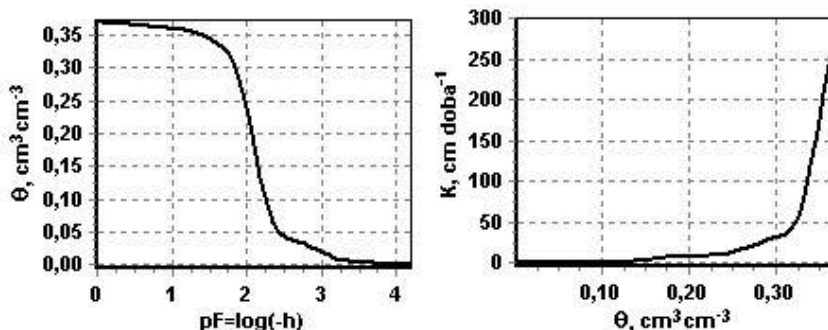
Druga metoda, mająca za podstawę również równanie Richardsa, polegała na dopasowaniu kształtu funkcji pF oraz K , z których każda była zbudowana na 10 punktach bazowych. Dla krzywej pF dwa punkty brzegowe, odpowiadające pF = 0 i pF = 4,2, zostały przyjęte jako stałe odpowiednio dla wilgotności pełnego nasycenia $\theta_s = 0,37$ oraz wilgotności oznaczającej punkt trwałego wędnięcia roślin – $\theta = 0,001$ (zgodnie z wynikami uzyskanymi w metodzie pierwszej). W przypadku przewodności hydraulicznej przyjęto, że w warunkach wilgotności na poziomie trwałego wędnięcia roślin jest ona równa 0, natomiast pozostałe wartości poddano procesowi aproksymacji, przy czym dla funkcji przewodności hydraulicznej jako jeden z punktów startowych, odpowiadający wilgotności pełnego nasycenia, przyjęto $K = 300 \text{ cm} \cdot \text{doba}^{-1}$. Do określenia wartości poszukiwanych funkcji w całym zakresie zmienności wilgotności użyto algorytmu dopasowania, bazującego na szybkiej transformacji Fouriera (FFT). Krzywe pF oraz przewodności hydraulicznej, będące rezultatem opisaney wyżej metody, przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Krzywa pF oraz funkcja przewodności hydraulicznej K dla aproksymowanych parametrów w metodzie drugiej; θ – wilgotność gleby

Fig. 3. pF curve and hydraulic conductivity function K for approximated parameters in the second method; θ – soil moisture

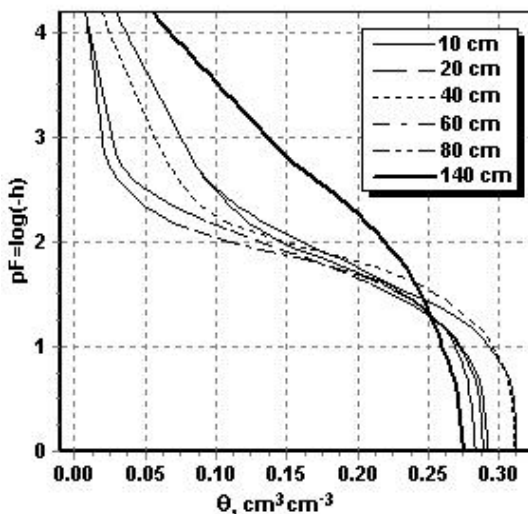
Trzecia metoda, oparta na równaniu dyfuzji, polegała na jednoczesnej aproksymacji funkcji przewodności hydraulicznej oraz krzywej pF, analogicznie jak w metodzie drugiej. Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Krzywa pF oraz funkcja przewodności hydraulicznej K dla aproksymowanych parametrów w metodzie trzeciej; θ – wilgotność gleby

Fig. 4. pF curve and hydraulic conductivity function K for approximated parameters in the third method; θ – soil moisture

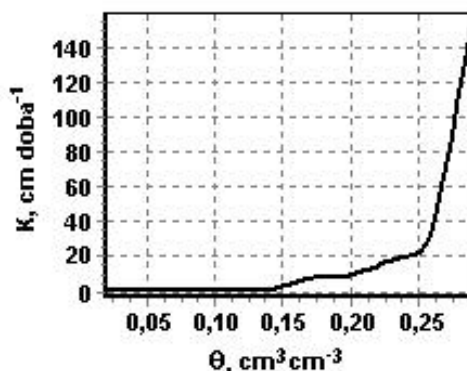
W czwartej metodzie aproksymacji parametrów wykorzystano ekspertyzę hydrogeologiczną i gleboznawczą, wykonaną na terenie Obserwatorium Wrocław-Swojec [MAZIJ i in., 1965], gdzie wyznaczono krzywe pF na głębokości: 10, 20, 40, 60, 80 i 140 cm (rys. 5).



