

Eugeniusz RUSIŃSKI*
Jerzy CZMOCHOWSKI
Marcin KOWALCZYK
Damian PIETRUSIAK

IDENTYFIKACJA MODELI MODALNYCH STALOWYCH KONSTRUKCJI NOŚNYCH METODĄ NUMERYCZNĄ ORAZ DOŚWIADCZALNĄ

Bezpieczna eksploatacja obiektów obciążonych zmiennymi siłami wymaga znajomości ich charakterystyk dynamicznych. Przeprowadzono analizę modalną modelu wirtualnego mostu zwałowarki ZGOT 11500. Wykonano również badania na obiekcie rzeczywistym. Zastosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej umożliwiło zbadanie modeli modalnych na podstawie danych zarejestrowanych w trakcie ruchu maszyny. Uzyskane w ten sposób charakterystyki dynamiczne uwzględniają wpływ warunków pracy i obciążenia obiektu. Przeprowadzono porównanie wyników otrzymanych z obu analiz. Weryfikacja danych potwierdziła pewne częstotliwości. Zauważono jednak spore rozbieżności, które wskazują na poziom trudności w symulacji złożonych obiektów metodą elementów skończonych.

***Słowa kluczowe:** analiza modalna, konstrukcje stalowe, metoda elementów skończonych*

WSTĘP

Określenie charakterystyk dynamicznych obiektów narażonych na zmienne warunki pracy jest bardzo istotne. Ma szczególnie duże znaczenie, jeśli chodzi o konstrukcje nośne maszyn wielkogabarytowych. Rozmiary maszyn podstawowych górnictwa odkrywkowego przewyższają rozmiary powszechnie spotykanych maszyn. Zmienne siły kopania o dużych wartościach oraz amplitudach są głównym źródłem drgań. Ponadto powstają one przez przemieszczanie się urobku na przenośnikach (uderzanie w rolki oraz w przesypach). Wymuszenia powstają również podczas ruchów technologicznych jazdy, obrotu czy zwodzenia. Zwałowarki i ich elementy nie są aż tak

* prof. dr hab. inż. Eugeniusz RUSIŃSKI, dr hab. inż. Jerzy CZMOCHOWSKI, prof. PWr, dr inż. Marcin KOWALCZYK, mgr inż. Damian PIETRUSIAK - Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej

silnie obciążone dynamicznie, jak koparki, jednakże ich konstrukcja cechuje się dużo większą smukłością i podatnością. Możliwe jest zatem uzyskanie dużych amplitud drgań już przy mniejszej sile i zmienności obciążenia.

Znajomość charakterystyk dynamicznych obiektu jest konieczna do redukcji drgań. Pośrednią konsekwencją ich obniżenia będzie znaczący wpływ na wydłużenie trwałości konstrukcji poprzez ograniczenie zjawiska zmęczenia materiału [9].

Zredukowanie drgań zmniejsza również prawdopodobieństwo utraty stateczności przez konstrukcję bądź jej elementy. Zdarzały się przypadki występowania drgań o amplitudach tak dużych, że powodujących kolizję elementów maszyny [3]. Poprawne określenie modelu modalnego umożliwiło wyeliminowanie tego niekorzystnego zjawiska.

Ponadto nie należy zapominać o negatywnym wpływie drgań na organizm ludzki. Dopuszczalne wartości przyspieszeń określone są w normie [7], [8]. W skrajnych przypadkach może dochodzić do tego, iż pewne organy ludzkie wpadną w rezonans [1].

Przedstawiono wyniki analizy modalnej, eksploatacyjnej oraz numerycznej dla mostu podającego zwałowarki (rys. 1) typu ZGOT 12500.



Rys. 1. Widok mostu zwałowarki

Źródło: Opracowanie własne

Masa ustroju nośnego mostu wraz z zainstalowanymi na niej elementami wynosi ok. 310 Mg. Istotnym faktem jest możliwość zmiany punktu podparcia na wózku mostu. W ten sposób jego rozpiętość może osiągnąć maksymalnie 75,8 m i minimalnie 69,2 m.

1. ANALIZA MODALNA

1.1. Eksperymentalna oraz eksploatacyjna analiza modalna

Klasyczną metodą określania własności dynamicznych ustroju nośnego jest eksperymentalna analiza modalna. W celu jej przeprowadzenia ustrój nośny należy wzbudzić wymuszeniem impulsowym lub harmonicznym o znanej sile i częstotliwości.

Można tego dokonać przy pomocy młotka modalnego bądź też specjalnego wzbudnika drgań [14]. Dzięki temu możliwe jest określenie impulsowej funkcji przejścia (1) gdzie Q_r współczynnikiem skali, Ψ_r to wektor modalny, λ jest biegunem układu, t to z kolei czas.

$$h(t) = \sum_{r=1}^N (Q_r \Psi_r \Psi_r^T e^{\lambda_r t} + Q_r^* \Psi_r^* \Psi_r^T e^{\lambda_r^* t}) \quad (1)$$

Najczęściej stosowanymi algorytmami do wyznaczania parametrów modeli modalnych dla eksperymentalnej analizy modalnej w dziedzinie czasu jest metoda wykorzystująca rozwiązanie zagadnienia własnego metodami numerycznymi (Eigensystem Realisation Algorithm) oraz metoda wykorzystująca wykładniczo zanikające funkcje harmoniczne (Least Square Complex Exponential).

Eksperymentalna analiza modalna w przypadku dużych obiektów może okazać się trudna w realizacji. Wprowadzenie w drganie obiektu takiego jak koparka kołowa czy zwałowarka wymagałaby potężnego wzbudnika. Dotychczas stosowaną metodą było wymuszanie impulsu poprzez gwałtowne uwolnienie ciężaru zawieszonoego na wysięgniku koła [3]. Metoda ta jest bardzo kłopotliwa. Wymaga zatrzymania maszyny na czas przygotowania stanowiska oraz pomiaru, co jest niewskazane ze względu na ciągłe zapotrzebowanie surowca przez elektrownię. Do przeprowadzenia eksperymentu potrzebne jest przygotowanie odpowiedniego ciężaru oraz przyrząd, który umożliwi zwolnienie masy w momencie, kiedy na wysięgnik działać będzie pożądana siła.

Eksploatacyjna analiza modalna [4], [13] jest w zastosowaniu o wiele prostsza. Pozwala na określenie własności dynamicznych badanego obiektu tylko na podstawie znajomości odpowiedzi układu. Tym samym przeprowadzenie eksperymentu ogranicza się do rozmieszczenia czujników i zarejestrowania przebiegów przyspieszeń w trakcie pracy. Przez cały czas przygotowywania oraz trwania eksperymentu niepotrzebne jest zatrzymywanie maszyny.

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y^*(t - \tau) dt \quad (2)$$

Ponieważ nieznane jest wymuszenie układu, jego odpowiedź zastępuje się funkcją korelacji (2), gdzie x i y są sygnałami mierzonymi w różnych punktach. Do estymacji parametrów modalnych wykorzystuje się wspomniany już wcześniej algorytm Least Square Complex Exponential, ale również Balanced Realisation (metoda sformułowana w przestrzeni stochastycznej wykorzystująca równanie stanu) i Canonical Variatet Analysis (metoda bardzo podobna do metody BR).

Pomiary drgań wykonane w ten sposób uwzględniają naturalne warunki pracy i obciążenia. Własności dynamiczne zwałowarki mogą ulegać zmianie wraz ze zmianami położenia wysięgnika zrzutowego oraz nadwozia. Eksploatacyjna analiza modalna umożliwia określenie własności dynamicznych dla różnych konfiguracji zwałowarki.

1.2. Numeryczna analiza modalna

W numerycznej analizie modalnej dokonuje się rozwiązania zagadnienia własnego opisanego równaniem (3), gdzie „K” jest macierzą sztywności, „M” macierzą mas, λ i ψ są jak poprzednio biegunem układu oraz wektorem własnym.

$$(K - \lambda M)\psi = 0 \quad (3)$$

Do jego rozwiązania stosowane są różne algorytmy np. metoda redukcji Rayleigh'a-Ritz'a, metoda całkowania podprzestrzeni czy metoda całkowania odwrotnego. Najczęściej jednak wykorzystuje się algorytm Lanczos'a [10]. Znalazł on szerokie zastosowanie poprzez możliwość szybkiego rozwiązywania zadań dużego rozmiaru. Stopień jego skomplikowania nie wpływa istotnie na liczbę kroków potrzebną do uzyskania wyniku.