Rys. 5. Krzywe pF wyznaczone na podstawie wyników uzyskanych w ramach ekspertyzy z 1965 r.; θ – wilgotność gleby

Fig. 5. pF curves determined from results of the expertise in the year 1965: θ – soil moisture

Korzystając z tych badań, procesowi aproksymacji poddano tylko funkcję przewodności hydraulicznej (metodą „10 punktów bazowych”). Aproksymowaną funkcję przedstawiono na rysunku 6.



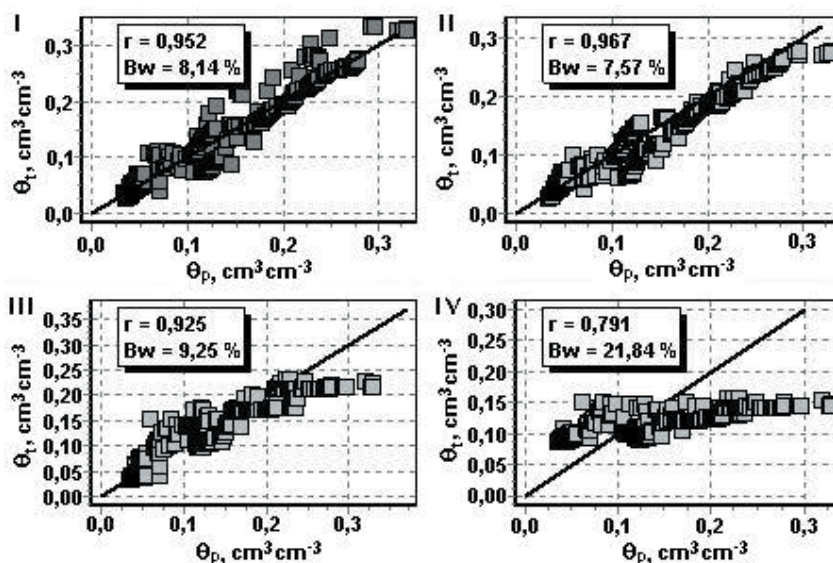
Rys. 6. Funkcja przewodności hydraulicznej K wyznaczona na podstawie krzywych pF z ekspertyzy z 1965 r.; θ – wilgotność gleby

Fig. 6. Hydraulic conductivity function K determined from pF curves from the expertise in the year 1965; θ – soil moisture

WYNIKI BADAŃ

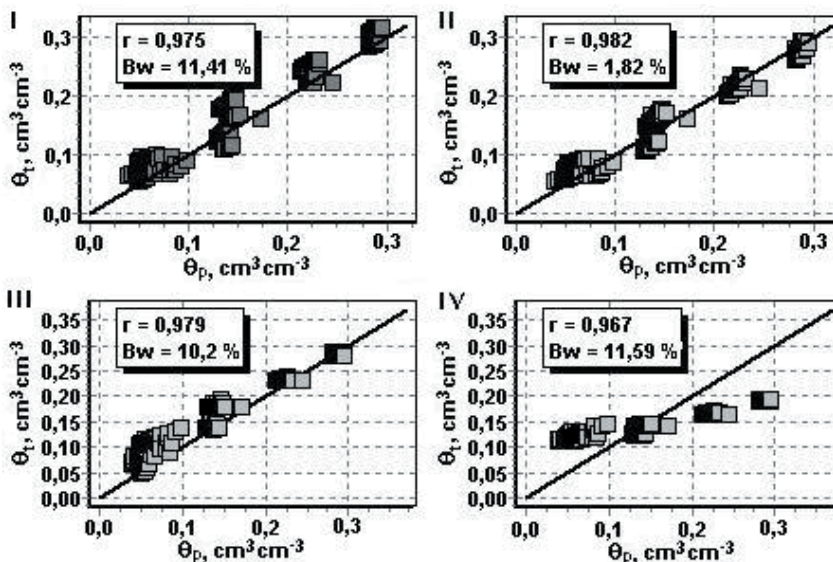
Przyjęto dwie miary poprawności oraz dopasowania danych teoretycznych do danych pomierzonych metodą TDR – współczynnik korelacji r oraz średni względny błąd odchyłeń B_w , będący miarą różnicy wilgotności gleby w rozpatrywanym profilu, uzyskane z pomiarów i z modelu. Dla pierwszego podokresu aproksymacji parametrów funkcyjnych modelu współczynniki korelacji przyjmowały wartości od 0,791 w wariancie IV do 0,966 w wariancie II. Średni względny błąd odchyłeń wyniósł od 7,56% w wariancie II do 21,84% w wariancie IV (rys. 7).