2. WYZNACZENIE CZĘSTOŚCI DRGAŃ I POSTACI

2.1. Badania doświadczalne - eksploatacyjna analiza modalna

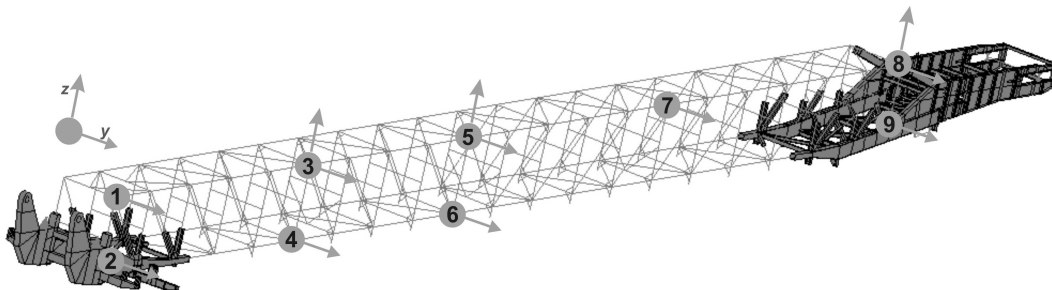
Ze względu na ograniczoną liczbę czujników bardzo istotnym aspektem są punkty ich rozmieszczenia oraz kierunki, w jakich będą mierzone przyspieszenia.

Na moście zwałowarki, czujniki rozmieszczono w 9 punktach. Pomiary zostały przeprowadzone z wykorzystaniem 12 kanałów pomiarowych. Punkty i kierunki zostały wybrane w taki sposób, aby możliwa była identyfikacja jak największej liczby postaci drgań [3], [6], [11], [12]. Ich lokalizacja nie pokrywa się dokładnie w 1/2 oraz 1/4 długości mostu czyli punktach, w których mogą wystąpić węzły dla pewnych postaci drgań. Dokładny opis zestawienia punktów pomiarowych przedstawiono w tabeli 1. Słupki mostu, patrząc na rysunek 2, liczone są od strony lewej. Kierunek „z” zgodny jest z kierunkiem wektora normalnego płaszczyzny, którą wyznacza most. Kierunek „y” jest kierunkiem poprzecznym do mostu zwałowarki. Najlepszej jakości dane pomiarowe zarejestrowano podczas równoczesnej jazdy zwałowarki oraz wózka podpory mostu. Wówczas zachowana była stała długość wysuwu mostu.

Tabela 1. Zestawienie punktów pomiarowych

Kanał pomiarowy	Punkt pomiarowy	Słupek	Kierunek
1	1	1/21	y
2	2		y
3	3	6/21	y
4			z
5			y
6	5	10/21	y
7			z
8	6		y
9	7	15/21	y
10	8	21/21	y
11			z
12			y

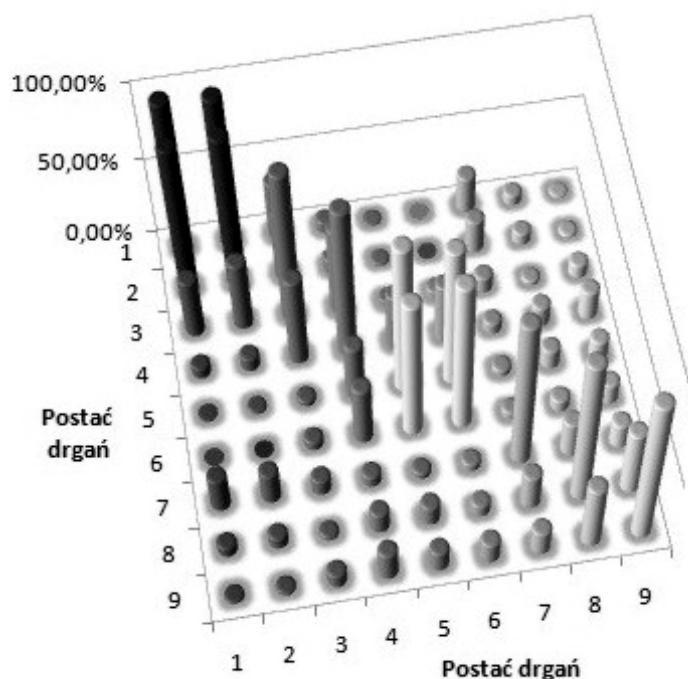
Źródło: Opracowanie własne



Rys. 2. Punkty pomiarowe

Źródło: Opracowanie własne

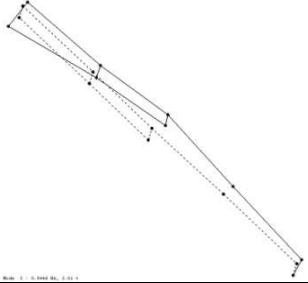
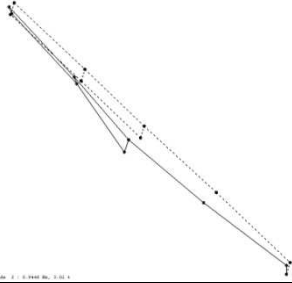
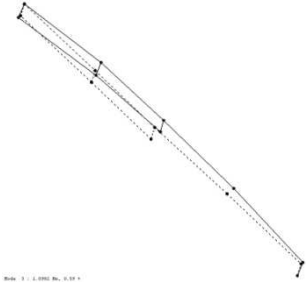
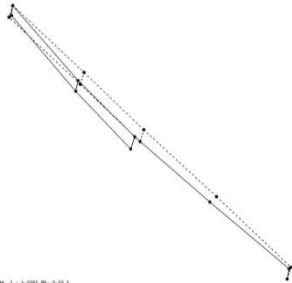
Ze wstępnych wyników badań wynika, że zidentyfikowano 9 różnych postaci drgań własnych. Zastosowanie wskaźnika auto - MAC (Modal Assurance Criterion) [14] ujawniło bardzo silną korelację między postaciami 1 i 2 oraz 5 i 6. Postacie te należy więc traktować jako jedną, a ich pojawienie się mogło wystąpić np. wskutek błędu metody. Graficzne przedstawienie macierzy auto - MAC przedstawia rysunek 3. Kolorami czerwonym i pomarańczowym oznaczono odpowiednio zbieżne postacie 1 i 2 oraz 5 i 6. Dla wszystkich postaci, oprócz czwartej, odnotowano silne rozproszenie fazy. Oznacza to, iż na przedstawione deformacje postaci drgań własnych silny wpływ miały drgania wymuszające. Poszczególne postacie zidentyfikowane metodą doświadczalną przedstawiono w tabeli 2.



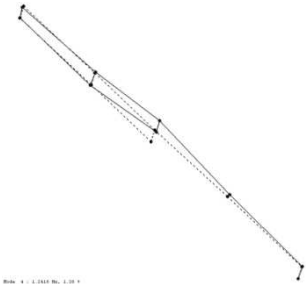
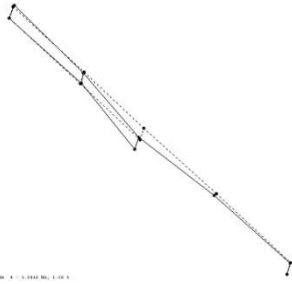
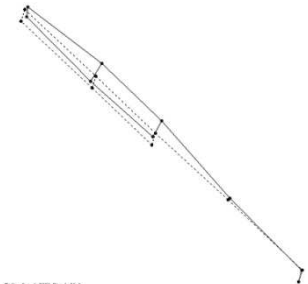
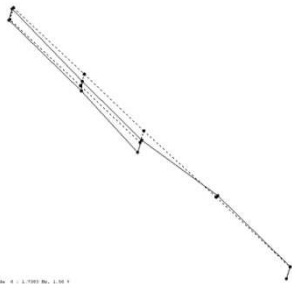
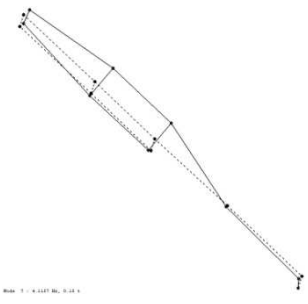
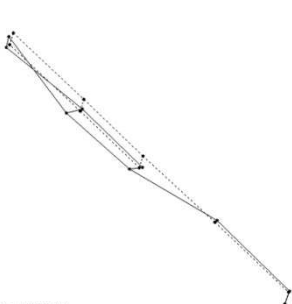
Rys. 3. Macierz wskaźnika auto - MAC postaci wyznaczonych na drodze doświadczalnej