Aproksymacja parametrów funkcyjnych determinujących przepływ wody umożliwiła weryfikację uzyskanych wyników, tzn. krzywych pF i przewodności hydraulicznej oraz adekwatności modelu, na danych niezależnych z okresu od 15 sierpnia do 30 września 2006 r. Do oceny poprawności dopasowania zastosowano także współczynnik korelacji r oraz względny błąd odchyłeń B_w . W tym przypadku zdecydowanie najwyższy współczynnik korelacji, równy 0,982, oraz średni względny błąd odchyłeń, równy 1,85%, były także w wariancie II. Świadczy to o bardzo dobrym dopasowaniu parametrów funkcyjnych oraz zgodności wyników uzyskanych za pomocą modelu z wynikami z pomiarów terenowych zmian wilgotności gleby w profilu do 100 cm (rys. 8).



Rys. 7. Zależność między teoretyczną θ_t i mierzoną wilgotnością gleby θ_p dla aproksymowanych krzywych pF i K w czterech metodach (I–IV)

Fig. 7. Relationship between theoretical θ_t and measured θ_p soil moisture for approximated pF curves and K acc. to four methods (I–IV)



Rys. 8. Zależność między teoretyczną θ_t i pomierzoną θ_p wilgotnością gleby dla aproksymowanych krzywych pF i K dla okresu od 16 sierpnia do 30 września dla czterech metod (I–IV)

Fig. 8. Relationship between theoretical θ_t and measured θ_p soil moisture for approximated pF curves and K obtained for the period from 16th of August to 30th of September acc. to four methods (I–IV)

WNIOSKI

W prezentowanym materiale badawczym porównano wartości wilgotności, uzyskane z pomiarów metodą TDR i na podstawie modelu, dla 92 dni i 6 głębokości, z których pochodziły pomiary. Do opisu przepływu wody w ośrodku porowatym zastosowano w pracy zarówno model dyfuzyjny (Fokkera-Plancka), jak i model Richardsa. Przeprowadzone analizy umożliwiły sformułowanie niżej podanych wniosków.

1. Najlepszą zgodność wilgotności pomierzonej i określonej na podstawie modelu uzyskano w II wariancie obliczeń, gdy do opisu procesu przepływu zastosowano równanie Richardsa, parametry funkcyjne zdefiniowano poprzez określenie wartości, na etapie aproksymacji, w 10 punktach bazowych.

2. Gorsze rezultaty tej zgodności w wariancie I wynikają z przyjmowania parametrów fizycznych gleby na podstawie definicji zaproponowanej przez van Genuchtena i związanej z tym małej „elastyczności” krzywej przewodności hydraulicznej.

3. Lepsze miary zgodności wartości wilgotności obliczonych za pomocą modelu i pomierzonych na etapie weryfikacji niż w trakcie aproksymacji w prawie wszystkich wariantach były spowodowane intensywnymi opadami atmosferycznymi, które wystąpiły w okresie od 4 do 8 sierpnia – 118 mm. W modelu przyjęto, że realizacja opadu odbywa się jako przepływ przez powierzchnię terenu w czasie jego trwania, z natężeniem wynikającym z pomiarów. W tych dniach zdarzyła się sytuacja, gdy natężenie przekroczyło zdolności infiltracyjne gleby i realizowana była infiltracja maksymalna (warunek Dirichleta).

4. Wydaje się ważne kontynuowanie badań w tym kierunku i porównanie uzyskanych już rezultatów z uzyskiwanymi z zastosowaniem modelu, mimo bardzo dobrej zgodności otrzymanych wartości wilgotności z modelu i mierzonych metodą TDR w II wariancie obliczeń, którego podstawą będzie dwuwymiarowe uogólnione równanie Richardsa. Rezultaty analizy dają podstawy do przypuszczeń, że w tym przypadku będzie można poprawić wyniki, gdyż stosunkowo najgorsze dopasowanie uzyskano w pracy dla większych głębokości gleby (ponad 80 cm). Przyczyną tego może być także przepływ horyzontalny, który w rozpatrywanym modelu został pominięty.