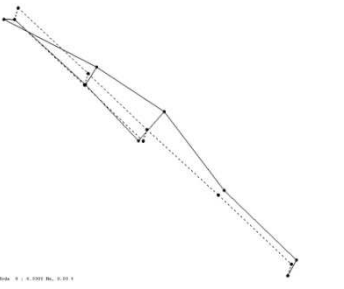
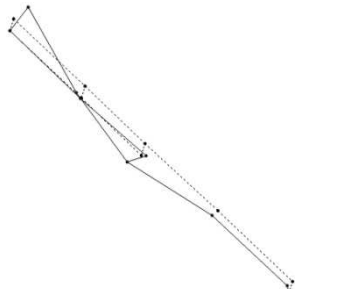
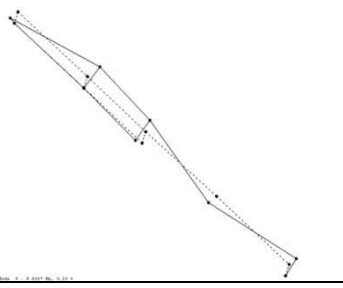
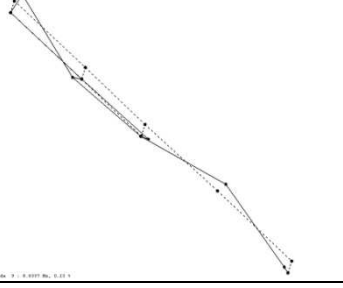
Źródło: Opracowanie własne

Tabela 2. Postacie własne zidentyfikowane na bazie danych doświadczalnych

Postać drgań	Deformacja	
<p>Postać 1 i 2, częstotliwość ~ 0,90Hz</p>		
<p>Postać 3, częstotliwość ~ 1,1Hz</p>		

c.d. tab. 2

<p>Postać 4, częstotliwość ~ 1,24Hz</p>		
<p>Postać 5 i 6, częstotliwość ~ 1,69Hz</p>		
<p>Postać 7, częstotliwość ~ 4,12Hz</p>		

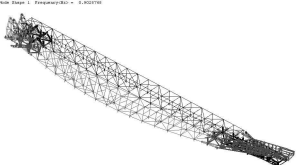
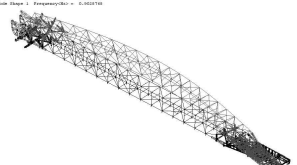


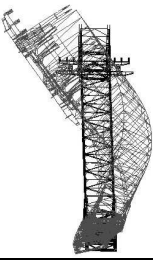
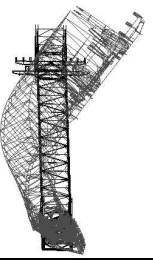
<p>Postać 8, częstotliwość ~ 6,33Hz</p>		
<p>Postać 9, częstotliwość ~ 8,83Hz</p>		

Źródło: Opracowanie własne

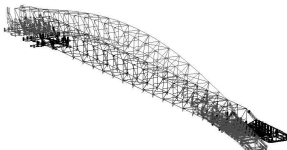

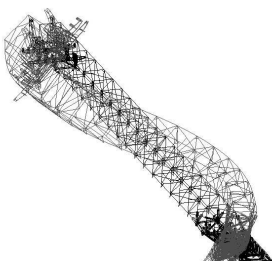
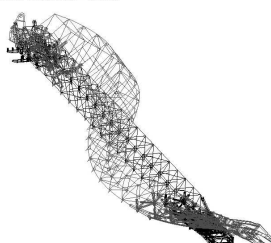
2.2. Numeryczna analiza modalna

Numeryczną analizę modalną [11] przeprowadzono na uproszczonym modelu belkowo-powłokowym. Stosując elementy belkowe, mocno ogranicza się rozmiar modelu, a przez to czas obliczeń. Elementy belkowe dobrze odwzorowują sztywność belek zastosowanych w konstrukcji, jednakże zupełnie pominięte są sztywności przywęzłowe będące niejednokrotnie bardzo duże. W tabeli 3 zamieszczono wyniki uzyskane na podstawie symulacji numerycznej.

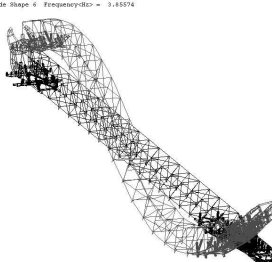
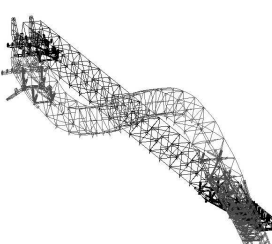
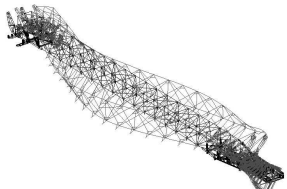
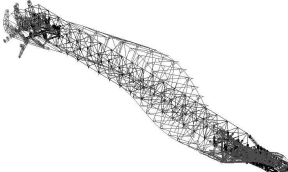


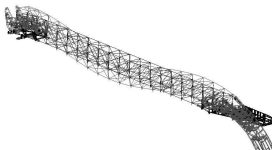
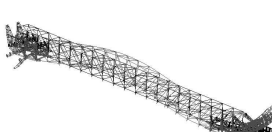
Tabela 3. Postacie własne zidentyfikowane w symulacji numerycznej

Postać drgań	Deformacja	
<p>Postać 1, częstotliwość - 0,90Hz</p>		
<p>Postać 2, częstotliwość - 1,17Hz</p>		
<p>Postać 3, częstotliwość - 1,52Hz</p>		

IDENTYFIKACJA MODELI MODALNYCH STALOWYCH KONSTRUKCJI NOŚNYCH...

<p>Postać 4, częstotliwość - 1,60Hz</p>	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 4 Frequency(Hz) = 1,59604</p> 	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 4 Frequency(Hz) = 1,59604</p> 
<p>Postać 5, częstotliwość - 3,12Hz</p>	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 5 Frequency(Hz) = 3,121473</p> 	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 5 Frequency(Hz) = 3,121473</p> 

c.d. tab. 3

<p>Postać 6, częstotliwość - 3,85Hz</p>	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 6 Frequency(Hz) = 3,85574</p> 	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 6 Frequency(Hz) = 3,85574</p> 
<p>Postać 7, częstotliwość - 4,29Hz</p>	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 7 Frequency(Hz) = 4,29558</p> 	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 7 Frequency(Hz) = 4,29558</p> 
<p>Postać 8, częstotliwość - 4,56HZ</p>	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 8 Frequency(Hz) = 4,559103</p> 	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 8 Frequency(Hz) = 4,559103</p> 
<p>Postać 9, częstotliwość - 5,79Hz</p>	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 9 Frequency(Hz) = 5,79514</p> 	<p>Frame 1 of 8 Node Shape 9 Frequency(Hz) = 5,79514</p> 

Źródło: Opracowanie własne

2.3. Analiza i porównanie otrzymanych wyników

Analiza numeryczna daje wyraźne i bezpośrednio określone postacie oraz częstotliwości drgań własnych. W modelu takim nie jesteśmy jednak w stanie do końca odzwierciedlić warunków panujących w rzeczywistości. Może to znaleźć swoje odbicie w otrzymanych wynikach.