LITERATURA

- BARON B., PASIERBEK A., MACIĄZEK M., 2006. Algorytmy numeryczne w Delphi. Gliwice: Helion ss. 544.
- HUNT A.G., 2004. Comparing van Genuchten and percolation theoretical formulations of the hydraulic properties of unsaturated media. *Vadose Zone J.* 3 s. 1483–1488.
- JAIN S.K., SINGH V.P., VAN GENUCHTEN M.Th., 2004. Analysis of soil water retention data using artificial neural networks. *J. Hydrol. Engrg.* 9(5) s. 415–420.
- KOWALIK P., 2001. Ochrona środowiska glebowego. Warszawa: Wydaw. Nauk. PWN ss. 156.
- KOWALIK P., 2007. Zarys fizyki gruntów. Gdańsk: Wydaw. PGdań. ss. 127.
- MAZIJ S., KOWALSKI J., WOŹNY F., SZPIKOWSKI A., KRĘŻEL J., 1965. Ekspertyza hydrogeologiczna i gleboznawcza pól ustalonych na Swojcu k. Wrocławia – Warunki hydrogeologiczne i glebowo-wodne pól ustalonych Instytutu Gospodarki Wodnej – położonych na terenie RZD, w Swojcu k. Wrocławia. Wrocław: AR Inst. Kształt. Ochr. Środ. maszyn. ss. 112.
- NEUWEILER I., CIRPKA O.A., 2005. Homogenization of Richards's equation in permeability fields with different connectivities. *Water Resour. Res.* vol. 41 s. 1–14.

- SZULCZEWSKI W., 1986. Sterowanie stopniem wilgotności gleby w obszarze ukorzenia roślin (w oparciu o równanie dyfuzji). *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* 30 nr 174 s. 109–127.
- SZULCZEWSKI W., 1990. Modelowanie zmian uwilgotnienia gleby w strefie niepełnego nasycenia. *Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior.* 36 nr 192 s. 87–98.
- SZULCZEWSKI W., 2003. Modelowanie migracji zanieczyszczeń w nienasyconych gruntach i glebach. *Zesz. Nauk. AR Wroc.* nr 466 ss. 112.
- VAN GENUCHTEN M.Th., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturat soils. *Soil Sci. Am. J.* vol. 44 s. 892–898.
- VAN GENUCHTEN M.Th., SCHAAP M.G., 2006. A modified Mualem–van Genuchten formulation for improved description. *Vadose Zone J.* 5 s. 27–34.
- WOSTEN J.H.M., VAN GENUCHTEN M.Th., 1988. Using texture and other soil properties to predict the unsaturated soil hydraulic function. *Soil. Sci. Am. J.* vol. 52 s. 1762–1770.
- ZARADNY H., 1990. Matematyczne metody opisu i rozwiązań przepływu wody w nienasyconych i nasyconych gruntach i glebach. *Pr. Inst. Bud. Wod. PAN* nr 23 ss. 367.

*Małgorzata BINIAK-PIERÓG, Anna MACHOWCZYK, Wiesław SZULCZEWSKI,
Andrzej ŻYROMSKI*

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ACCURACY OF CHOSEN MODELS OF WATER FLOW IN SOIL BASED ON SOIL MOISTURE MEASURED IN THE FIELD

Key words: Fokker-Planck's equation, mathematical model, Richards's equation, soil moisture

S u m m a r y

Soil water reserves, temperature and rainfalls significantly affect plant crops. Mathematical models are used to assess interaction of these factors. To assess the interrelationships between processes (precipitation, field evaporation and the groundwater level) that are decisive for short-term (daily) soil moisture, comparative analysis was made of the correctness of various methods of mathematical modelling. For this purpose, approximation of parameters and simulations were carried out based on measurements from 1 July to 30 September 2006 of soil moisture at six depths, precipitation and groundwater levels, measured in the Agro- and Hydrometeorological Observatory of the Wrocław University of Environmental and Life Sciences. Four models of water flow in the porous media were examined. Two of them were described with generalized Richards's equation; two other were based on diffusion equation (Fokker-Planck). The shape of functional parameters characterising water flow in the porous media was assumed in the first simulation in the form of five-parameter function by Van Genuchten, worked out on the basis of the Mualem's theory. In the second and third simulation the shape of the pF and hydraulic conductivity function was elaborated on the principle of 10 base points that determine shapes of these curves.

Recenzenci:

prof. dr hab. Piotr Kowalik

prof. dr hab. Leszek Łabędzki

Praca wpłynęła do Redakcji 07.11.2007 r.