Interpretacja danych doświadczalnych jest dużo bardziej złożona. Często spotykamy się z tym, iż jedna bądź kilka postaci mogą być rozmyte. Ciężko wówczas określić jednoznacznie częstotliwość, przy jakiej występuje dana postać drgań. Ponadto, aby dobrze zidentyfikować bardziej złożone postacie drgań, potrzeba większej liczby czujników, co pociąga za sobą spore koszty. Ogromną zaletą tego rodzaju identyfikacji jest fakt, iż uwzględnia oddziałujące na konstrukcję czynniki zewnętrzne, które być może nie zostały ujęte w modelu numerycznym. Dodatkowo stosowanie eksploatacyjnej analizy modalnej daje możliwość identyfikacji postaci drgań własnych w trakcie pracy. Obciążenie robocze może mieć silny wpływ na charakterystykę dynamiczną.

Między wynikami występują silne rozbieżności, jednakże dokładniejsza analiza deformacji oraz częstotliwości pozwala dostrzec pewne odpowiadające sobie postacie. Z całą pewnością można stwierdzić, że w obu metodach równoważna jest pierwsza postać o częstotliwości 0,90 Hz odpowiednio dla wyników badań eksperymentalnych i numerycznych. Jest to postać giętna w kierunku poprzecznym konstrukcji. Kolejne odpowiadające sobie postacie to postać 4 z badań eksperymentalnych oraz 2 z symulacji numerycznej. Postać 3 z badań doświadczalnych to również postać giętna mostu w kierunku pionowym a jej częstotliwość 1,24 Hz nie jest aż tak bardzo odległa od pozostałych. Na tej podstawie można przypuszczać, że 3 i 4 postać wyznaczona w badaniach eksperymentalnych to ta sama postać tyle, że silnie rozmyta. Przyjmując takie założenie, możemy z przybliżeniem określić częstotliwość dla tej postaci na poziomie ok. 1,17 Hz. Kolejne postacie, które zidentyfikowano zarówno w symulacji, jak i eksperymencie to postać 4 dla symulacji oraz 5 i 6 dla eksperymentu. Jest to również postać giętna w płaszczyźnie pionowej, ale dodatkowo w modelu numerycznym widać przemieszczenie jednego końca mostu w kierunku wzdłużnym. W postaci zidentyfikowanej eksperymentalnie widać jedynie ruch góra-dół. Nie można powiedzieć, że przemieszczenie wzdłużne nie miało miejsca, ponieważ żaden czujnik nie został zamontowany w tym kierunku. Średnia częstotliwość dla tej postaci drgań wynosi ok. 1,65 Hz.

Dla pozostałej części wyników trudno jest znaleźć odpowiadające sobie postacie. Są one już dużo bardziej złożone, a większość z częstotliwości różni się od siebie. Niestety deformacje zidentyfikowane w eksperymencie dla wyższych postaci nie są wystarczająco wyraźne, aby można było je jednoznacznie określić. Zauważalne są jeszcze pewne korelacje między wynikami np. postać 4 symulacji numerycznej oraz 7 eksperymentu, ale możliwość złego zinterpretowania odkształceń wyznaczonych na bazie eksperymentu jest na tyle duża, że wysokie jest prawdopodobieństwo popełnienia błędu.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Dzięki przeprowadzonym badaniom eksperymentalnym oraz numerycznym udało się określić podstawowe częstotliwości drgań własnych dla mostu podającego

zwałowarki. Zauważalne są jednak duże rozbieżności modeli modalnych określonych eksperymentalnie i numerycznie. Metodą eksperymentalną nie udało się jednoznacznie określić częstotliwości bardziej złożonych. Wpływ mogło na to mieć rozmieszczenie i liczba czujników - szczególnie jeżeli chodzi o postacie skątne. Brak jednoznacznego określenia postaci wyższych rzędów przemawia również za tym, iż podczas przejazdu zwałowarki i wózka mostu nie ma odpowiedniego wymuszenia, aby wzbudzić te postacie. Oznacza to, iż szczególnie istotnymi postaciami drgań są tylko podstawowe postacie giętne. Pozostałe są na tyle trudne do wzbudzenia, że nie stanowią realnego zagrożenia dla konstrukcji mostu.

Przeprowadzone badania wykazały również, jak użyteczne jest wykorzystywanie metod numerycznych i eksperymentalnych równocześnie. Z wyników otrzymanych na modelu wirtualnym dowiadujemy się o możliwych do wystąpienia postaciach drgań własnych. Niestety uproszczenia wprowadzane w trakcie modelowania mogą mieć duży wpływ, szczególnie na częstotliwości drgań. Numerycznie wyznaczone deformacje postaci drgań własnych ułatwiają interpretację wyników eksperymentów na obiekcie rzeczywistym. Z kolei częstotliwości wyznaczone w ten sposób bardziej odpowiadają rzeczywistym częstotliwościom drgań własnych.

LITERATURA

- [1] Cempel C., *Wibroakustyka stosowana*, PWN 1989.
- [2] Czmochocki J., Moczko P., *Numerical-Experimental Analysis of Bucket Wheel Excavator Body Vibrations*, [w:] 22nd Danubia-Adria Symposium of Experimental Methods in Solid Mechanics. Extended Abstracts, Italian Association for Stress Analysis Monticelli Terme-Parma, Italy, September 28-October 1, 2005, pp. 294-295.
- [3] Czmochocki J., *Identyfikacja modeli modalnych maszyn urabiających w górnictwie węgla brunatnego*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2008.
- [4] Hermans L., Van der Auweraer H., *Modal Testing and Analysis of Structures Under Operational Conditions: Industrial Applications*, [in:] "Mechanical Systems and Signal Processing", 13(2)/1999, pp. 193-216.
- [5] Hughes T., *The Finite Element Method*, Dover Publications 2000.
- [6] Pietrusiak D., Czmochocki J., Kowalczyk M., Łągwa Ł., *Określenie właściwości dynamicznych koparki KWK1500 metodą eksploatacyjnej analizy modalnej*, [w:] „Górnictwo Odkrywkowe”, 4/2010, s. 45.
- [7] PN-EN 1997-1:2008. Eurokod 7. *Projektowanie geotechniczne. Część 1. Zasady ogólne*.
- [8] PN-N-01357:1990 *Metody pomiarów i oceny drgań maszyn pod względem bezpieczeństwa i higieny pracy*.
- [9] Rusiński E., Czmochocki J., Iluk A., Kowalczyk M., *An analysis of the causes of a BWE counterweight boom support fracture*, [in:] "Engineering Failure Analysis", nr 1/2010, vol. 17, s. 179-191.
- [10] Rusiński E., Czmochocki J., Smolnicki T., *Zawansowana Metoda Elementów Skończonych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.

- [11] Rusiński E., Czmochowski J., *Die Modalanalyse des Oberbaus lines Baggers vom Typ SchRs-800. Surface Mining*, [in:] „Braunkohle other Miner”, 2001, vol. 53.
- [12] Smolnicki T., Rusiński E., Przybyłek G., *Wybrane Aspekty Dostrajania Modeli Dyskretnych Koparki Wielonaczyniowej Kołowej*, [w:] „Górnictwo Odkrywkowe”, nr 7-8/2006.
- [13] Uhl T., Lisowski W., Kurowski P., *In-operational Modal Analysis and Its Applications*, Wydawnictwo Katedry Dynamiki Maszyn i Robotyki, AGH Kraków 2001.
- [14] Uhl T., *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. WNT, Warszawa 1997.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL MODAL MODES IDENTIFICATION METHODS OF STEEL CONSTRUCTION

Summary

A good knowledge of dynamic characteristics is a crucial factor to safely and reliably operate a machine. The ZGOT 12500 spreader bridge was investigated with operational and numerical modal analysis methods. The use of two different methods allowed a better identification of modal modes. In numerical methods it is easier to identify modal deflection shapes but the accuracy of the frequencies might be low. It is caused by simplifications made during model construction. An operational modal analysis allows one to identify natural frequencies under operational conditions. However, sometimes the modes can be strongly skewed. A comparison of both sets of results allowed one to identify three modes of natural frequencies of the stacker bridge.

Key words: *modal analysis, steel constructions, finite element method*

Artykuł recenzował: dr hab. inż. Tadeusz SMOLNICKI, prof. nadzw. PWr